

В. К. БУДЗЬКО, В. Я. БУДЗЬКО

УЧЕТ ТЕМПЕРАТУРНОГО ВЛИЯНИЯ ПРИ ГИДРОСТАТИЧЕСКОМ НИВЕЛИРОВАНИИ

Гидростатическое нивелирование относится к физическим методам геодезических измерений и основано на принципе сообщающихся сосудов, в которых поверхность однородной уравновешенной жидкости совпадает с какой-либо уральной поверхностью. Гидростатический нивелир состоит из двух аналогичных сосудов с отсчетными устройствами, которые соединены трубопроводом. Используя трубопровод соответствующей длины, можно с очень высокой точностью сравнивать по высоте удаленные друг от друга точки земной поверхности. Для практических целей гидростатическое нивелирование применяли уже в конце прошлого столетия. В настоящее время оно широко используется для нивелирования недоступных подземных пространств, при исследовании деформаций инженерных сооружений и для изучения вертикальных движений земной коры [1, 2]. Для передачи высот через значительные водные преграды гидростатическое нивелирование осуществлялось Нерлундом [3] в Дании, Шеелом и Зандигом [4] в Германии. В Институте физики и астрономии АН ЭССР (гор. Тарту) [5] гидростатическое нивелирование использовали для передачи высот на острова Моонзундского архипелага. Как наклономеры гидростатические нивелиры по точности приближаются к горизонтальным маятникам.

В отличие от геометрического и тригонометрического нивелирования гидростатическое нивелирование свободно от таких трудно учитываемых ошибок, как ошибки из-за рефракции и установки визирной линии. В некоторых же случаях (высокоточное нивелирование в шахтах, через значительные водные препятствия и в горах) гидростатическое нивелирование может оказаться вообще единственно возможным.

Имея определенные преимущества, гидростатическое нивелирование не лишено и недостатков. В реальных условиях измерений гидростатический нивелир подвержен влиянию ряда факторов, и в первую очередь метеорологических. Это приводит к появлению систематических ошибок за температуру, разность атмосферных давлений, разность ускорений силы тяжести и капиллярность. Гидростатическому нивелированию свойственны ошибки и динамического характера, обусловленные колебаниями жидкости в системе.

Среди ошибок статического характера важнейшей является ошибка, вызываемая влиянием температуры. При статическом равновесии жидкости в гидростатическом нивелире и идентичности атмосферных давлений на концах трассы нивелирования имеем

$$\int_{L_1} \gamma \sin \alpha dl = \int_{L_2} \gamma \sin \alpha dl, \quad (1)$$

где dl — элемент трассы; α — угол его наклона; $\gamma = \gamma_0 (1 - \beta t)$ — удельный вес жидкости как функция от температуры в этом элементе трас-

сы; $L_{л}$, $L_{п}$ — длина левой и правой частей трассы относительно точки максимальной глубины.

Переходя к среднеинтегральным температурам для каждой из частей трассы ($t_{л}$ и $t_{п}$) и обозначая через H вертикальную составляющую трассы нивелирования, а через $\Delta t = t_{п} - t_{л}$ — температурную асимметрию, получаем для поправки Δh за температурную асимметрию

$$\Delta h = \beta \Delta t H. \quad (2)$$

Ошибка вычисления поправки может быть определена по формуле

$$m_{\Delta h} = \beta \sqrt{\Delta t^2 m_H^2 + H^2 m_{\Delta t}^2}. \quad (3)$$

В том случае, когда $H = 10$ м, температурная асимметрия 5° , для нивелира с дистиллированной водой (коэффициент объемного расширения $\beta = 20 \cdot 10^{-5}$ град $^{-1}$) поправка за температуру Δh равна 10,5 мм, а погрешность вычисления ее будет меньше 0,1 мм, если температура измерялась с точностью до $0,02^\circ$ и профиль — с точностью до 0,35 м.

Измерение профиля трассы с такой точностью не представляет трудности, но измерение интегральной температуры жидкости с точностью до нескольких сотых градуса является технически сложной задачей. Измерение профиля и температуры может быть значительно упрощено правильным выбором трассы и условий измерений и даже полностью исключено, если трубопровод нивелира горизонтален. При нивелировании в горах трубопровод нивелира подвешивают горизонтально с помощью троса, а при нивелировании через водные преграды трубопровод нивелира укладывают на лед.

