УДК 528.51

А. Л. ОСТРОВСКИЙ, д-р техн. наук, В. П. ВАСИЛЬЧЕНКО
Львовский политехнический институт

# ИССЛЕДОВАНИЕ ТОРСИОНОВ ГИРОТЕОДОЛИТОВ Ги-Б2 МОМ

Снижение влияния ошибок определения положения нуль-нкта свободных колебаний чувствительного элемента $A_{нп}$ на нечные результаты существенно повышает точность гироско-ческого ориентирования. Средняя квадратическая погреш-сть определения нуль-пункта свободных колебаний чувстви-льного элемента включает: погрешности системы слежения сл, погрешность определения нуль-пункта $m_0$ и погрешность, язанную с дрейфом нуль-пункта свободных колебаний $m_д$

$$m_{A_{нп}} = \sqrt{m_{сл}^2 + m_0^2 + m_д^2}. \qquad (1)$$

Из трех слагаемых подкоренного выражения формулы (1) рейф нуль-пункта свободных колебаний $m_д$ — одна из суще-твенных погрешностей определения значения $A_{нп}$.

Детальное исследование сползания нуль-пункта свободных олебаний проведено Л. Ф. Грегерсоном [5]. Им определено олее 1000 значений величины $A_{нп}$ по восьми точкам реверсий вободных колебаний и сделан ряд предложений, направленных а уменьшение дрейфа нуля. Характерный пример дрейфа нуль-ункта в трех сериях, взятый из исследований Л. Ф. Грегерсо-а, приведен в табл. 1. Анализируя все его исследования, нельзя е обратить внимание на следующие закономерности:

– дрейф $A_{нп}$ имеет одну направленность для данного при-бора (так, в табл. 1 $A_{нп}$ систематически уменьшается в каждой ерии); — дрейф не постоянен в каждой серии (после разарретирования в первой серии начальный дрейф составлял +0,2 а в конце серии +0,10);

— значение $A_{нп}$ во время арретирования при снятии нагру ки стремится возвратиться к исходной, которую обознач $A_{нп(0)}$;

— максимальный дрейф наблюдался в первой серии.

Таблица 1

**Последовательное изменение нуль-пункта через час после арретирования**

| Серия | Отсчеты $a_i$ | $\frac{a_i+a_{i+1}}{2}$ | $A_{нп}$ | Дрейф |
|---|---|---|---|---|
| 1 | —26,1 | —3,15 | —2,82 | +0,27 |
| | 19,8 | —2,50 | —2,55 | +0,13 |
| | —24,8 | —2,60 | —2,42 | +0,12 |
| | 19,6 | —2,25 | —2,30 | +0,10 |
| | —24,1 | —2,35 | —2,20 | +0,10 |
| | 19,4 | —2,05 | —2,10 | |
| | —23,5 | —2,15 | | +0,72 |
| | 19,2 | | | |
| 2 | —27,7 | —2,35 | —2,15 | +0,10 |
| | 23,0 | —1,95 | —2,05 | +0,03 |
| | —26,9 | —2,15 | —2,02 | +0,05 |
| | 22,6 | —1,90 | —1,97 | +0,07 |
| | —26,4 | —2,05 | —1,90 | +0,08 |
| | 22,3 | —1,75 | —1,82 | |
| | —25,8 | —1,90 | | +0,33 |
| | 22,0 | | | |
| 3 | —24,9 | —2,25 | —2,10 | +0,08 |
| | 20,4 | —1,95 | —2,02 | +0,05 |
| | —24,3 | —2,10 | —1,97 | +0,05 |
| | 20,1 | —1,85 | —1,92 | +0,02 |
| | —23,8 | —2,00 | —1,90 | +0,03 |
| | 19,8 | —1,80 | —1,87 | |
| | —23,4 | —1,95 | | +0,23 |
| | 19,5 | | | |

Есть основания предположить, что дрейф $A_{нп}$ происход в результате каких-то деформаций. Поэтому необходимо вы нить деформирующиеся узлы и характер деформаций. С эт целью проанализируем конструкцию подвески чувствительно элемента.

