

УДК 528.061.2

Д. И. МАСЛИЧ

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕФРАКЦИИ ПРИ НАБЛЮДЕНИИ ВЫСОКИХ ОБЪЕКТОВ В АТМОСФЕРЕ

Для точного определения положения объектов, расположенных на больших высотах относительно земной поверхности, что особенно важно в геодезических измерениях, необходимо учитывать искривление траектории волн, вызванное преломлением земной атмосферы или земной рефракцией. Преломление в атмосфере видимого света для космических тел (астрономическая рефракция) изучено достаточно полно. При использовании электромагнитных волн других диапазонов, как правило, также используются формулы астрономической рефракции. Но это не всегда оправдано. Астрономическую рефракцию вычисляют для объектов, расположенных вне земной атмосферы. Кривизна траектории волн объектов в земной атмосфере является функцией их высоты над земной поверхностью. Последнее требует учета стратификации земной атмосферы, которая с высотой сильно меняется.

По современным данным [5, 7], земная атмосфера в зависимости от изменения с высотой главных метеоэлементов делится на шесть основных слоев: тропосферу — от поверхности Земли до 11 км, стратосферу — от 11 до 50 км, мезосферу — от 50 до 90 км, термосферу — от 90 до 500 км, экзосферу — от 500 до 2000 км и магнитосферу — от 2000 км до верхней границы атмосферы. Между ними располагаются переходные слои: тропопауза, стратопауза, мезопауза, термопауза. По составу воздуха атмосфера делится на гомосферу с относительно постоянным составом газов и постоянным молекулярным весом воздуха (гомосфера простирается до высоты 95 км) и гетеросферу, в которой молекулярный вес воздуха меняется с высотой. Кроме того выделяют ионосферу с повышенной концентрацией ионов, она начинается на высоте около 60 км и простирается до нескольких сот километров. Ионосфера обладает повышенной электропроводимостью и имеет способность отражать электромагнитные волны.

Структура нижних слоев атмосферы изучена достаточно полно [5, 7], чего нельзя сказать о верхних слоях. Верхняя атмосфера представляет собой многокомпонентную смесь газов, поглощающую коротковолновую солнечную и корпускулярную радиацию. В результате происходят реакции диссоциации молекул, ионизации атомов, рекомбинации ионов, процессы переноса массы и энергии, что вызывает отклонение от термодинамического равновесия. Детальные исследования термосферы и экзосферы [1] показали большую их изменяемость и зависимость от солнечной деятельности. Еще больше от деятельности Солнца зависит состояние магнитосферы.

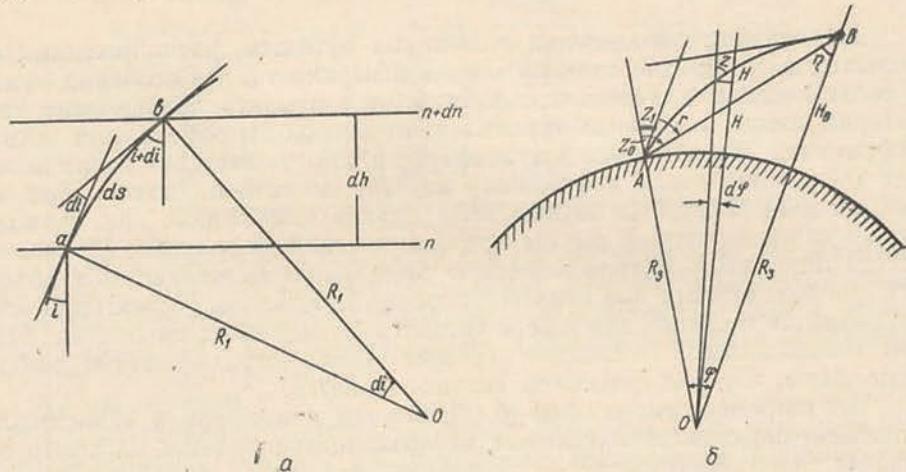
Характер распространения электромагнитных волн в атмосфере обусловлен ее свойствами, состоянием и происходящими в ней процес-

сами. Совокупное влияние этих факторов является причиной проявления таких эффектов, как преломление, отражение, поглощение (полное и неполное), рассеивание электромагнитных волн, действие каждого из которых зависит от длины волны. Наша цель исследовать только преломление электромагнитных волн.