При значительной длине трубопровода нивелира температура жидкости существенно меняется вдоль трассы гидростатического нивелира и измерение интегральной температуры будет эффективным только при наличии значительного числа датчиков температуры. Эти датчики желательно объединить в определенном порядке на одном регистрирующем устройстве для того, чтобы полученную систему можно было рассматривать как интегрирующую. Наиболее удобными в этом отношении датчиками температуры являются электротермометры. Если ϵ — температурный коэффициент сопротивления r , то изменение сопротивления Δr с изменением температуры определяется выражением

$$\Delta r = \epsilon r t \quad (4)$$

и может быть измерено соответствующей системой. Представим выражение для поправки за температурную асимметрию в виде

$$\Delta h = \beta \left[\int_{L_{п}} t \sin \alpha dl - \int_{L_{л}} t \sin \alpha dl \right]. \quad (5)$$

Переходя к конечным разностям и используя (4), получаем

$$\Delta h = \frac{\beta}{\epsilon} \left[\sum_{i=1}^n \Delta r_i \frac{\sin \alpha \Delta l_i}{r_i} - \sum_{j=1}^m \Delta r_j \frac{\sin \alpha \Delta l_j}{r_j} \right]; \quad (6)$$

$$\frac{\sin \alpha \Delta l_i}{r_i} = \frac{n \cdot \Delta H_i}{n \cdot r_i} = \frac{H}{R}, \quad (7)$$

где $R = nr_i = mr_j$ — общее сопротивление датчиков температуры соответственно левой и правой части трассы гидростатического нивелирования. Из (7) следует, что для получения интегрирующей системы каж-

дый датчик должен устанавливаться на элемент трассы, описываемый выражением

$$\Delta l = r \cdot \frac{H}{R \sin \alpha} \quad (8)$$

Термосопротивления соединяют последовательно в две группы (с положительными и отрицательными наклонами трассы) и включают в соответствующие плечи измерительного моста для того, чтобы измерять непосредственно величину

$$\Delta R = \sum_{i=1}^n \Delta r_i - \sum_{j=1}^m \Delta r_j \quad (9)$$

Поправка за температурную асимметрию имеет вид

$$\Delta h = \frac{\beta H}{\varepsilon R} \Delta R \quad (10)$$

Неодинаковое изменение объемов гидростатической жидкости и трубопровода с изменением температуры приводит к необходимости использовать компенсаторы или измерительные трубки большого объема. В тех случаях, когда изменение температуры для обеих частей трассы не одинаково, различным будет и изменение объема жидкости в компенсаторах. Это приведет к перераспределению жидкости между компенсаторами и, следовательно, к появлению температурной гидродинамической ошибки. Поэтому в качестве гидростатической жидкости должна использоваться жидкость, объемный коэффициент температурного расширения которой равен коэффициенту расширения трубопровода нивелира. Это позволит обходиться без компенсаторов, значительно уменьшит как колебания жидкости в системе нивелира, так и его гидродинамические ошибки.

Поскольку температурная асимметрия по-разному влияет на жидкости, имеющие различные коэффициенты объемного расширения, то Шеел [6] предложил исключать ее влияние путем использования одновременно двух гидростатических нивелиров с различными жидкостями. В качестве таких жидкостей Шеел [7] рекомендует использовать дистиллированную воду для одного нивелира и метиловый спирт для другого, как имеющие максимально различные коэффициенты температурного расширения. Размеры трубок трубопроводов (внешний и внутренний диаметры) необходимо выбрать так, чтобы равным количествам тепла соответствовали одинаковые изменения температуры жидкостей за равные промежутки времени. Трубопроводы обоих нивелиров следует укладывать по общей трассе, а нули отсчетных устройств надо совмещать.

Разности отсчетов уровней по каждой жидкости, исправленные за влияние других факторов, состоят из двух превышений: превышения нулей верньеров отсчетных устройств h и превышений, обусловленных температурной асимметрией Δt ,

$$A = h + \beta_1 \Delta t H, \quad B = h + \beta_2 \Delta t H \quad (11)$$

или

$$\frac{A - h}{B - h} = \frac{\beta_1}{\beta_2} \quad (12)$$

где A, B — разности отсчетов соответственно по первой и второй жидкостям; β_1 и β_2 — коэффициенты объемного расширения.

Для превышения нулей верньеров двойного гидростатического нивелира из (12) получаем

$$h = \frac{A\beta_2 - B\beta_1}{\beta_2 - \beta_1}. \quad (13)$$

При нивелировании двойным гидростатическим нивелиром с дистиллированной водой и этиловым спиртом ($\beta = 107 \cdot 10^{-5} \text{ град}^{-1}$) в условиях, принятых выше ($\Delta t = 5^\circ \text{C}$ и $H = 10 \text{ м}$), ошибка вычисления превышения

$$m_h^2 = \frac{\beta_2^2 + \beta_1^2}{(\beta_2 - \beta_1)^2} m_A^2 + (H\Delta t)^2 \frac{\left(\beta_1 \frac{d\beta_2}{dt} - \beta_2 \frac{d\beta_1}{dt}\right)^2}{(\beta_2 - \beta_1)^2} m_t^2 \quad (14)$$

будет меньше 0,1 мм, если температура измерялась с точностью до $0,12^\circ \text{C}$.