Чтобы обеспечить безмоментность движения чувствительно элемента по азимуту и высоте в гиротеодолите Ги-Б2, при няют торсионную систему подвеса как самую маломоментн и обеспечивающую наибольшую точность измерений гироск пических азимутов.

В качестве торсионов используют металлические ленточ с малой площадью поперечного сечения. Основные их хара теристики — прочность на разрыв и противодействующий м мент упругих сил кручению (Мкр), создаваемый касательны и нормальным напряжениями, возникающими в нагруженном торсионе при закручивании его концов относительно друг друга на некоторый угол $\varphi$ и натяжении силой $P$.

Для определения противодействующего момента упругих сил кручению применяют формулу, приведенную в работе [3]:

$$M_{\text{кр}} = \frac{bh^3 G\varphi}{3L} + \frac{Pb^2 \varphi}{12L}, \tag{2}$$

где $G$ — модуль упругости материала; $\varphi$ — угол закручивания концов ленты относительно друг друга; $L$, $b$, $h$ — соответственно длина, ширина и толщина ленты. Формулу (2) можно представить в виде

$$M_{\text{кр}} = \sigma_{\text{кр}}\varphi, \tag{3}$$

где

$$\sigma_{\text{кр}} = \frac{4\,bh^3 G + Pb^2}{12L}. \tag{4}$$

Значение величины $\sigma_{\text{кр}}$ обозначим через $\sigma_{\text{тор}}$ и определим ее как удельный крутящий момент торсиона.

Для подвода питания к гиромотору во время прецессионных колебаний служат так называемые маломоментные токоподводы, представляющие собой тонкие металлические ленточки спиральной формы, которые автоматически сопровождают чувствительный элемент при его азимутальных колебаниях.

Момент спиральной пружины определяют по формуле, приведенной в работе [2]

$$M_{\text{спир}} = \frac{Gbh^3}{12L}\varphi, \tag{5}$$

где $G$, $b$, $h$, $L$, $\varphi$ — те же обозначения, что и в формуле (2), или

$$M_{\text{спир}} = \sigma_{\text{спир}}\varphi, \tag{6}$$

где

$$\sigma_{\text{спир}} = \frac{Gbh^3}{12L}. \tag{7}$$

Значение величины $\sigma_{\text{спир}}$ определяют как удельный момент упругости спиральной пружины при закручивании ее концов на угол в один радиан.

Для обеспечения безмоментности спиральных пружин блока токоподводов при изготовлении их балансируют (уравновешивают), чтобы при движении чувствительного элемента ЧЭ, момент, накладываемый верхней спиральной пружиной, компенсировался моментом, накладываемым нижней спиральной пружиной.

Допустим, что вначале моменты, накладываемые спиральными пружинами блока токопровода, уравновешены. Тогда

$$M_{\text{спир. верх}} = -M_{\text{спир. ниж}}. \tag{8}$$

При движении ЧЭ по азимуту противодействующий момент упругих сил кручения $B_{кр}$ будет

$$M_{кр} = \sigma_{тор}\, \varphi_{тор}. \tag{9}$$

Если же концы верхней спирали блока токопроводов закрутить на угол $\varphi_1$, то будет создан момент упругих сил

$$M_1 = \sigma_{спир}\varphi_1. \tag{10}$$

Этот момент $M_1$ вследствие конструкции системы подвеса уравновешивается моментом $M_2$, т. е. моментом упругих сил нижней спирали, закручиваемой на угол $\varphi_2$, и моментом упругих сил кручения торсиона $M_3$, закручиваемого на угол $\varphi_3$

$$M_1 = -(M_2 + M_3), \tag{11}$$

причем $M_2 = M_3$.
Тогда

$$M_1 = 2M_3. \tag{12}$$

Заменив в формуле (12) моменты упругих сил их значениями из формул (11) и (9), после несложных преобразований получим

$$\varphi_3 = -\varphi_1 \frac{\sigma_{спир}}{2\sigma_{тор}}. \tag{13}$$

Угол $\varphi_3$ — изменение нуль-пункта свободных колебаний после закручивания концов верхней спирали на угол $\varphi_1$.

