

П. М. ЗАЗУЛЯК

Львовский политехнический институт

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ
ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ ЛУНЫ
ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ
ПЛОТНОСТИ ЕЕ НЕДР**

Как известно, мерой отклонения от однородности планеты служит значение среднего момента инерции I/MR^2 , для определения которого используются стоксовы постоянные второго порядка (для однородного шара значение $I/MR^2=0,4$; если $I/MR^2 < 0,4$, то плотность с глубиной возрастает, а если $I/MR^2 > 0,4$, — плотность уменьшается).

В настоящее время в результате ряда исследований [3—6] появилась возможность использовать данные о гравитацион-

ном поле планеты не только для оценки характера распределения плотности в ее недрах, но и для построения плотностных моделей (совместно с результатами сейсмических исследований и данными анализа поверхностных пород). Согласно предложенной в работах [3—6] методике, распределение плотности между поверхностями разрыва представляется в виде полинома n -й степени относительно расстояния ρ ($\rho = \frac{r}{R}$, $0 \leq \rho \leq 1$)

с коэффициентами, являющимися функциями угловых координат ϑ и λ и безразмерных степенных моментов плотности $I_{pqr} = \frac{1}{MR^n} \int \delta x^p y^q z^r d\tau$, которые в свою очередь выражаются че-

рез известные стоксовы постоянные планеты.

Применяя этот метод для отыскания глобального распределения плотности недр Луны, ограничимся полиномом второй степени, поскольку, во-первых, стоксовы постоянные Луны высших порядков, необходимые для нахождения степенных моментов плотности тех же порядков, определены пока недостаточно точно, а, во-вторых, для полинома $\delta_2(\rho, \vartheta, \lambda)$ все коэффициенты могут быть найдены на основании значений, полученных из наблюдений.

При $n=2$ формула для трехмерного распределения плотности имеет вид * [6]

$$\delta_2(\rho, \vartheta, \lambda) = K + \Phi - \sum_{i=1}^k h_i \theta_i + \rho^2 (A \sin^2 \vartheta \cos^2 \lambda + B \sin^2 \vartheta \sin^2 \lambda + C \cos^2 \vartheta + E), \quad (1)$$

где $K = \frac{5}{4} \delta_{\text{ср}} [5I_{000} - 7(I_{200} + I_{020} + I_{002})]$;

$$\Phi = \frac{5}{4} \sum_{i=1}^k h_i \left[5(1 - \rho_i^3) - \frac{21}{5}(1 - \rho_i^5) \right]; \quad E = \frac{35}{4} \sum_{i=1}^k h_i (\rho_i^3 - \rho_i^5);$$

$$A = \frac{35}{4} \delta_{\text{ср}} (3I_{200} + I_{020} + I_{002} - I_{000}); \quad B = \frac{35}{4} \delta_{\text{ср}} (I_{200} + 3I_{020} + I_{002} - I_{000}); \quad C = \frac{35}{4} \delta_{\text{ср}} (I_{200} + I_{020} + 3I_{002} - I_{000}).$$

Здесь h_i — значение скачка плотности на границе разрыва ρ_i ; θ_i — стандартная разрывная функция, равная 0, если $\rho < \rho_i$, и равная 1, если $\rho > \rho_i$.

* Формула (1) записана с учетом того, что при отыскании распределения плотности лунных недр будут использованы стоксовы постоянные второго порядка, приведенные к главным осям инерции; в этом случае $I_{110} = I_{101} = I_{011} = 0$.

Безразмерный момент нулевого порядка $I_{000}=1$. Степенные моменты плотности второго порядка I_{200} , I_{020} , I_{002} выражаются через стоксовы постоянные Луны c_{20} , c_{22} и ее динамическое сжатие β так:

$$I_{200} = \frac{2c_{22} - c_{20}}{2\beta}; \quad I_{020} = \frac{(1 - 3\beta)c_{22}}{\beta} - \frac{(1 + \beta)c_{20}}{\beta};$$

$$I_{002} = \frac{2c_{22} - c_{20}}{2\beta}(1 - \beta).$$

Переход от трехмерного распределения (1) к одномерному (сферически симметричному) выполняется усреднением по сфере правой части выражения (1)

$$\delta_2(\rho) = K + \Phi - \sum_{i=1}^k h_i \theta_i + (D + E)\rho^2, \quad (2)$$