Использование двух жидкостей для гидростатического нивелирования не только в несколько раз уменьшает влияние температуры на точность передачи высот, но и упрощает измерение температуры (в этом случае вместо интегральной температуры каждой части трассы достаточно знать среднюю температуру жидкостей), а также позволяет полностью отказаться от измерения профиля трассы нивелирования.

Поскольку двойной гидростатический нивелир основан на различии в изменении плотностей жидкостей с изменением температуры, то правильный выбор жидкостей имеет принципиальное значение. При этом необходимо учитывать не только отношение коэффициентов объемного расширения этих жидкостей, но и зависимость данных коэффициентов от температуры. Так, используя в рассмотренном выше случае вместо воды ртуть, имеющую коэффициент объемного расширения ($\beta = 18,1 \times 10^{-5} \text{ град}^{-1}$), близкий коэффициенту объемного расширения воды при 18°C , но практически не зависящий от температуры, можно снизить требования к точности измерения температуры. Отметим также, что отношение коэффициентов расширения жидкостей мало влияет на точность нивелирования, если оно больше 3, что видно из приведенных ниже значений коэффициента K , описываемого выражением

$$K = \sqrt{\frac{\left(\frac{\beta_2}{\beta_1}\right)^2 + 1}{\left(\frac{\beta_2}{\beta_1} - 1\right)^2}}. \quad (15)$$

$\frac{\beta_2}{\beta_1}$	1,2	1,6	2,0	2,4	2,8	3,2	4,0	5,0	7,0	10,0
K	7,8	3,2	2,2	1,9	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1

Определим требования к жидкостям двойного гидростатического нивелира, чтобы влияние температурной асимметрии было минимальным. Поскольку в справочной литературе обычно приводятся коэффициенты объемного расширения, представим зависимости удельных весов жидкостей от температуры в виде

$$\gamma_1 = \frac{\gamma_{01}}{P_1} \quad \text{и} \quad \gamma_2 = \frac{\gamma_{02}}{P_2}, \quad (16)$$

где P_1 и P_2 — полиномы некоторой степени от температуры.

Превышение нулей нониусов отсчетных устройств нивелира запишем в виде

$$h = \frac{AP_1 P_2' - BP_1' P_2}{P_1 P_2' - P_1' P_2}, \quad (17)$$

где P_1' и P_2' — первые производные от этих полиномов.

Предполагая одинаковой точностью определения разности отсчетов уровней по каждой жидкости, для средней квадратической ошибки повышения нулей нониусов получаем

$$m_h^2 = K_1^2 m_A^2 + K_2^2 (H\Delta t)^2 m_t^2, \quad (18)$$

где

$$K_1^2 = \frac{(P_1 P_2')^2 + (P_1' P_2)^2}{(P_1 P_2' - P_1' P_2)^2}, \quad (19)$$

$$K_2 = \frac{P_1' P_2 (P_2'' P_1 + P_2' P_1') - P_2' P_1 (P_1'' P_2 + P_1' P_2')}{P_1 P_2 (P_2' P_1 - P_1' P_2)}, \quad (20)$$

а P_1'' и P_2'' — вторые производные от полиномов P_1 и P_2 .

Коэффициенты K_1 и K_2 являются определяющими для двойного гидростатического нивелира. Коэффициент K_1 характеризует влияние точности отсчета уровней жидкостей на точность определения превышения, а коэффициент K_2 характеризует влияние температурной асимметрии на двойной гидростатический нивелир. Поэтому при выборе жидкостей необходимо обеспечить выполнение следующих условий:

$$K_1 \approx 1, \quad K_2 \approx 0. \quad (21)$$

Коэффициент K_1 может вычисляться по приближенной формуле (15).

Поскольку температура жидкостей при наблюдениях изменяется не в очень больших интервалах, то изменение плотностей может быть представлено с достаточной точностью полиномом второй степени от температуры:

$$P_1 = 1 + a_1 t + b_1 t^2; \quad P_2 = 1 + a_2 t + b_2 t^2. \quad (22)$$

Коэффициенты этих полиномов тождественны коэффициентам квадратных уравнений объемного расширения жидкостей. Если же даны коэффициенты кубических уравнений объемного расширения $V = V_0(1 + ct + dt^2 + et^3)$, то к коэффициентам полиномов P_1 и P_2 можно перейти, используя соотношения

$$a = c - 3et_2 t_1, \quad b = d + \frac{3}{2} e(t_2 + t_1), \quad (23)$$

где t_2 и t_1 — соответственно максимальная и минимальная температуры, при которых выполняется гидростатическое нивелирование.