Нами экспериментально определено, что

$$\frac{\sigma_{спир}}{2\sigma_{тор}} = 0{,}08.$$

Поэтому малые деформации спиралей блока токоподводов несущественно скажутся на дрейфе $A_{нп}$, а в случае, если бы дрейф, вызванный деформацией спиралей, и наблюдался, то его значение было бы постоянным.

Таким образом, приходим к выводу, что причиной дрейфа значения величины $A_{нп}$ является деформированный торсион.

Каково же влияние торсиона на дрейф $A_{нп}$? Предположим, что в процессе изготовления лента торсиона получила деформацию, т. е. в свободном состоянии верхний конец торсиона закручен относительно нижнего на угол $\varphi_{тор(0)}$ (практически угол $\varphi_{тор(0)}$ всегда наблюдается), тогда момент деформации определяется как

$$M_{кр} = \sigma_{тор\,(0)}\, \varphi_{тор\,(0)} \quad (14) \qquad \text{или} \qquad \varphi_{тор\,(0)} = \frac{M_{кр}}{\sigma_{тор\,(0)}}. \tag{15}$$

Момент упругих сил деформированного торсиона предположим постоянным для данного торсиона на определенный период времени.

*Одно из основных требований, предъявляемых к торсиону,* — стабильность значения величины $\sigma_{тор}$ в течение всей эксплуатации прибора. Однако вследствие изменения температуры и выбора площади поперечного сечения на пределе упругих деформаций материала значение величины $\sigma_{тор}$ не является постоянным.

Для определения влияния изменения $b$, $h$, $L$ на $\sigma_{тор}$ формулу (4) продифференцируем по переменным $\partial b$, $\partial h$, $\partial L$. Тогда

$$\partial\sigma_{тор} = \frac{h^3 G}{3L}\partial b + \frac{Pb}{6L}\partial b + \frac{bh^2}{L}\partial h - \left(\frac{bh^3 G}{3L^2} + \frac{Pb^2}{12L^2}\right)\partial L. \qquad (16)$$

Полагая $\partial b$, $\partial h$ на порядок меньше $\partial L$, после упрощения формулы (16) получаем

$$\partial\sigma_{тор} \approx -\frac{\sigma_{тор}}{L} \approx -\sigma_{тор}\,\varepsilon. \qquad (17)$$

О стабильности упругих качеств торсионного подвеса при работе с гиротеодолитами судят по стабильности периода свободных колебаний $T_{св}$ (азимутальных колебаний), совершаемых чувствительным элементом после его разарретирования. Период свободных колебаний чувствительного элемента определяется выражением

$$T_{св} = 2\pi\sqrt{\frac{1_z}{\sigma_{тор}}}. \qquad (18)$$

Изменение $\sigma_{тор}$ приведет к изменению $T_{св}$. Для определения зависимости $\partial T_{св}$ от $\partial\sigma_{тор}$ продифференцируем формулу (18)

$$\partial T_{св} = -\pi\sqrt{\frac{1_z}{\sigma^3_{тор}}}, \qquad (19)$$

и после преобразований получим

$$\partial T_{св} = -\frac{T_{св}}{2\sigma_{тор}}\partial\sigma_{тор}. \qquad (20)$$

Исследования трех гироблоков (по 15-ти определениям периода свободных колебаний) показали, что $\partial T_{св}$ достигают 0,3 с.