Так как в каждом слое атмосферы изменение с высотой основных метеоэлементов имеет свои характерные особенности, то общее преломление (рефракцию)  $r_{\text{общ}}$  следует определять как суммарную величину рефракций в каждом отдельном слое:

$$r_{\text{общ}} = r_{\text{тр}} + r_{\text{ст}} + r_{\text{м}} + r_{\text{тер}} + r_{\text{эк}} + r_{\text{маг}}, \quad (1)$$

где  $r_{\text{тр}}$ ,  $r_{\text{ст}}$ ,  $r_{\text{м}}$ ,  $r_{\text{тер}}$ ,  $r_{\text{эк}}$ ,  $r_{\text{маг}}$  — величины преломлений (рефракций) соответственно в тропосфере, стратосфере, мезосфере, термосфере, экзосфере и магнитосфере. Количество слагаемых при определении общей рефракции будет зависеть от высоты объекта.



К выводу формулы:

*a* — для радиуса кривизны траектории электромагнитной волны; *b* — рефракции электромагнитных волн на высокий объект.

В геодезических работах при определении высот по измеренным зенитным расстояниям для учета преломления световых волн обычно пользуются коэффициентом рефракции  $k$ . Рассмотрим, в какой мере он применим при наблюдении высоких объектов.

Известно, что коэффициент рефракции равен отношению радиуса кривизны Земли  $R_3$  к радиусу траектории волны в данной точке  $R_1$ :

$$k = \frac{R_3}{R_1}. \quad (2)$$

Для выражения  $R_1$  через показатель преломления  $n$  рассмотрим дифференциально малый слой воздуха высотой  $dh$ , ограниченный двумя поверхностями с постоянными показателями преломления  $n$  и  $n+dn$  (см. рисунок, *a*). Волна, падающая на нижнюю поверхность под углом  $i$ , преломляется и падает на верхнюю поверхность под углом  $i+di$ . Вследствие малости рассматриваемого слоя траекторию волны  $ds=ab$  будет считать кривой с радиусом кривизны  $R_1$ . Радиусы  $O_a$  и  $O_b$  являются нормалью к кривой в точках *a* и *b*. Из чертежа видно, что угол между касательными к кривой в точках *a* и *b* и при точке *O* равен  $di$ .

Для радиуса кривизны можем записать

$$R_1 = \frac{ds}{di} = \frac{dh}{\cos(i+di) di}. \quad (3)$$

Принимая во внимание малость угла  $di$ ,  $\cos di = 1$ ; опуская малые величины второго порядка и учитывая, что [6, 7]

$$\cos i di = -\frac{dn \sin i}{n},$$

получаем

$$R_1 = \frac{-n}{\frac{dn}{dh} \sin i} = -\frac{n}{g_n \sin i}. \quad (4)$$

Величина  $\frac{dn}{dh} = g_n$  представляет собой вертикальный градиент показателя преломления. Знак минус показывает, что траектория имеет положительную кривизну, то есть обращена выпуклостью вверх, когда  $g_n < 0$ . Подставляя значения  $R_1$  в формулу (2), имеем

$$k = -\frac{R_3 g_n \sin i}{n}. \quad (5)$$

С достаточной степенью точности угол  $i$  можно принять равным измеренному зенитному расстоянию на объект  $z$ , тогда

$$k = -\frac{R_3 g_n \sin z}{n}. \quad (6)$$

Из формул (2), (5) и (6) видно, что коэффициент рефракции имеет смысл лишь в том случае, когда изменения вертикального градиента показателя преломления с высотой незначительны. Тогда можно принимать для радиуса траектории волны какое-то определенное значение. Данное упрощение имеет место, когда траектория волны располагается вдоль земной поверхности.

При наблюдении высоких объектов в атмосфере, когда величина вертикального градиента показателя преломления с высотой заметно изменяется, изменяется и кривизна траектории волн, а следовательно, и коэффициент рефракции. Это исключает возможность его использования для учета влияния рефракции на измеренные зенитные расстояния. Чтобы получить истинные зенитные расстояния, определяют величину угла рефракции в пункте наблюдения.

Рассмотрим вопрос о получении формулы для определения величины рефракции при наблюдении на высокие объекты. Пусть волна распространяется от объекта в точке  $B$  к наблюдателю в точке  $A$  (см. рисунок, б). На рисунке через  $R_3$  обозначен радиус Земли,  $H_B$  — высота точки,  $\varphi$  — центральный угол на точки  $A$  и  $B$ .

