УДК 528:551.542:517,564

Л. Н. ДЯЧИК
Львовский политехнический институт

ВЫЧИСЛЕНИЕ БЕЗРАЗМЕРНЫХ ПАРАМЕТРОВ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ПОТЕНЦИАЛ АТМОСФЕРЫ ЗЕМЛИ

Проф. Н. К. Мигаль обратил наше внимание на то, что параметры внешнего потенциала Земли являются в принципе величинами переменными, связанными с перераспределением атмосферных масс. Эта идея, использованная и в работе [3], позволила нам получить коэффициенты разложения аномалий атмосферного давления по сферическим функциям до четвертого порядка для 30 дат. Значения этих коэффициентов дали возможность вычислить безразмерные параметры ΔC_{n0}, ΔC_{nm}, Δd_{nm}, являющиеся, по сути дела, поправками в коэффициенты внешнего потенциала Земли за влияние атмосферы *.

---

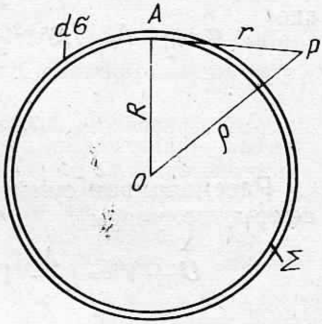
* В литературе [5] известна формула, выражающая поправку в силу тяжести за влияние атмосферы. В отличие от формулы из [5], где учтено влияние стандартной атмосферы, мы далее занимаемся влиянием реальной атмосферы по ее состоянию, фиксируемому гидрометеорологическими наблюдениями.

Мы предполагаем, что земная атмосфера сжата и сконденсирована на Земле в виде простого слоя толщиной b. На рисунке Земля принята за шар (Σ — поверхность Земли; $d\sigma$ — элемент поверхности слоя).

Потенциал простого слоя выражается так [1]:

$$V = f\int \frac{\mu d\sigma}{r}, \tag{1}$$

где μ — поверхностная плотность распределения масс, или плотность простого слоя; f — постоянная тяготения, $f = 66710^{-10}$ см^{3}Г$^{-1}\cdot$с$^{-2}$.



Сфера Σ.

Как известно,

$$\frac{1}{r} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{R^n}{\rho^{n+1}} P_n(\cos\psi). \tag{2}$$

Здесь R — радиус сферы, $R = OA$. Учитывая, что $d\sigma = R^2 d\sigma_1$ где $d\sigma_1$ — элемент поверхности единичной сферы Σ_1, и

$$Y_n = f\int_{\Sigma} \mu R^n P_n(\cos\psi)\, d\sigma, \tag{3}$$

имеем

$$Y_n = fR^2 \int_{\Sigma_1} R^n \mu P_n(\cos\psi)\, d\sigma_1. \tag{4}$$

Потенциал атмосферы представим в виде

$$V = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{Y_n}{\rho^{n+1}}. \tag{5}$$

Каждый член ряда (5) определяется по формуле

$$Y_n = b_n = \frac{2n+1}{4\pi} \int_{\Sigma_1} bP_n(\cos\psi)\, d\sigma_1, \tag{6}$$

где b — аномалии атмосферного давления. Введя обозначение $dm = b\delta d\sigma_1$, где δ — плотность ртути и $\delta b = \mu$, запишем

$$\delta b_n = \frac{2n+1}{4\pi} \int_{\Sigma_1} \mu P_n(\cos\psi)\, d\sigma_1. \tag{7}$$

Подставляя значение интеграла из выражения (7) в выражение (4), получаем

$$Y_n = fR^{n+2} \frac{4\pi}{2n+1} \delta b_n. \tag{8}$$

Слагающая b_n выражается, обычно, через разложения аномалий атмосферного давления b по элементарным сферическим функциям

$$Y_n = b_n = \sum_{m=0}^{n} (A_{nm} \cos m\lambda + B_{nm} \sin m\lambda)\, P_n^m(\theta). \tag{9}$$

Тогда Y_n выразится так:

$$Y_n = \sum_{m=0}^{n} (a_{nm} \cos m\lambda + b_{nm} \sin m\lambda)\, P_n^m(\theta), \tag{10}$$