где

$$D = \frac{35}{12} \delta_{\text{ср}} [5(I_{200} + I_{020} + I_{002}) - 3I_{000}].$$

Если значения скачков плотности неизвестны, то их можно определить, используя формулу (2). Для этого необходимо знать радиусы ρ_i поверхностей разрывов плотности и ее значения δ_k в k точках, каждая из которых лежит между такими смежными поверхностями. Тогда, подставляя в выражение (2) значения указанных величин, получаем систему линейных уравнений, из решения которой найдем значения скачков плотности h_i [6].

При построении модельных распределений плотности в недрах Луны воспользуемся значениями $c_{20} = -2,047 \times 10^{-4}$, $c_{22} = 0,225 \times 10^{-4}$, $\beta = 6,306 \times 10^{-4}$, полученными в работе [7] в результате совместного уравнивания стоксовых постоянных второго порядка, динамических сжатий β и γ , а также неравенств в движении перигея и узла лунной орбиты и $\delta_{\text{ср}} = 3,344$ г/см³ [12]. Относительно других величин, принимаемых в качестве исходных, необходимо сказать следующее. По современным данным мощность лунной коры на видимой стороне в среднем оценивают примерно в 60 км [11—14]. Кроме того, в морских районах имеется скачок в скоростях сейсмических волн на глубинах 20—25 км. Однако отсутствие сейсмических данных в других регионах пока не позволяет однозначно определить, является ли двухслойное строение коры характерным для всей Луны или оно свойственно только морским районам. С одной стороны, различия в составе лунных морей и материков позволяют полагать, что в неморских районах кора однослойная. С другой стороны, если принять, согласно работе [9], что скачок в скоростях сейсмических волн на глубине 20—25 км обусловлен не изменениями в составе пород, а переходом от пород, характеризующихся наличием трещин и пустот, к более

монолитному материалу, то двухслойная кора возможна и в глобальном масштабе.

На основании приведенных выше рассуждений будем исходить из двух возможных вариантов строения лунной коры с глубиной. В первом случае примем кору однослойной мощностью 60 км, а во втором — двухслойной с толщиной верхней коры 20 км и нижней 40 км. Причем для верхней коры положим $\delta = 2,85 \text{ г/см}^3$ [9], а для нижней — $\delta = 3,0 \text{ г/см}^3$ [12]. В случае однослойной коры назначим ее плотность равной $2,95 \text{ г/см}^3$, что является средневесовым значением плотности верхней и нижней коры. Заметим, что, согласно данным работы [15], средняя плотность коренных пород лунных морей составляет $3,19 \text{ г/см}^3$, а материков — $2,97 \text{ г/см}^3$. Если учесть, что около 84% поверхности Луны приходится на материки, и допустить существование трещин и пустот [2], то принимаемое значение средней плотности коры $2,95 \text{ г/см}^3$ окажется согласованным с результатами работы [15].

Рассмотрим сначала несколько упрощенные модели, имеющие только кору и мантию, причем плотность ниже коры будем полагать непрерывной на всю глубину, и на примере таких моделей исследуем распределение плотности в зависимости от принимаемой структуры лунной коры.

На основании принятой методики модель с однослойной корой (мощностью 60 км и средней плотностью $2,95 \text{ г/см}^3$) описывается следующими выражениями:

а) при трехмерном распределении плотности

$$\delta(\rho, \vartheta, \lambda) = 3,439 - 0,401 \theta - \rho^2 (0,299 \sin^2 \vartheta \cos^2 \lambda + 0,304 \sin^2 \vartheta \sin^2 \lambda + 0,314 \cos^2 \vartheta - 0,214); \quad (3)$$

б) при осредненном одномерном распределении

$$\delta(\rho) = 3,439 - 0,401 \theta - 0,092 \rho^2. \quad (4)$$

Здесь значение θ равно 1 в коре и 0 в мантии.

