

## ВЛИЯНИЕ РЕЛЬЕФА МЕСТНОСТИ В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОМ ТРАНСФОРМИРОВАНИИ

Использование фотопланов в значительной мере повышает производительность и эффективность топографических съемок. Поэтому ускорению процесса изготовления фотопланов и совершенствованию методов их составления уделяется большое внимание. Несомненно, наиболее перспективным является способ составления фотопланов с использованием дифференциальных фототрансформаторов. Однако преимущество ортофототрансформирования вследствие недостаточной его производительности в настоящее время реализуется лишь в случаях крупного рельефа местности. Таким образом, фактор оптимальной загрузки обычных и дифференциальных фототрансформаторов имеет весьма важное значение.

В данной работе рассмотрен вопрос о влиянии рельефа местности на точность дифференциального трансформирования. Методика исследования аналогична той, которая принята при анализе трансформирования аэрофотоснимков на наклонную плоскость с использованием общего и частных уклонов местности.

Поскольку в данном случае нас интересуют искажения, вызванные только рельефом местности, воспользуемся для их определения известной формулой

$$\delta_h = \frac{rh}{H}, \quad (1)$$

где  $r$  — радиус-вектор трансформированного аэроснимка;  $h$  — превышения точек местности над точкой надира;  $H$  — высота фотографирования искомой точки местности.

Поправка  $\delta_h$  вводится во все точки элементарного участка, ограниченного щелевой диаграммой, и в связи с этим возникает ошибка из-за неучета приращений радиуса и рельефа местности.

Приращение ошибки с достаточной для практических целей точностью определим путем дифференцирования исходной формулы (1) по переменным  $r$  и  $h$

$$\delta_{r,h} = \frac{h}{H} dr + \frac{r}{H} dh \quad (2)$$

Проделаем некоторые замены применительно к ОФПД:

$$h = r \operatorname{tg} i; \quad H = f + r \operatorname{tg} i; \quad dr = \frac{L}{2},$$



где  $i$  — общий уклон местности;  $f$  — фокусное расстояние прибора;  $L$  — длина элементарного участка;  $dh \approx \frac{L}{2} \operatorname{tg} di$ . Здесь  $di = \Delta i = i' - i$ ,  $i'$  — частный уклон местности в пределах щелевой диафрагмы. Тогда

$$\delta_{rh} \approx \frac{\frac{L}{2} \cdot r \operatorname{tg} i}{f + r \operatorname{tg} i} + \frac{\frac{L}{2} \cdot r \operatorname{tg} \Delta i}{f + r \operatorname{tg} i},$$

$$\delta_{rh} = \frac{L r \operatorname{tg} i'}{2(f + r \operatorname{tg} i)}. \quad (3)$$

Поскольку в работе [1] приведены формулы для расчета длины и ширины щелевой диафрагмы, то можно ошибки ортофотоснимка за влияние рельефа местности привести к желаемому значению. Однако при расчетах надо отличать углы уклона местности в пределах элементарного участка и превышения местности над точкой надира, являющиеся функцией угла  $i$ . Угол  $i'$  определяется на участках аэроснимка, имеющих максимальные относительные превышения

$$i' = \operatorname{arctg} \frac{\Delta h}{\Delta r}, \quad (4)$$

где  $\Delta h$  — максимальная разность отметок одного склона;  $\Delta r$  — горизонтальное проложение длины этого склона.

Таким образом,  $i' \geq i$  и в случаях, когда  $i' = i$ , от дифференциального трансформирования следует отказаться и использовать обычный фототрансформатор для трансформирования на наклонную плоскость.

Далее рассмотрим взаимосвязь рельефа местности и точности горизонтирования модели. На приборе практически осуществляется ортогональное проектирование точек модели местности на принятую плоскость трансформирования. На рис. 1 показано взаимное положение плоскости карты  $E_0$  и плоскости трансформирования модели  $E_v$  при наличии погрешности горизонтирования  $v$ .

Для простоты рассуждений вывод произведем только в одной плоскости  $XZ$ . Ошибку  $\delta_x$  за неточность горизонтирования найдем как разность абсцисс  $\delta_x = x' - x$ .

Чтобы определить  $x'$ , воспользуемся формулами преобразования координат (поворота осей)  $x' = x \cos v + h \sin v$ . Отсюда

$$\delta_x = h \sin v - 2x \sin^2 \frac{v}{2}. \quad (5)$$

Формула (5) приведена в работе [3], однако направление угла  $v$  там принято обратным. В таком виде формула справедлива для всех случаев, но не позволяет проследить динамику



изменения ошибки в зависимости от изменения угла наклона модели.