В связи с тем, что сечение торсиона подбирается наименьшим в области упругих деформаций, состояние материала можно считать упруговязким. Исходный физический закон для такого материала приведен в работе [1]:

$$\sigma_0 + n\dot{\sigma}_0 = E\varepsilon + Hn\dot{\varepsilon}, \qquad (21)$$

где $\sigma_0$ — нормальное напряжение; $n$ — время релаксации; $E$ — длительный модуль упругости материала; $H$ — мгновенный модуль упругости материала; $\varepsilon$ — относительная деформация торсиона.

Решая уравнение (21) относительно $\varepsilon$, получаем

$$\varepsilon = \frac{P}{bhE} + \frac{P}{bh}\left(\frac{1}{H} - \frac{1}{E}\right) e^{-\frac{Et}{Hn}}. \tag{22}$$

Поскольку мгновенный модуль $H$ всегда больше $E$, то деформация торсиона с течением времени возрастает:

$$\varepsilon_0 = \frac{P}{bhH}; \ (23) \qquad \varepsilon_\infty = \frac{P}{bhE}. \tag{24}$$

При арретировании чувствительного элемента предельная нагрузка, а следовательно, и напряжения изменяются. Если обозначить удлинения торсиона, полученные к текущему моменту времени $t_т$, то при прежнем отсчете времени

$$\varepsilon_t = \varepsilon_0 \, e^{-\frac{E(t-t_т)}{Hn}}. \tag{25}$$

При $t_т = \infty$ $\varepsilon = 0$ пластическая деформация полностью исчезает в связи с тем, что материал торсиона является упругоползучим.

Если время арретирования невелико, то и уменьшение пластической деформации небольшое. Поэтому величина $A_{нп\,а}$ имеет дрейф, который назовем дрейфом арретирования. Скорость дрейфа $\partial A_{нп_а}$ арретирования определяется следующей формулой:

$$\partial A_{нп_а} = \varphi = \frac{M_{кр}}{\sigma_{тор}} \varepsilon_0 \, e^{-\frac{E(t-t_т)}{Hn}}, \tag{26}$$

где $\varepsilon_0$ — деформация торсиона, полученная с момента времени $t=0$ до $t_т$ в разарретированном положении ЧЭ.

Скорость изменения $A_{нп\,р}$ при разарретировании подчиняется следующему закону:

$$\partial A_{нп_р} = \varphi = \frac{M_{кр}}{\sigma_{тор}}\left[\frac{P}{bhE} + \frac{P}{bh}\left(\frac{1}{H} - \frac{1}{E}\right) e^{-\frac{E(t-t_т)}{Hn}}\right]. \tag{27}$$

Формулы (26) и (27) дают представление о дрейфе нульпункта свободных колебаний в свете теории вязкоупругости материалов [1].

Значение величины $\frac{M_{кр}}{\sigma_{тор}} = \varphi_{(0)}$ в формулах (26) и (27) — это начальная деформация торсиона, которая может быть вызвана деформациями в процессе изготовления, а также деформациями, вызванными нарушениями балансирования моментов, накладываемых спиралями блока токоподводов. Угол $\varphi_{(0)}$ можно определить при установке торсиона в гироблок во время изготовления или же ремонта гироблока.

Формулы (22) и (23) выражают дрейф нуль-пункта свободных колебаний ЧЭ при его постоянной температуре. Во время работы гиромотора в нем выделяется теплота, которая идет на нагрев всего ЧЭ.

Чтобы доказать наличие упруговязких деформаций, были проведены исследования. Для этого был взят один гироблок, в котором угол закрутки торсиона $\varphi_{(0)}=3°,0\approx0,05$ рад (блок токоподводов был снят). Дрейф $A_{нп}$ (без блока токоподводов) в первой серии приведен в табл. 2.