Для вычисления скачка плотности на границе кора—мантия средняя плотность коры $\delta = 2,95 \text{ г/см}^3$ была задана на глубине 30 км. При этом значение скачка плотности оказалось $0,401 \text{ г/см}^3$. Малое значение коэффициента при ρ^2 указывает на то, что плотность возрастает с глубиной незначительно: для верха мантии она составляет $3,354 \text{ г/см}^3$, в центре Луны — $3,439 \text{ г/см}^3$.

В случае двухслойного строения коры для распределения плотности имеем

$$\delta(\rho, \vartheta, \lambda) = 3,438 - 0,148 \theta_1 - 0,352 \theta_2 - \rho^2 (0,299 \sin^2 \vartheta \cos^2 \lambda + 0,304 \sin^2 \vartheta \sin^2 \lambda + 0,314 \cos^2 \vartheta - 0,217) \quad (5)$$

$$\text{и} \quad \delta(\rho) = 3,438 - 0,148 \theta_1 - 0,352 \theta_2 - 0,089 \rho^2, \quad (6)$$

где

$$\theta_i = \begin{cases} 1, & \text{если } \rho > \rho_i; \\ 0, & \text{если } \rho < \rho_i, \end{cases} \quad (i = 1, 2).$$

Скачок плотности на границе верхняя—нижняя кора составляет $0,148 \text{ г/см}^3$, а на границе нижняя кора—мантия — $0,352 \text{ г/см}^3$. Для этой модели плотность кровли мантии Луны $3,355 \text{ г/см}^3$, а в ее центре — $3,438 \text{ г/см}^3$.

Таким образом, обе модели независимо от строения коры приводят практически к одинаковому распределению плотности в мантии.

Как известно, неприменные условия, которым должны отвечать все модели внутреннего строения Луны, — их согласованность с ее общей массой и моментом инерции. Вычисления, выполненные с этой целью, дали для обсуждаемых моделей $M=7,350 \times 10^{25} \text{ г}$ и $I/MR^2=0,3958$. Таким образом, полученные модели распределения плотности удовлетворяют условиям сохранения общей массы Луны и ее момента инерции [7], причем модели трехмерного распределения плотности развивают во внешнем пространстве гравитационное поле, совпадающее (с учетом стоксовых постоянных до второго порядка) с реальным полем Луны.

Поэтому такие модели объясняют установленные по данным наблюдений различия в моментах инерции Луны. Установить же другие особенности (например, концентрации масс в круговых морях) на основании этих моделей, естественно, невозможно, так как при их построении использованы гармонические коэффициенты c_{nm} и s_{nm} только второго порядка. Вследствие этого обсуждаемые модели описывают распределение плотности Луны лишь в глобальном масштабе. Для выявления же региональных скоплений масс необходимо учитывать гармонические коэффициенты высших порядков. Однако решить с нужной точностью этот вопрос на основании имеющихся моделей гравитационного поля пока еще не представляется возможным. Аналогичный вывод сделан и в работе [8].

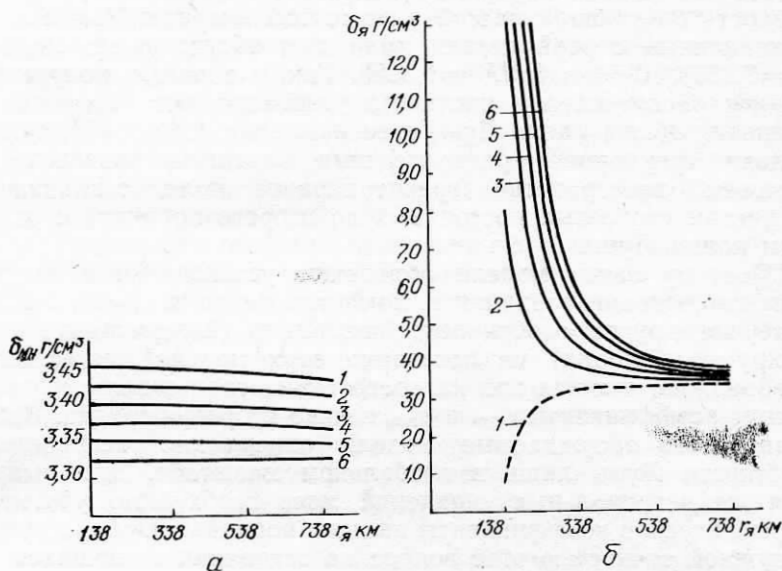
Значение плотности $3,35\text{—}3,36 \text{ г/см}^3$, полученное для кровли мантии, хотя и является несколько меньшим по сравнению с оценками других авторов [10—12], но вполне допустимо с точки зрения согласованности его с данными о прохождении упругих волн в верхнем слое мантии. С глубиной скорости сейсмических волн для плотностных моделей (4) и (6) должны несколько увеличиваться. И, действительно, используя соотношения