где
$$a_{nm} = A_{nm}\, fR^{n+2} \frac{4\pi}{2n+1}\delta; \quad b_{nm} = B_{nm}\, fR^{n+2} \frac{4\pi}{2n+1}\delta;$$

$$a_{n0} = A_{n0}\, fR^{n+2} \frac{4\pi}{2n+1}\delta. \tag{11}$$

Рассматривая суммарный потенциал твердой Земли и атмосферы, получаем

$$U + V = f\frac{M}{\rho}\Big\{1 + \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a_0}{\rho}\right)^n [C_{n0} + \Delta C_{n0}]\, P_n(t) +$$
$$+ \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a_0}{\rho}\right)^n \sum_{m=1}^{n} C_{ns} + \Delta C_{nm} [\cos m\lambda\, P_n^m(\theta)] +$$
$$+ \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a_0}{\rho}\right)^n \sum_{m=1}^{n} d_{ns} + \Delta d_{nm} [\sin m\lambda P_n^m(\theta)]\Big\}. \tag{12}$$

Здесь $R = a_0$ — экваториальный радиус «общего земного эллипсоида»; M — масса Земли; f — постоянная тяготения Земли. Членом $f\,\frac{m_1}{\rho}$ вследствие его малости можем пренебречь (m_1 — масса атмосферы Земли).

Теперь видим, что:

$$\frac{a_{nm}}{fMa_0^n} = \Delta C_{nm}; \quad \frac{b_{nm}}{fMa_0^n} = \Delta d_{nm}; \quad \frac{a_{n0}}{fMa_0^n} = \Delta C_{n0}; \tag{13}$$

$$\frac{A'_{n0}}{fMa_0^n} = C_{n0}; \quad \frac{A'_{nm}}{fMa_0^n} = C_{ns}; \quad \frac{B'_{nm}}{fMa_0^n} = d_{ns}. \tag{14}$$

Здесь A'_{n0}, A'_{nm}, B'_{nm} — коэффициенты разложения гравитационного поля Земли по сферическим функциям.

Из формул (11) и (13) получаем значения поправок:

$$\Delta C_{n0} = \frac{A_{n0}\, a_0^2\, 4\pi\delta}{M(2n+1)}; \quad \Delta C_{nm} = \frac{A_{nm}\, a_0^2\, 4\pi\delta}{M(2n+1)}; \quad \Delta d_{nm} = \frac{B_{nm}\, a_0^2\, 4\pi\delta}{M(2n+1)}. \tag{15}$$

По формулам (15) мы вычислили ΔC_{n0}, ΔC_{nm}, Δd_{nm} с учетом членов до четвертого порядка включительно для 30 дат января, февраля и марта 1958 г., используя значения A_{n0}, A_{nm}, B_{nm}, полученные в работе [3]. Максимальное значение ΔC_{20} равно $-23{,}2710^{-10}$, а ΔC_{00} — $-22{,}0910^{10}$; с увеличением порядка разложения величины ΔC_{n0}, ΔC_{nm}, Δd_{nm} уменьшаются. Это свидетельствует о том, что при современной точности определения коэффициентов A'_{n0}, A'_{nm}, B'_{nm} разложения потенциала притяжения Земли по шаровым функциям, поправкой за перераспределение атмосферных масс не всегда можно пренебрегать.

Автор выражает благодарность проф. Н. К. Мигалю и проф. Г. А. Мещерякову за постановку задачи и внимание к работе.

Список литературы: 1. *Идельсон Н. И.* Теория потенциала. М.—Л., ГТТИ, 1932. 2. *Жонголович И. Д.* Потенциал земного притяжения. — «Бюлл. ИТА», IV, 1957, № 8 (81). 3. *Дячик Л. Н.* Разложение в ряд по сферическим функциям аномалий атмосферного давления. — «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», 1973, вып. 17. 4. *Жонголович И. Д.* Об определении размеров земного эллипсоида. — «Тр. ИТА», 1956, № 6. 5. *Ecker E., Mittermayer E.* Gravity Corrections for the Influence of the Atmosphere. — «Bollettino di Geofisica», Frieste, 1969.

Работа поступила 5 мая 1977 года. Рекомендована кафедрой высшей геодезии и астрономии Львовского политехнического института.