Ошибку из формулы (5) получим, выразив ее через координаты новой системы  $x = x' \cos \nu - h' \sin \nu$ . Отсюда

$$\delta_x = h' \sin \nu + 2x \sin^2 \frac{\nu}{2}. \quad (6)$$

Примем

$$\delta_{x_I} = h' \sin \nu, \quad \delta_{x_{II}} = 2x' \sin^2 \frac{\nu}{2} \approx 2x \sin^2 \frac{\nu}{2}. \quad (7)$$

Составляющая  $\delta_{x_{II}}$  второго порядка малости и замена  $x'$  на  $x$  вызывает незначительную погрешность, равную  $2\delta_x \sin^2 \frac{\nu}{2}$ , не имеющую существенного значения. Как было отмечено в ра-

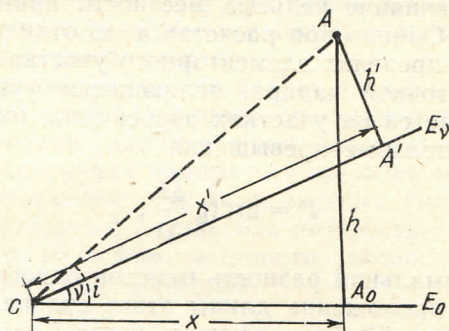


Рис. 1. Изменение координат точки модели местности при наличии погрешности горизонтирования  $\nu$ .

боте [3], при малых значениях  $\nu$  величиной  $\delta_{x_{II}}$  можно пренебречь, однако при больших значениях угла наклона модели ее уже необходимо учитывать.

Из формулы (7) видно, что составляющая  $\delta_{x_{II}}$  практически не зависит от превышений местности и в связи с этим может быть устранена путем аффинного трансформирования на обычном фототрансформаторе в процессе приведения ортофотоснимка к заданному масштабу. Такой дифференцированный подход к учету и исправлению искажений, вызываемых влиянием рельефа местности при наличии погрешности горизонтирования, позволяет несколько снизить требования к точности горизонтирования модели на приборе, так как основное значение ошибки будет определяться только составляющей  $\delta_{x_I}$ , где

$$h' = h \cos \nu - x \sin \nu. \quad (8)$$

Легко увидеть, что с увеличением погрешности горизонтирования, когда  $\nu \rightarrow i$  (рис. 1), значение  $h'$  убывает и, следова-



тельно, уменьшается значение ошибки  $\delta_{x_1}$ . Таким образом, не всегда возрастание погрешности горизонтирования приводит к увеличению ошибки за влияние рельефа местности.

Найдем нулевые значения  $\delta_{x_1}$ . Это условие будет выполнено, если  $\sin \nu = 0$  и  $h' = h \cos \nu - x \sin \nu = 0$ . Отсюда

$$\nu = 0 \text{ и } \nu = i = \operatorname{arctg} \frac{h}{x}. \quad (9)$$

Чтобы определить экстремальное значение  $\delta_{x_1}$ , получим производную функции (7) и зададим ей нулевое значение

$$(\delta_{x_1})' = h \cos 2\nu - x \sin 2\nu = 0,$$

отсюда

$$\nu = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{h}{x}. \quad (10)$$

Поскольку значение  $\delta_{x_1}$  из формулы (5) уже принято в практике, то найдем асимптотическое соотношение между этим значением и предлагаемым выражением  $\delta_{x_1}$  из формулы (7) для характерных точек функций:

$$\lim_{\nu \rightarrow 0} \left[ \frac{h \sin \nu}{h' \sin \nu} \right] = 1; \quad \lim_{\nu \rightarrow \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{h}{x} = \frac{i}{2}} \left[ \frac{h \sin \nu}{h' \sin \nu} \right] = 2;$$

$$\lim_{\nu \rightarrow \operatorname{arctg} \frac{h}{x} = i} \left[ \frac{h \sin \nu}{h' \sin \nu} \right] = \infty. \quad (11)$$

Как видим, только при малом значении угла наклона модели обе формулы эквивалентны. При  $\nu = \frac{1}{2} i$  функция (7)

имеет свое максимальное положительное значение и  $h \sin \nu$  превышает ее в два раза, а при дальнейшем повороте модели, когда  $\nu \rightarrow i$ , вообще дает неверный результат. Однако следует отметить, что с учетом составляющих  $\delta_{x_{II}}$  оба значения из уравнений (5) и (6) совпадают. Таким образом, влияние рельефа при наклоне модели в определенных условиях в значительной мере компенсируется. Для более полного выяснения этого факта рассмотрим конкретный пример, задавая значениями  $\nu$  значениями, чем позволяет прибор ОФПД.