Таблица 2

**Дрейф $A_{нп}$ без блока токопроводов**

| Отсчеты $a_i$ | $\frac{a_i+a_{i+1}}{2}$ | $A_{нп}$ | Дрейф |
|---|---|---|---|
| +39,2 | − 8,05 | − 8,60 | −0,42 |
| −55,3 | − 9,15 | − 9,02 | −0,33 |
| +37,0 | − 8,90 | − 9,35 | −0,25 |
| −54,8 | − 9,80 | − 9,60 | −0,22 |
| +35,2 | − 9,40 | − 9,82 | −0,30 |
| −54,0 | −10,25 | −10,12 | −0,26 |
| +33,5 | −10,00 | −10,38 | −0,20 |
| −53,5 | −10,75 | −10,58 | −0,12 |
| +32,0 | −10,40 | −10,70 | |
| −52,8 | −11,00 | | |
| +30,8 | | | |

После разворота конца верхней спирали на угол +15° $\varphi_3$ изменится по формуле (13) на $\varphi_3=\varphi_1\cdot0,08=0,025$ рад.

Значения дрейфа $A_{нп}$ приведены в табл. 3.

Таблица 3

**Дрейф $A_{нп}$ после разворота верхней спирали на 15°**

| Отсчеты $a_i$ | $\frac{a_i+a_{i+1}}{z}$ | $A_{нп}$ | Дрейф |
|---|---|---|---|
| −18,9 | +0,60 | +0,72 | −0,04 |
| +20,1 | +0,85 | +0,68 | −0,13 |
| −18,4 | +0,50 | +0,55 | −0,10 |
| +19,4 | +0,60 | +0,45 | −0,00 |
| −18,2 | +0,30 | +0,45 | −0,25 |
| +18,8 | +0,40 | +0,20 | −0,20 |
| −18,0 | 0,00 | 0,00 | −0,05 |
| +18,0 | 0,00 | −0,05 | |
| −18,0 | −0,10 | | |
| +17,8 | | | |

Сравнивая табл. 2 и 3, можно сказать, что при девяти точках реверсии в серии дрейф уменьшился с −2,10 до −0,77 за серию. После разворота конца верхней спирали на угол +20°, угол $\varphi_{(0)}$ изменился на 2°=0,034 рад. Дрейф имел уже вид, приведенный в табл. 4.

Как видим, после разворота конца верхней спирали бло[...] токоподводов на угол $+20°$ дрейф нуль-пункта изменил св[...] направление с «—» на «+».

Определение значения дрейфа в серии, состоящей из 32 т[...] чек реверсий ($t=20$ мин), показало наличие таких же закон[...] мерностей.

Таблица 4

**Дрейф $A_{нп}$ после разворота верхней спирали на 20°**

| Отсчеты $a_i$ | $\frac{a_i+a_{i+1}}{2}$ | $A_{нп}$ | Дрейф |
|---|---|---|---|
| +8,3 | +0,60 | | |
| —7,3 | +0,60 | +0,60 | +0,10 |
| +8,5 | +0,80 | +0,70 | +0,10 |
| —6,9 | +0,80 | +0,80 | +0,10 |
| +8,5 | +1,00 | +0,90 | +0,10 |
| —6,5 | +1,20 | +1,00 | +0,10 |
| +8,5 | +1,15 | +1,10 | +0,08 |
| —6,1 | | +1,18 | |
| +8,4 | | | |

**Список литературы:** 1. *Богданов Ю. М.* Приборы точной механики. [...] Машгиз. 2. *Безухов Н. И.* Основы теории упругости, пластичности и пол[...] чести. М., «Высшая школа», 1968. 3. *Воронков Н. Н., Машимов Н. М.* Ги[...] скопическое ориентирование. М., «Недра», 1973. 4. *Ковалев М. П.* Опо[...] и подвесы гироскопических устройств. М., «Машиностроение», 1970. 5. G[...] *gerson L. F.* An Investigation of the mom Gi B2 Giroscopic Theodolite. Ge[...] detic Survey of Canada Department of Energy, Mines and Resources. Otta[...] 1970.

Работа поступила 6 мая 1977 года. Ре[...] мендована 65-й оптико-механической [...] стерской (г. Львов).