Из рисунка видно, что величина рефракции в точке  $A$  определяется как разность истинного зенитного расстояния  $z_0$  и видимого зенитного расстояния  $z_1$ .

$$r = z_0 - z_1.$$

Величину  $z_0$  (как внешний угол треугольника АOB) находим из равенства

$$z_0 = \eta + \varphi,$$

а

$$\frac{\sin \eta}{\sin z_0} = \frac{R_3}{R_3 + H_B}.$$

Таким образом получаем известную формулу [8]

$$r = \phi + \arcsin \left( \frac{R_3}{R_3 + H_B} \sin z_0 \right) - z_1. \quad (7)$$

Элементарный центральный угол  $d\phi$  определится из соотношения

$$d\phi = \frac{ds \sin z}{R_3 + H} = \frac{dH \operatorname{tg} z}{R_3 + H}, \quad (8)$$

где  $z$  — текущее видимое зенитное расстояние вдоль траектории волны.

Для определения  $\operatorname{tg} z$  используем известное уравнение траектории волны в сферически неоднородной слоистой среде [7, 9]

$$n(R_3 + H) \sin i = \text{const} \quad (9)$$

или, учитывая зависимость между показателем преломления и относительной диэлектрической проницаемостью атмосферы, имеющей вид  $n = \sqrt{\epsilon}$ , можем записать

$$\sqrt{\epsilon_1} R_3 \sin z_1 = \sqrt{\epsilon} (R_3 + H) \sin z, \quad (10)$$

где  $\epsilon_1$  — относительная диэлектрическая проницаемость атмосферы вблизи поверхности Земли.

Откуда

$$\operatorname{tg} z = \frac{\sqrt{\epsilon_1} R_3 \sin z_1}{\sqrt{\epsilon} (R_3 + H) \sqrt{1 - \left[ \frac{\sqrt{\epsilon_1} R_3 \sin z_1}{\sqrt{\epsilon} (R_3 + H)} \right]^2}}, \quad (11)$$

а также

$$\operatorname{tg} z = \frac{n_1 R_3 \sin z_1}{n (R_3 + H) \sqrt{1 - \left[ \frac{n_1 R_3 \sin z_1}{n (R_3 + H)} \right]^2}}, \quad (12)$$

где  $n_1$  — показатель преломления атмосферы вблизи поверхности Земли.

Подставляя (11) в (8) и затем интегрируя, получаем

$$\Phi = \int_0^H \frac{\sqrt{\epsilon_1} R_3 \sin z_1}{(R_3 + H) \sqrt{\epsilon} (R_3 + H)^2 - \epsilon_1 R_3^2 \sin^2 z_1} dH. \quad (13)$$

Для величины рефракции в нижней точке окончательно имеем

$$r = \int_0^H \frac{\sqrt{\epsilon_1} R_3 \sin z_1 dH}{(R_3 + H) \sqrt{\epsilon} (R_3 + H)^2 - \epsilon_1 R_3^2 \sin^2 z_1} + \arcsin \left( \frac{R_3}{R_3 + H} \sin z \right) - z_1. \quad (14)$$

Полученная формула показывает зависимость рефракции электромагнитных волн от высоты объекта над земной поверхностью  $H$ , его зенитного расстояния  $z_1$  и величины  $\epsilon$ .

Относительную диэлектрическую проницаемость  $\epsilon$ , так же как и показатель преломления  $n$ , можно выразить по-разному в зависимости от многих факторов. При распространении электромагнитных колебаний происходит их взаимодействие с электромагнитными полями частиц

среды. Это взаимодействие может быть описано следующей формулой [4]:

$$n^2(1-\chi)^2 = 1 + 4\pi N_0 \frac{e^2}{m_e} \frac{(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2) + \left(\frac{a}{m_e}\right)^2}, \quad (15)$$

где  $N_0$  — количество частиц в единице объема,  $\omega$  — несущая частота излучения,  $e$  и  $m$  — соответственно заряд и масса частицы, принимающей участие во взаимодействии с излучением,  $\omega_0$  — собственная частота колебания частицы,  $\chi$  — коэффициент поглощения,  $a$  — коэффициент затухания.

