УДК 522.41.087.23

В. В. КИРИЧУК

О НЕЛОГАРИФМИЧЕСКОМ ВЫЧИСЛЕНИИ ПОПРАВОК ХРОНОМЕТРА В АЗИМУТАЛЬНЫХ СПОСОБАХ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВРЕМЕНИ (СПОСОБ СТРУВЕ, СТРУВЕ—ПАВЛОВА, ДЕЛЛЕНА И ДРУГИХ)

В азимутальных способах определения времени, как известно, необходимо вычислять часовой угол южной звезды t_S по ее азимуту a_S. Для этого применяют известную формулу

$$\sin t_S = \sin a_S \cdot \sin z_S \cdot \sec \delta_S = \sin a_S \cdot \sin (z_0 + r) \cdot \sec \delta_S, \qquad (1)$$

где $z_0 = \varphi - \delta_S$; r — редукция на меридиан, вычисляемая по формуле

$$r = \frac{2 \sin^2 \frac{t_S}{2} \cdot \cos \varphi \cdot \cos \delta_S}{\sin \left(z_0 + \frac{r}{2}\right)}. \qquad (2)$$

В работах профессора А. В. Буткевича [1—2] получена простая логарифмическая формула для вычисления часового угла t_S, выведенная путем разложения в ряд выражения (1) при азимутах $a_S \leqslant 20°$. Эта формула имеет вид

$$\lg t_S = \lg \frac{a''_S \cdot A}{15} + K \cdot \sigma_a + P \cdot \tau_a, \qquad (3)$$

где
$$A = \sin z_0 \cdot \sec \delta_S;$$

$$\sigma_a = \frac{\mu \cdot a''^2}{6\rho''^2}; \quad \tau_a = \frac{\mu \cdot a''^4}{180\,\rho''^4};$$

$$K = A^2 + 3B \cos \varphi - 1; \quad B = \cos z_0 \cdot \sec \delta_S;$$

$$P = 11\,A^4 - 10\,A^2 - 1 + 45\,B^2 \cos^2 \varphi - 22{,}5\,A^2 \cos^2 \varphi + \\ + 52{,}5\,A^2\,B \cos \varphi - 30 \cos \varphi.$$

Формула (3) пригодна для вычисления часового угла с точностью $0{,}01^s$ при азимутах $a_S \leqslant 20°$, а с учетом лишь члена $K \cdot \sigma_a$ при азимутах $a_S \leqslant 10°$ [2]. Величины K, σ_a, P, τ_a табулированы.

Для обработки наблюдений со средними моментами по способу Павлова—Струве А. В. Буткевичем аналогичным путем получена формула

$$\lg t^S_m = \lg \frac{a'_m \cdot A}{15} + K \cdot \sigma_m + P \cdot \tau_m, \qquad (4)$$

где $a_m = \dfrac{a''_L + a''_R}{2}$;

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{a_L} \cdot a''_L + \sigma_{a_R} \cdot a''_R}{a''_L + a''_R}; \tag{5}$$

$$\tau_m = \frac{\tau_{a_L} \cdot a''_L + \tau_{a_R} \cdot a''_R}{a''_L + a''_R}. \tag{6}$$

Величины σ_m и τ_m также табулированы.

Несмотря на простоту формул (3) и (4), мы считаем необходимым получить эти формулы в нелогарифмическом виде для вычислений на малых машинах, что позволило бы обходиться без таблиц логарифмов. Разложим в выражении (1) $\sin t_S$ и $\sin a_S$ в ряды, ограничиваясь членами пятого порядка,

$$t_S\left(1 - \frac{t_S^2}{3!} + \frac{t_S^4}{5!}\right) = a_S\left(1 - \frac{a_S^2}{3!} + \frac{a_S^4}{5!}\right) \cdot \sin(z_0 + r) \cdot \sec\delta_S. \tag{7}$$

Учитывая, что

$$\sin(z_0 + r) = \sin z_0\left(1 + \operatorname{ctg} z_0 \cdot r - \frac{r^2}{2}\right), \tag{8}$$

где

$$r = -\frac{2\sin^2\dfrac{t_S}{2}\cos\varphi\cdot\cos\delta_S}{\sin\left(z_0 + \dfrac{r}{2}\right)} = \frac{t_S^2\cdot\cos\varphi\cdot\cos\delta_S}{2\sin z_0}\left(1 - \frac{t_S^4\cdot\cos\varphi\cos\delta_S}{4\sin z_0}\cdot\operatorname{ctg} z_0\right), \tag{9}$$

получаем

$$t_S\left(1 - \frac{t_S^2}{6} + \frac{t_S^4}{120}\right) = a_S\left(1 - \frac{a_S^2}{6} + \frac{a_S^4}{120}\right)\cdot\sin z_0\cdot\sec\delta_S \times$$
$$\times\left(1 + \operatorname{ctg} z_0\frac{t_S^2\cdot\cos\varphi\cdot\cos\delta_S}{2\sin z_0} - \frac{t_S^4\cdot\cos^2\varphi\cdot\cos^2\delta_S}{8\sin^2 z_0}\operatorname{ctg}^2 z_0 - \right.$$
$$\left. - \frac{t_S^4\cdot\cos^2\varphi\cdot\cos^2\delta_S}{8\sin^2 z_0}\right) \tag{10}$$

