

Х. В. БУРШТЫНСКАЯ, А. В. ЕДУНОВ

ИССЛЕДОВАНИЕ РАЗЛИЧНЫХ СТАТИСТИЧЕСКИХ КРИТЕРИЕВ ПРИ ОТБРАКОВКЕ ОШИБОЧНЫХ ТОЧЕК В ПРОЦЕССЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ВЗАИМНОГО ОРИЕНТИРОВАНИЯ

Точность определения элементов взаимного ориентирования, как и точность всех процессов пространственной фототриангуляции, во многом зависит от правильной отбраковки ошибочных точек.

При статистической обработке отдельные результаты измерений иногда достаточно резко отличаются от основной массы. Это является следствием грубых погрешностей измерений. Выявить погрешности можно при помощи статистических критериев отбраковки, позволяющих отбраковать то или иное резко отличающееся измерение. Введем некоторые ограничения на весь ряд измерений, т. е. предположим, что погрешности измерений распределены по нормальному закону. В настоящее время нет единого критерия отбраковки погрешностей, в каждом отдельном случае применяются различные критерии, выбор которых зависит от количества измерений, характера погрешностей и количества ошибочных данных. В работе исследуются различные статистические критерии.

1. Критерий Грэббса.

Для вычислений используем формулу

$$z = \frac{x_{\max} - \bar{x}}{m} = \frac{\bar{x} - x_{\min}}{m}, \quad (1)$$

где в случае взаимного ориентирования x — значение остаточного поперечного параллакса в данной точке; \bar{x} — среднее из значений остаточных поперечных параллаксов по всем точкам; m — средняя квадратическая погрешность, которую находим по формуле

$$m = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_1^n (x_i - \bar{x})^2}. \quad (2)$$

Здесь n — количество точек.

Критерий Грэббса применяется как для максимальных, так и для минимальных значений ряда измерений, в основном при небольшом количестве измерений ($n < 30$).

Критическую область определяем из выражения

$$P(Z > Z_q) = q. \quad (3)$$

Значения Z_q для случая нормального распределения погрешностей измерений в зависимости от количества измерений и выбранной доверительной вероятности приведены в таблице. Если Z_q попадает в критическую область, то результат измерения x_{\max} или x_{\min} отвергают, как сопровождаемый грубой ошибкой [2].

2. Критерий $2m-3m$.

Если число измерений сравнительно велико ($n > 30$), то можно пользоваться расчетом предельной погрешности по правилам $2m$, $2,5m$, $3m$. Правило $3m$ иногда называют критерием Райта. При отсутствии систематических погрешностей полагают, что погрешности, превышающие $2m$, $2,5m$, $3m$, грубые. Измерения, сопровождаемые такими погрешностями, из дальнейшей обработки исключают.

В данном случае погрешность находим по формуле

$$|\Delta| = x_i - \bar{x}, \quad (4)$$

где x_i — значение остаточного параллакса в данной точке; \bar{x} — среднее из значений остаточных поперечных параллаксов по всем точкам.

Среднюю квадратическую погрешность m для ($n > 30$) находим по (2). При небольших количествах измерений ($n < 30$) пользуемся значением средней квадратической погрешности, вычисленной по формуле [2]

$$m = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_1^n (x_i - \bar{x})^2}. \quad (5)$$

3. Критерий

$$z' = \frac{x_n - x_{n-1}}{m}. \quad (6)$$

Этот критерий применяют как при малом, так и при большом количестве измерений (таблица рассчитана до $n=1000$). Критическую область находим по формуле

$$P(Z' > Z'_q) = q. \quad (7)$$

Значение Z'_q выбираем из таблицы в зависимости от количества точек и принятой доверительной вероятности. Если Z' превышает табличное значение Z'_q , то измерение x_n отбраковывают, как имеющее грубую погрешность [3].

Критерий Z' применяем в основном для обнаружения грубых погрешностей в крайних членах ряда, в данном случае его можно применять к резко отличающимся значениям остаточного поперечного параллакса в ошибочных точках.

Критерий Z' дает лучшие результаты, если известен стандарт σ , а не средняя квадратическая погрешность m , кроме того, при

наличии нескольких измерений, содержащих грубые погрешности, критерий Z' вообще может не обнаружить ни одного из них [4].

4. Критерий Диксона

Его применяем для обнаружения грубых погрешностей и вычисляем по формулам [3]

$$\tau' = \frac{x_n - x_{n-1}}{x_n - x_1}; \quad \tau'' = \frac{x_n - x_{n-1}}{x_n - x_2}; \quad \tau''' = \frac{x_n - x_{n-2}}{x_n - x_1}, \quad (8)$$

где x — остаточный поперечный параллакс в исследуемых точках; n — количество точек.

Критическую область находим по формулам

$$P(\tau' > \tau'_q) = q; \quad P(\tau'' > \tau''_q) = q; \quad P(\tau''' > \tau'''_q) = q. \quad (9)$$

Значения τ'_q , τ''_q , τ'''_q определяем из таблицы в зависимости от количества точек и выбранной доверительной вероятности. При этом критерий τ'' желательно применять при $n=8-11$, а критерий τ''' при $n=14-30$ [4].

Критерий Диксона следует применять для резко отличающихся значений остаточных поперечных параллаксов и при наличии в выборке только одного подозреваемого измерения.

5. Критерий Шарлье

Этот критерий предусматривает отбраковку точек, погрешность которых превышает Zm

$$|\Delta| > Zm. \quad (10)$$

Значение Z выбираем из таблицы в зависимости от количества точек. Погрешность вычисляем по (4). Значение Z дано в таблице практически для любого $n > 10$ [3].