Так как поглощение электромагнитных волн в атмосфере незначительное, то формулу для показателя преломления можно написать в виде

$$\epsilon = n^2 = 1 + \frac{4\pi N_0 e^2}{m_e (\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (16)$$

Воздух представляет собой смесь газов. Поэтому формула (16) для смеси газов из различных частиц принимает вид

$$\epsilon = n^2 = 1 + \frac{4\pi e^2}{m_e} \sum \frac{N_{0,i}}{(\omega_{0,i}^2 - \omega^2)}. \quad (17)$$

Подставляя в формулу (14) вместо  $\epsilon$  значение, выражающее его молекулярную характеристику по формуле (17), имеем

$$r = V \bar{\epsilon}_1 R_3 \sin z_1 \int_0^H (R_3 + H)^2 \left( 1 + \frac{4\pi e^2}{m_e} \sum \frac{N_{0,i}}{(\omega_{0,i}^2 - \omega^2)} \right) - \bar{\epsilon}_1 R_3^2 \sin^2 z_1 \right]^{-\frac{1}{2}} \times \\ \times \frac{dH}{R_3 + H} + \arcsin \left( \frac{R_3}{R_3 + H} \sin z \right) - z_1. \quad (18)$$

Для вычисления рефракции по этой формуле надо учитывать следующее. Коэффициент преломления в основном зависит от взаимодействия с излучением электронов [4, 9], поэтому величины  $e$ ,  $m_e$  и  $\omega_0$  следует принимать равными соответственно заряду, массе и собственной частоте колебаний электрона. Количество частиц в единице объема  $N_0$  изменяется с высотой. В работах по метеорологии [1, 5] приводятся средние значения  $N_0$  для каждого слоя атмосферы или описывается их изменение с высотой. Таким образом, для получения интеграла по данной формуле можно применить метод численного суммирования, используя для каждого слоя (формула (1)) осредненные значения, определенные многими исследованиями. При нахождении величины рефракции для заданного момента времени и заданного района можно воспользоваться результатами измерений молекулярной структуры атмосферы с помощью геофизических ракет, запускаемых на требуемую высоту, или измерениями другими способами.

Если известно распределение с высотой главных метеорологических элементов, то можно воспользоваться такой формулой. Подставим в (8) значение (12) и, интегрируя, найдем:

$$\Phi = \int_0^H \frac{n_1 R_3 \sin z_1}{(R_3 + H) \sqrt{n^2 (R_3 + H)^2 - n_1^2 R_3^2 \sin^2 z_1}} dH. \quad (19)$$

Величина рефракции в нижней точке получится

$$r = n_1 R_3 \sin z_1 \int_0^H \frac{dH}{(R_3 + H) \sqrt{n^2 (R_3 + H)^2 - n_1^2 R_3^2 \sin^2 z_1}} + \\ + \arcsin \left( \frac{R_3}{R_3 + H} \sin z \right) - z_1. \quad (20)$$

Определение показателя преломления атмосферы вблизи поверхности Земли  $n_1$  в диапазоне световых волн с большой степенью точности производят по формуле

$$n_L = 1 + \frac{n_g - 1}{1 + at} \cdot \frac{P}{760} - \frac{55 \cdot 10^{-9}}{1 + at} \cdot e, \quad (21)$$

а для радиоволн сантиметрового диапазона по формуле

$$n_r = 1 + \left[ \frac{103,49}{T} (P - e) + \frac{86,26}{T} \left( 1 + \frac{5748}{T} \right) e \right] \cdot 10^{-6}, \quad (22)$$

где  $n_L$  — эффективный показатель преломления воздуха для света при фактических атмосферных условиях;  $n_g$  — эффективный показатель преломления сухого воздуха для модулированного света при  $t = 0^\circ$  и  $P = 760$  мм рт. ст.;  $a$  — газовая постоянная, равная  $\frac{1}{273,16}$ ;  $t$  — температура воздуха,  $^\circ\text{C}$ ;  $P$  — атмосферное давление, мм рт. ст.;  $e$  — абсолютная влажность воздуха, мм рт. ст.;  $T$  — температура воздуха,  $^\circ\text{K}$ .

Для определения величины  $n$ , находящейся под знаком интеграла, можно воспользоваться приближенными формулами. Для волн оптического диапазона

$$n = 1 + \left[ \frac{77,6}{T} P + \frac{0,584}{T \lambda^2} \cdot P \right] \cdot 10^{-6}. \quad (23)$$

для радиоволн

$$n = 1 + \left[ \frac{77,6}{T} \left( P + \frac{4743}{T} \cdot e \right) \right] \cdot 10^{-6}, \quad (24)$$

где  $\lambda$  — длина волны, мкм,  $P$  и  $e$ , мбар.