$$V_s = -0,60 + 1,52 \delta; \quad 2,5 \leq \delta \leq 4,5 \quad \text{и} \quad V_p = -2,40 + 3,12 \delta,$$

предложенные Болтом [1], для скоростей продольных и поперечных волн в верхнем слое мантии получаем $V_s \approx 4,5 \text{ км/с}$ и $V_p \approx 8,1 \text{ км/с}$, а на глубине 1000 км — $V_p \approx 8,3 \text{ км/с}$.

Эти значения скоростей находятся в пределах, допускаемых интерпретацией результатов сейсмических экспериментов [13]. Однако характер их изменения не согласуется с данными наблюдений, согласно которым скорости распространения упругих волн в мантии считаются почти постоянными с возможным

уменьшением в верхних слоях. Это различие, по-видимому, обусловлено, с одной стороны, тем, что при вычислении скоростей не учитывалась их зависимость от температуры и давления, и, с другой стороны, предположением о непрерывном изменении плотности в мантии с глубиной, принятым при построении плотностных моделей (4) и (6). Очевидно, введение и учет возможных скачков плотности в более глубоких недрах Луны может привести не только к изменению распределения плотности на



Зависимость плотности подошвы мантии $\delta_{\text{мн}}$ (а) и плотности ядра $\delta_{\text{я}}$ (б) от радиуса ядра $r_{\text{я}}$ и плотности кровли мантии $\delta_{\text{мв}}$.

данных глубинах, но и в верхних слоях мантии, за счет чего может быть достигнуто лучшее согласование скоростей («наблюдаемых» и вычисленных по модели).

Рассмотрим в связи с этим характер распределения плотности в моделях, в которых кроме скачка плотности на границе кора—мантия будем допускать существование еще одного скачка плотности. Для этого обсудим ряд построенных нами плотностных моделей, в которых поверхности разрывов плотности задавались на глубинах либо 1000 км (нижний предел зоны, где по оценкам разных авторов возможно частичное плавление вещества лунных недр [11, 13, 14]), либо ниже этой границы с выделением последними ядра небольших размеров [11]. Причем вследствие того, что плотность кровли мантии оценена еще не достаточно надежно, ее значение при вычислениях варьировалось в пределах 3,34—3,42 г/см³ с шагом 0,01 г/см³ для каждой заданной глубины разрыва. Во всех вариантах кору при-

нимали однослойной (мощностью 60 км и средней плотностью 2,95 г/см³).

Результаты вычисления плотности $\delta_{\text{МН}}$ в мантии у ее подошвы и $\delta_{\text{Я}}$ в предполагаемом ядре (практически равной плотности в центре Луны) в зависимости от плотности $\delta_{\text{МВ}}$ кровли мантии и радиуса ядра $r_{\text{Я}}$ показаны на рисунке. Пользуясь данными, приведенными на рисунке, и значениями коэффициента L (таблица), характеризующего изменение плотности с глубиной,

Значения коэффициента $L=L(\delta_{\text{МВ}}, r_{\text{Я}})$

$\delta_{\text{МВ}}, \text{ г/см}^3$	$r_{\text{Я}}, \text{ км}$			
	738	538	338	138
3,35	-0,107	-0,106	-0,106	-0,105
3,36	-0,065	-0,067	-0,067	-0,068
3,37	-0,024	-0,027	-0,029	-0,030
3,38	0,018	0,012	0,009	0,008
3,39	0,059	0,052	0,047	0,045
3,40	0,101	0,091	0,086	0,083

распределение плотности для каждой модели можно представить в виде

$$\delta(\rho) = \delta_{\text{Я}} - \sum_{i=1}^2 h_i \theta_i + L\rho^2, \quad (7)$$

а затем легко найти значение плотности на любой глубине. Скачок плотности на границе кора—мантия находим как разность плотности кровли мантии $\delta_{\text{МВ}}$ и плотности коры (2,95 г/см³), а на границе второго разрыва — как разность $\delta_{\text{Я}}$ и $\delta_{\text{МН}}$.