6. Критерий $|x_i - \bar{x}| \leq m \left[t^2 (\sqrt[n]{P_1}, n) + \frac{1}{n} t^2 (P_0, n) \right]^{1/2}$.

Существуют формулы, связывающие среднюю квадратическую погрешность в определенной зависимости от числа измерений.

Если для всех измеренных величин выполняется условие

$$|x_i - \bar{x}| \leq m \left[t^2 (\sqrt[n]{P_1}, n) + \frac{1}{n} t^2 (P_0, n) \right]^{1/2}, \quad (11)$$

то нет оснований считать одну из них грубо ошибочной. Если какое-либо измерение не укладывается в пределы (11), его можно считать грубо ошибочным и отбрасывать [5].

Здесь x_i — значение остаточного поперечного параллакса на каждой точке; \bar{x} — среднее из значений остаточных параллаксов на всех точках; $t(P, n)$ — коэффициенты Стьюдента, которые находят по специальным таблицам в зависимости от количества точек и доверительной вероятности; m — средняя квадратическая погрешность, вычисляемая по (2); n — количество точек.

Для исследования различных критериев при отбраковке был использован макет, составленный в соответствии с [6]. Элементы

взаимного ориентирования вычисляли по 16 точкам, в координаты некоторых точек стереопары вводили погрешности (1). Было рассмотрено 19 стереопар, погрешности введены в 16 точек, три стереопары не содержали ошибочных точек (см. таблицу).

Результаты отбраковки ошибочных точек при помощи различных критериев

Вариант	Количество точек		Вариант	Количество точек	
	в числовом выражении	в %		в числовом выражении	в %
1. Критерий Грэббса			5. Критерий Шарлье (Z_m)		
Введено ошибок	16	100	Введено ошибок	16	100
Отбраковано точек			Отбраковано точек		
а) ошибочных	14	88	а) ошибочных	15	94
б) безошибочных	2		б) безошибочных	9	
Не отбраковано точек	2	12	Не отбраковано точек	1	6
2. Критерий $2m$			6. Критерий Диксона		
Введено ошибок	16	100	Введено ошибок	16	100
Отбраковано точек			Отбраковано точек		
а) ошибочных	15	94	а) ошибочных	16	100
б) безошибочных	8		б) безошибочных	10	
Не отбраковано точек	1	6	Не отбраковано точек	0	0
3. Критерий $2,5m$			7. Критерий $\frac{x_n - x_{n-1}}{m}$		
Введено ошибок	16	100	Введено ошибок	16	100
Отбраковано точек			Отбраковано точек		
а) ошибочных	15	94	а) ошибочных	16	100
б) безошибочных	7		б) безошибочных	7	
Не отбраковано точек	1	6	Не отбраковано точек	0	0
4. Критерий Райта ($3m$)			8. Критерий $x_i - \bar{x} < m \left[t^2 (\sqrt{P_{1,n}}) + \frac{1}{n} t^2 \times (P_{0,n}) \right]^{1/2}$		
Введено ошибок	16	100	Введено ошибок	16	100
Отбраковано точек			Отбраковано точек		
а) ошибочных	15	94	а) ошибочных	15	94
б) безошибочных	3		б) безошибочных	3	
Не отбраковано точек	1	6	Не отбраковано точек	1	6

Наиболее полная отбраковка погрешностей произведена при помощи критериев Диксона и $\frac{x_n - x_{n-1}}{m}$. Этими критериями отбракованы все ошибочные точки, но наряду с ошибочными отбраковано много безошибочных точек.

Критериями $2m$, $2,5m$ и Шарлье отбраковано большинство ошибочных точек (94%), но также имеет место отбраковка большого количества безошибочных точек. Лучшие результаты получены при отбраковке критериями Грэббса, Райта и $|x_i - \bar{x}| \leq$

$\leq m \left[t^2 (\sqrt[n]{\overline{P}_1}, n) + \frac{1}{n} t^2 (P_0, n) \right]^{1/2}$. Этими критериями отбраковано

ошибочных точек соответственно 88, 94 и 94%, но безошибочных точек отбраковано гораздо меньше, чем другими критериями. При помощи критерия Грэббса отбракованы две безошибочные точки, при помощи двух других критериев по три точки.

Таким образом, в качестве основного критерия при отбраковке следует использовать критерий Грэббса. В сомнительных случаях, когда вычисленное значение критерия близко или равно табличному значению, можно применять критерий Райта и критерий

$$|x_i - \bar{x}| \leq m \left[t^2 (\sqrt[n]{\overline{P}_1}, n) + \frac{1}{n} t^2 (P_0, n) \right]^{1/2}.$$

Список литературы: 1. *Буриштынская Х. В., Тумская О. В.* Отбраковка ошибочных точек при определении элементов взаимного ориентирования. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1983, вып. 37. 2. *Видуев Н. Г., Григоренко А. Г.* Математическая обработка геодезических наблюдений. — Киев: Вища школа, 1978. 3. *Видуев Н. Г., Кондра Г. С.* Вероятностно-статистический анализ погрешностей измерений. — М.: Недра, 1969. 4. *Герасимович А. И.* Сравнительный анализ статистических критериев выявления неявно грубых ошибок. — Геодезия и аэрофотосъемка, 1970, № 6. 5. *Калиткин Н. Н.* Численные методы. — М.: Наука, 1978. 6. *Лобанов А. Н.* Аналитические модели местности и снимков (макетные снимки). — М.: Недра, 1973.