Следует иметь в виду, что коэффициент преломления не зависит от частоты для длин волн более 1 см.

В работе [2] А. А. Изотов, определяя показатель преломления  $n$ , выражает его таким образом:

$$n - 1 = A \frac{P}{T} - B \frac{e}{T} + C \frac{e}{T^2}. \quad (25)$$

Входящие в эту формулу коэффициенты  $A$ ,  $B$  и  $C$  зависят от длины электромагнитных волн и могут быть найдены экспериментально. Способы определения величин  $T$ ,  $P$  и  $e$  различны. Для тропосферы можно использовать закономерности их изменения с высотой [7]:

$$P = P_0 \left( 1 - \frac{\gamma H}{T_0} \right)^{\frac{g}{R}}, \quad (26)$$

$$T = T_0 - \gamma H. \quad (27)$$

$$e = e_0 \cdot 10^{-aH - bH^2}. \quad (28)$$

В этих формулах  $P$ ,  $T$  и  $e$  обозначают давление, температуру и влажность на заданной высоте  $H$ ;  $P_0$ ,  $T_0$  и  $e_0$  — то же у поверхности Земли;  $\gamma = -\frac{dT}{dh}$  — вертикальный градиент температуры;  $g$  — ускорение силы тяжести;  $R$  — удельная газовая постоянная, отнесенная к 1 г воздуха, причем  $R = 2,87 \cdot 10^6$  эрг/г·град;  $a$  и  $b$  — эмпирические коэффициенты (при определении над Москвой равные соответственно 0,085 и 0,016).

Тогда, подставляя (26), (27) и (28) в формулу (25), получаем

$$n = 1 + A \frac{P_0 \left(1 - \frac{\gamma H}{T_0}\right)^{\frac{g}{R\gamma}}}{T_0 - \gamma H} - B \frac{e_0 \cdot 10^{-aH-bH^2}}{T_0 - \gamma H} + C \frac{e_0 \cdot 10^{-aH-bH^2}}{(T_0 - \gamma H)^2}. \quad (29)$$

Для радиоволны с  $\lambda > 1$  см выражение для  $n$  можно получить с использованием формулы (24)

$$n = 1 + \left[ 77,6 \frac{P_0 \left(1 - \frac{\gamma H}{T_0}\right)^{\frac{g}{R\gamma}}}{T_0 - \gamma H} + 368057 \frac{e_0 \cdot 10^{-aH-bH^2}}{(T_0 - \gamma H)^2} \right] \cdot 10^{-6}. \quad (30)$$

Подставляя полученное значение  $n$  из (29) и (30) в (20), находим

$$r = \int_0^H \frac{dH}{(R_3 + H) \sqrt{\left\{ 1 + \frac{1}{T_0 - \gamma H} \left[ AP_0 \left(1 - \frac{\gamma H}{T_0}\right)^{\frac{g}{R\gamma}} - Be_0 \cdot 10^{-aH-bH^2} + C \frac{e_0 \cdot 10^{-aH-bH^2}}{T_0 - \gamma H} \right] \right\}^2 (R_3 + H)^2 - n_1^2 R_3^2 \sin^2 z_1}} \times \\ \times n_1 R_3 \sin z_1 + \arcsin \left( \frac{R_3}{R_3 + H} \sin z \right) - z_1; \quad (31)$$

$$r_p = \int_0^H \frac{dH}{(R_3 + H) \sqrt{\left\{ 1 + \frac{77,6 \cdot 10^{-6}}{T_0 - \gamma H} \left[ P_0 \left(1 - \frac{\gamma H}{T_0}\right)^{\frac{g}{R\gamma}} - 4743 \frac{e_0 \cdot 10^{-aH-bH^2}}{T_0 - \gamma H} \right] \right\}^2 (R_3 + H)^2 - n_1^2 R_3^2 \sin^2 z_1}} \times \\ \times n_1 R_3 \sin z_1 + \arcsin \left( \frac{R_3}{R_3 + H} \sin z \right) - z_1. \quad (32)$$