Заметим, что для всех построенных моделей выполняются условия сохранения общей массы Луны и значения ее среднего момента инерции.

В зависимости от принимаемого значения плотности кровли мантии $\delta_{\text{МВ}}$ можно привести следующие характеристики распределения плотности лунных недр:

1) при плотности верха мантии $\delta_{\text{МВ}} \leq 3,35$ г/см³ плотность на границе второго разрыва уменьшается скачкообразно, но при этом монотонно возрастает на участках между разрывами;

2) если $3,36 < \delta_{\text{МВ}} < 3,38$ г/см³, то плотность с глубиной почти постоянна, а на границах разрывов возрастает скачкообразно;

3) в предположении, что $\delta_{\text{МВ}} \geq 3,38$ г/см³, плотность лунных недр уменьшается с глубиной на участках, где она представлена непрерывной функцией, а на границах разрывов увеличивается скачком.

Интересно, что отмеченные качественные особенности распределения плотности практически не связаны с конкретизацией глубины второго скачка плотности.

По ряду причин представляется сомнительной возможность существования распределения плотности в недрах Луны, полученного при условии плотности кровли мантии, меньшей значения $3,35 \text{ г/см}^3$. Во-первых, такие модели являются гравитационно неустойчивыми [9, 12]. Во-вторых, для объяснения напряжений, возникающих в недрах Луны вследствие меньшей плотности нижележащего слоя, требуется, чтобы недра на этих глубинах были достаточно жесткими, в то время как из результатов сейсмических исследований следует, что вещество Луны на глубинах 800—1000 км может быть в частично расплавленном состоянии [11—13]. И, в-третьих, в таких моделях плотность в мантии возрастает сравнительно быстро*. Это трудно согласовать с тем, что скорости распространения сейсмических волн в этой зоне почти постоянны или даже несколько уменьшаются с глубиной.

Результаты вычислений разных вариантов плотностных моделей показывают, что при наличии разрыва плотности на глубине 1000 км плотность ниже этой границы отличается от плотности мантии незначительно. Так, в модели с плотностью кровли мантии $\delta_{\text{мв}} = 3,36 \text{ г/см}^3$ это различие составляет $0,04 \text{ г/см}^3$, а в случае $\delta_{\text{мв}} = 3,40 - 0,30 \text{ г/см}^3$. Таким образом, результаты наших вычислений моделей распределения плотности согласуются с выводами о невозможности существования у Луны богатого железом ядра радиусом $\sim 700 \text{ км}$, сделанными ранее рядом авторов [11, 12, 14] на основании иных данных. Если принять существование лунного ядра с плотностью примерно 8 г/см^3 , то такое ядро возможно только при его небольших размерах: с учетом неопределенности в значении плотности верхней мантии $140 < r_{\text{я}} < 270 \text{ км}$. Для менее плотного ядра границы возможных значений его радиуса увеличиваются (рисунок).

Принимая во внимание имеющиеся в настоящее время данные о распространении упругих волн в лунной мантии [11—14] и выводы ряда авторов [11, 14] о значениях плотности в ее верхнем слое, мы выделяем в качестве более возможных два варианта моделей глобального распределения плотности лунных недр:

1) в случае отсутствия плотного ядра Луны

$$\delta(\rho) = 3,53 - 0,43\theta_1 - 0,17\theta_2 + 0,018\rho^2; \quad (8)$$

2) в предположении наличия ядра плотностью $8,0 \text{ г/см}^3$ радиусом $\sim 220 \text{ км}$

$$\delta(\rho) = 8,00 - 0,43\theta_1 - 4,63\theta_2 + 0,009\rho^2. \quad (9)$$

В обоих случаях $\theta_1 = 1$ в коре и 0 ниже границы кора—мантия. В формуле (8) θ_2 равно 1 до глубины 1000 км, а в формуле (9) до глубины $\sim 1520 \text{ км}$; ниже указанных глубин $\theta_2 = 0$.