Записываем первые и вторые производные этих полиномов

$$\begin{aligned} P_1' &= a_1 + 2b_1 t; & P_1'' &= 2b_1; \\ P_2' &= a_2 + 2b_2 t; & P_2'' &= 2b_2. \end{aligned} \quad (24)$$

Подставляя их в выражение для K_2 и приравнявая его нулю, получаем систему уравнений:

$$\begin{aligned} a_1^2 a_2 - a_1 a_2^2 + 2a_1 b_2 - 2a_2 b_1 &= 0; \\ a_2 b_1 (a_1 - 2a_2) - a_1 b_2 (a_2 - 2a_1) &= 0; \\ a_1 b_2 (10b_1 - 2b_2 + a_1 a_2) - a_2 b_1 (10b_2 - 2b_1 + a_1 a_2) &= 0; \\ b_1 b_2 (b_1 - b_2) &= 0; \quad b_1 b_2 (a_2 b_1 - a_1 b_2) &= 0, \end{aligned} \quad (25)$$

решением которой будут корни

$$\begin{aligned} a_1 &= a_1; & a_2 &= 2a_1, \\ b_1 &= 0; & b_2 &= a_1^2. \end{aligned} \quad (26)$$

При выборе жидкостей можно ограничиться первым приближением

$$\begin{vmatrix} a_1, & 2b_1 - a_1^2 \\ a_2, & 2b_2 - a_2^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (27)$$

или вторым

$$a_2 = 2a_1 - \frac{6b_1}{a_1}, \quad b_2 = \frac{(a_1^2 - 3b_1)(a_1^2 - 4b_1)}{a_1^2}.$$

Очевидно, что в каждом конкретном случае при выборе жидкостей для гидростатического нивелирования должны учитываться такие свойства их, как нейтральность по отношению к материалу трубопровода нивелира, морозоустойчивость, вязкость.

Ниже приведены значения K_1 , K_2 для некоторых пар жидкостей и показана точность, с какой нужно измерять температуру при нивелировании, чтобы превышение определялось с ошибкой порядка 0,1 мм для условий нивелирования, принятых выше ($\Delta t = 5^\circ \text{C}$, $H = 10 \text{ м}$).

Значения коэффициентов K_1 и K_2

Жидкости	K_1	K_2	m_t , град
Вода дистиллированная	—	—	0,02
Вода дистиллированная— этиловый спирт	1,3	16.	0,12
Ртуть—этиловый спирт	1,2	3.	0,64
Ацетон—этиленгликоль	1,9	1.	1,9
Этиленгликоль—диизо- пропиловый эфир	2,1	0,06	30
Ртуть—изопрен	1,1	0,004	—

Лучшей для исключения влияния температуры при гидростатическом нивелировании является пара жидкостей ртуть—изопрен, но плотности и кинематические характеристики их сильно различаются, а поэтому лучше использовать пару этиленгликоль—диизопропиловый эфир.

Применение растворов значительно расширяет выбор жидкостей для нивелирования и позволит не только исключить статическую температурную ошибку, но и уменьшить гидродинамические ошибки нивелира, поскольку они зависят от кинематических характеристик жидкостей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кавунец Д. Н. Гидростатическое нивелирование на строительной площадке. Геодезиздат, М., 1961.
2. Нестеренко Г. Т. Применение водяного нивелира при исследовании сдвижения горных пород. «Горный журнал», 1952, № 6.
3. Nerlund N. E. Hydrostatisk Nivellement over Store Baelt. Geod. Inst. Skrif-ter, 3 Rackke Bind VI Bianco Lunos Bogtrykkeri A/s, København, 1945.
4. Sandig H.-U., Scheel G. Hydrostatische Elbübergänge im Rahmen des Nordseeküstennivellements. Veröff. Dtsch. geod. Kommiss. Bayer. Akad. Wiss., 1957, B. Nr. 33
5. Tartu Tähetorni kalender. Tln., «Eesti Raamat», Trt, 1969.
6. Scheel G. Die Temperaturfehler beim hydrostatischen Nivellement und ihre Ausschaltung. Allg. Vermessungsnachr., 1953.
7. Scheel G. Systematische Fehler des hydrostatischen Nivellements und Verfahren zu ihrer Ausschaltung. Veröff. d Dt. Geodätischen Kommiss Nr. B. 27, Frankfurt a. M., 1956.

Работа поступила
21 мая 1970 г.