Для световых волн, где можно пренебречь эффектом влажности, формула (31) имеет вид

$$r_c = n_1 R_3 \sin z_1 \int_0^H \frac{dH}{(R_3 + H) \sqrt{\left[ 1 + A \frac{P_0 \left(1 - \frac{\gamma H}{T_0}\right)^{\frac{g}{R\gamma}}}{T_0 - \gamma H} \right] (R_3 + H)^2 - n_1^2 R_3^2 \sin^2 z_1}} + \\ + \arcsin \left( \frac{R_3}{R_3 + H} \sin z \right) - z_1. \quad (33)$$

Входящие в (31), (32) и (33) переменные величины  $\gamma$ ,  $a$  и  $b$  для тропосфера достаточно исследованы [5, 6, 7]. Что касается более высоких слоев, то надо помнить, что влажность с высотой быстро убывает, а облачность распространяется только до тропопаузы. Поэтому практически влажность в верхних слоях, начиная со стратосферы, можно не учитывать и для вычисления рефракции для всех диапазонов использовать формулу (33). При этом необходимо иметь в виду, что величина  $\gamma$  для каждого слоя будет иметь свое значение. Вычисление можно производить методом численного суммирования.

Полученные формулы (31), (32) и (33) существенно отличаются от других известных формул для определения рефракций, например, приводимых в работе [3]. Они являются наиболее общими, так как в них входят все величины, определяющие рефракцию в зависимости от высоты над поверхностью Земли. Данные формулы позволяют вычислять рефракцию для траектории электромагнитных волн при заданном законе изменения показателя преломления  $n$ . Они могут быть значительно упрощены, если задаться определенными величинами параметров  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $T_0$ ,  $P_0$ ,  $e_0$ ,  $n_1$ ,  $R_3$ ,  $\gamma$ ,  $R$  и  $g$ . Используя эти формулы, можно составить таблицы для значений  $r$  по аргументам  $z$  и  $H$ .

Для гетеросфера, начиная примерно с 90 км, где благодаря диссоциации кислорода и азота молекулярный вес уменьшается с высотой, следует пользоваться формулой (18), позволяющей находить величину рефракции по молекулярным характеристикам.

В настоящее время при вычислении рефракции для каждого слоя можно пользоваться стандартной атмосферой, рассчитанной по последним данным запуска ракет и спутников. В ней приводятся необходимые сведения о значениях метеорологических элементов (плотности, температуры, давления, влажности воздуха, скорости ветра) и молекулярных характеристиках на различных высотах.

Поправки за рефракцию для объектов на высотах от 5 до 300 км с использованием стандартной атмосферы для световых волн вычислены Колчинским И. Г. [3]. При вычислениях использовались преобразованные формулы астрономической рефракции, а интегралы определялись численным суммированием на электронно-вычислительной машине.

Но вычисленные с помощью стандартной атмосферы значения рефракции имеют среднестатистический характер. Отклонение действительных значений от вычисленных обусловлено наличием аномальной стратификации воздуха. Поэтому детальное изучение распространения с высотой основных метеорологических элементов для конкретных районов имеет решающее значение для более уверенного определения рефракции и, следовательно, для повышения точности измерений на высокие объекты с помощью электромагнитных волн.

#### ЛИТЕРАТУРА

- Изаков М. Н. О структуре нейтральной верхней атмосферы. Space Science Reviews 7 (1967) 579—641; D. Reidel Publishing Company, Dordrecht—Holland.
- Изотов А. А. О физических редукциях светодальномерных измерений. Acta Geodaet. Geophys. et Montanist. Acad. Sci Hung. Tomus 1 (1—2), 1966.
- Колчинский И. Г. Поправка за рефракцию при наблюдении объектов на высоте 5—300 км. «Геодезия и картография», № 11, 1968.
- Маслич Д. И., Хижак Л. С., Романюк С. М. О коэффициенте рефракции в атмосфере для инфракрасного излучения (в диапазоне спектра 1—6 мкм). Изв. вузов, разд. «Геодезия и аэрофотосъемка», вып. 2, 1968.
- Матвеев Л. Т. Основы общей метеорологии. Физика атмосферы. Л., Гидрометеоиздат, 1965.
- Распространение ультракоротких радиоволн. «Советское радио», М., 1954.
- Тверской П. Н. Курс метеорологии (физика атмосферы). Л., Гидрометеоиздат, 1962.
- Фесенков В. Способ определения температурного градиента по земной рефракции. «Астрономический журнал», VIII, № 3—4, 1931.
- Яворский Б. М., Детлаф А. А. Курс физики, т. III, «Высшая школа», М., 1967.