или

$$t_S = a_S\left(1 - \frac{a_S^2}{6} + \frac{a_S^4}{120}\right)\cdot\left(1 + \frac{t_S^2}{6} - \frac{t_S^4}{120} + \frac{t_S^4}{36}\right)\times$$
$$\times\left(1 + \operatorname{ctg} t_0\frac{t_S^2\cdot\cos\varphi\cdot\cos\delta_S}{2\sin z_0} - \frac{t_S^4\cdot\cos^2\varphi\cdot\cos^2\delta_S}{8\sin^2 z_0}\cdot\operatorname{ctg}^2 z_0 - \right.$$
$$\left. - \frac{t_S^4\cdot\cos^2\varphi\cdot\cos^2\delta_S}{8\sin^2 z_0}\right). \tag{11}$$

Подставляя в поправочные члены выражения

$$t_S^2 \cong a_S^2 A^2 - \frac{1}{3}a_S^4 A^2 + a_S^4 A^2 B\cos\varphi + \frac{1}{3}a_S^4 A^4, \quad t_S^4 \cong a_S^4 A^4, \tag{12}$$

где A и B — коэффициенты Майера, получаем формулу

$$t_S = a_S A\left(1 - \frac{a_S^2}{6} + \frac{a_S^4}{120}\right)\cdot\left(1 + \frac{a_S^2 A^2}{6} - \frac{a_S^4 A^2}{18} + \frac{a_S^4 A^2}{6}B\cos\varphi + \right.$$
$$\left. + \frac{a_S^4 A^4}{18} + \frac{7a_S^4 A^4}{360}\right)\left(1 + \frac{a_S^2 A^2}{2}\frac{\cos\varphi\cos\delta_S}{\sin z_0}\operatorname{ctg} z_0 - \right.$$

$$-\frac{a_S^4 A^2}{6}\frac{\cos\varphi\cos\delta_S}{\sin z_0}\operatorname{ctg} z_0+\frac{a_S^4 A^2}{2}B\cos\varphi\operatorname{ctg} z_0\frac{\cos\varphi\cos\delta_S}{\sin z_0}+$$

$$+\frac{a_S^4 A^4}{6}\frac{\cos\varphi\cos\delta_S}{\sin z_0}\operatorname{ctg} z_0-\frac{a_S^4 A^4}{8}\frac{\cos^2\varphi\cos^2\delta_S}{\sin^2 z_0}\operatorname{ctg}^2 z_0-$$

$$\left.-\frac{a_S^4 A^4}{8}\frac{\cos^2\varphi\cos^2\delta_S}{\sin^2 z_0}\right). \qquad (13)$$

Раскрывая скобки и приводя подобные члены, находим

$$t_S=a_S A\left[1-\frac{a_S^2}{6}(1-A^2-3B\cos\varphi)+\frac{a_S^4}{120}(1-10A^2+50A^2B\cos\varphi+\right.$$

$$\left.+9A^4-30B\cos\varphi+45B^2\cos^2\varphi-15A^2\cos^2\varphi)\right]. \qquad (14)$$

И окончательно

$$t_S^s=\frac{a_S'' A}{15}+\frac{a_S''^3}{90\rho''^2}K_1+\frac{a_S''^5}{180\rho''^4}P_1, \qquad (15)$$

где $A=\sin z_0\sec\delta_S$; $B=\cos z_0\sec\delta_S$; $K_1=A^3+3AB\cos\varphi-A$;

$P_1=A-10A^3+50A^3B\cos\varphi+9A^5-30AB\cos\varphi+45B^2\cos^2\varphi-15A^3\cos^2\varphi$.

Преобразование формулы (3) к нелогарифмическому виду дает такое же выражение. Это является надежным контролем вывода формулы (15).

Обработка наблюдений со средними моментами пары звезд может выполняться по формуле

$$t_m^S=\frac{a_m'' A}{15}+\frac{a_L''^3+a_R''^3}{180\rho''^2}K_1+\frac{a_L''^5+a_R''^5}{3600\rho''^4}P_1. \qquad (16)$$

При $a_S\leqslant 5°$ последние члены формул (15) и (16) можно не учитывать; при этом допускается погрешность не более $0{,}005^s$. Простота формул (15) и (16) очевидна. Величины $\frac{a''^3}{180\rho''^2}$ и $\frac{a''^5}{3600\rho''^4}$ легко табулируются. Коэффициент K_1 формул (15) и (16) может быть получен умножением табулированного А. В. Буткевичем коэффициента K формул (3) и (4) на A. Нами составлена таблица коэффициентов K_1 и P_1 по аргументам z_0 и φ для двух зон: $15°\leqslant z_0\leqslant 50°$ и $55°\leqslant\varphi\leqslant 76°$.

Полученные таблицы обеспечивают практически обработку азимутальных способов определения времени в северных широтах и определение личной разности в более южных широтах при азимутах $a_S\leqslant 10°$ с точностью $0{,}005^s$.

Учитывая простоту формул (15) и (16), а также наличие таблиц величин $\frac{a''^3}{180\rho''^2}$, $\frac{a''^5}{3600\rho''^4}$, K_1 и P_1, можно рекомендовать их для обработки азимутальных способов определения времени, таких, как способ Струве, Струве—Павлова, Деллена и Крыжановского, причем в последних двух способах члены, содержащие коэффициент P_1, могут быть отброшены.

ЛИТЕРАТУРА

1. Буткевич А. В. Упрощение обработки азимутальных определений. Труды ГУГК, вып. 32, М., 1950.

2. Буткевич А. В. Упрощение вычислений при определении поправки хронометра по способу В. К. Деллена. «Астрономический журнал», 1955, т. 32, № 5.

Работа поступила
20 марта 1970 г.