* Возрастание плотности с глубиной в модели, построенной при $\delta_{\text{мв}} = 3,34 \text{ г/см}^3$, примерно в 1,5 раза больше по сравнению с моделями (4) и (6).

В модельном распределении плотности (8) плотность коры $2,95 \text{ г/см}^3$; скачок плотности на границе кора—мантия составляет $0,43 \text{ г/см}^3$; плотность кровли мантии $3,38 \text{ г/см}^3$; на глубине 1000 км плотность увеличивается скачком на $0,17 \text{ г/см}^3$ и достигает в центре Луны $3,53 \text{ г/см}^3$.

Для плотностной модели с ядром небольших размеров (9) распределение плотности до границы мантия—ядро такое же, как и в предыдущем случае, а на указанной границе скачок плотности составляет $4,63 \text{ г/см}^3$.

Естественно, что выделенные здесь варианты распределения плотности Луны можно рассматривать как сугубо предварительные. Получение более достоверных моделей возможно только по мере поступления новой информации о свойствах глубинных недр Луны. В этом случае приведенные на рисунке зависимости дадут возможность сравнительно просто оценить распределение плотности лунных недр без выполнения каких-либо дополнительных вычислений.

Список литературы: 1. Введение в физику Луны. Под ред. В. Н. Жаркова. М., «Наука», 1969. 2. *Кляссен И.* Дегазация Луны, III. Моря и недра. — «Астрон. вестник», 1974, т. 8, № 2. 3. *Мещеряков Г. А.* Динамическая фигура Луны и распределение плотности лунных недр. — «Астрон. журнал», 1973, т. 50, № 1. 4. *Мещеряков Г. А.* Использование стоксовых постоянных Земли для уточнения ее механических моделей. — «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», 1975, вып. 21. 5. *Мещеряков Г. А., Голикова А. В., Дейнека Ю. П.* О некоторых новых моделях Земли. — «Геофизический сборник АН УССР», 1974, вып. 60. 6. *Мещеряков Г. А., Дейнека Ю. П.* О построении глобальных механических моделей Земли. — «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», 1975, вып. 21. 7. *Мещеряков Г. А., Зазуляк П. М., Киричук В. В.* О вычислении моментов инерции Луны. — «Астрон. журнал», 1976, т. 53, № 3. 8. *Burša M.* Deflections of the vertical at lunar mascons. — «Bull. Astron. Inst. Czechosl.», 1975, v. 26, № 6. 9. *Gast P. W., Giuli R. T.* Density of the lunar interior. — «Earth and Planet. Sci. Lett.», 1972, v. 16, № 2. 10. *Kaula W. M., Lingenfelter R. E., Schubert G., Sjogren W. L., Wollenhaupt W. R.* Apollo laser altimetry and inferences as to lunar structure. — «Moon», 1974, v. 11, № 1/2. 11. *Nakamura V., Latham G., Lammlein D., Ewing M., Duenuebier F., Dorman I.* Deep lunar interior inferred from recent seismic data. — «Geophys. Res. Lett.», 1974, v. 1, № 3. 12. *Solomon S. C., Toksöz M. N.* Internal constitution and evolution of the Moon. — «Phys. Earth and Planet. Inter.», 1973, № 7. 13. *Toksöz M. N.* Geophysical data and the interior of the Moon. — «Annu. Rev. Earth and Planet. Sci.», Palo Alto, Calif., 1974, v. 2. 14. *Toksöz M. N., Dainty A. M., Solomon S. C., Anderson K. R.* Structure of the Moon. — «Rev. Geophys. and Space Phys.», 1974, v. 12, № 4. 15. *Turkevich A. L.* Average chemical composition of the lunar surface. — «Moon», 1973, v. 8, № 3.

Работа поступила 6 мая 1977 года. Рекомендована кафедрой теории математической обработки геодезических измерений Львовского политехнического института.