Для аэрофотосъемки масштаба 1:10 000 и фокусного расстояния аэрофотокамеры 100 мм возможны следующие показатели:  $h=0,1$  м,  $H=100$  м,  $x=720$  м. Отсюда  $i = \operatorname{arctg} 0,1389 \approx 8^\circ$ . Составим таблицу и график изменений значений  $\delta_{x_I}$ ,  $\delta_{x_{II}}$ ,  $\delta_x$  в зависимости от изменения наклона модели.

Из таблицы и графика (рис. 2) видно, что в случае поворота плоскости трансформирования в сторону совмещения ее с по-



верхностью модели местности ошибка  $\delta_{xI}$  сначала возрастает до максимального значения при  $\nu = \frac{1}{2} i$ , а затем уменьшается до нуля при  $\nu = i$ . Таким образом, если при геодезическом ориентировании модели «ошибаться» в сторону общего уклона местности (это нетрудно, поскольку выполняется условие  $h' \rightarrow \min$ ), то без учета ошибки  $\delta_{xII}$ , устраняемой после на фото-

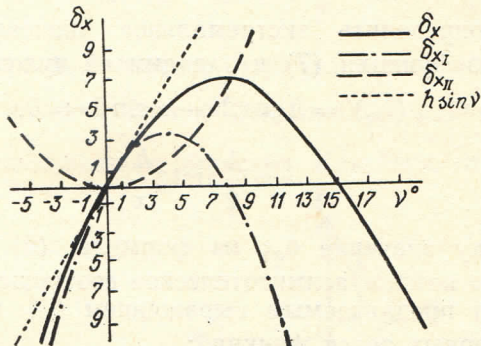


Рис. 2. График изменения абсолютных значений ошибок  $\delta_{xI}$ ,  $\delta_{xII}$ ,  $\delta_x$  и  $h \sin \nu$ .

трансформаторе, смещение точек на ортофотоснимке не будет превышать предварительно рассчитываемого значения. Из графика и таблицы также видно, что полная ошибка  $\delta_x$  имеет нулевое значение, так как  $\delta_{xI}$  и  $\delta_{xII}$  взаимно компенсируются. В таблице выделены ошибки  $\delta_{xI}$  и  $\delta_x$ , которые не превышают 4 м.

Поскольку ошибка  $\delta_x$  носит систематический характер, то влияние ее на фактор удвоения или исчезновения контуров на краях щелевой диафрагмы незначительно и учитывается при расчетах размеров щелевой диафрагмы. В этом случае частный уклон  $i'$  местности определяют с учетом наклона плоскости трансформирования, т. е. непосредственно по модели местности, построенной на приборе. Однако вследствие того, что для дифференциального трансформирования, как правило, выбирают аэрофотоснимки со значительным рельефом местности, максимальные уклоны значительно превышают угол наклона модели. Поэтому размер щелевой диафрагмы лишь в малой степени зависит от точности горизонтирования.

Следует также учитывать, что при ориентировании модели в сторону уменьшения  $h'$  частные уклоны перераспределяются и максимальные уклоны уменьшаются (рис. 3).

Определим максимальную погрешность горизонтирования по картам с сечением рельефа 5 м. Максимальная ошибка по вы-





Учитывая формулы (7) и (8), записываем

$$\delta_{x_1} = (h \cos \nu - x \sin \nu) \sin \nu \text{ или } \delta_{x_1} = h \sin \nu \cos \nu - x \sin^2 \nu.$$

Мы получили относительную ошибку  $\frac{\delta_{x_1}}{x} = \frac{h}{x} \sin \nu \cos \nu - \sin^2 \nu$ . Однако для точек местности, принадлежащих одной наклонной плоскости,  $\frac{h}{x} = \operatorname{tg} \nu$ , отсюда

$$\frac{\delta_{x_1}}{x} = 0. \quad (13)$$

Следовательно, при последующем масштабировании ошибка  $\delta_{x_1}$  для точек, лежащих в одной плоскости, полностью компенсируется при любом значении угла наклона модели, и искажения в этом случае определяются составляющей  $\delta_{x_{II}}$ . Это явление известно в практике как трансформирование на наклонную плоскость. Теория и практика аффинного трансформирования аэроснимков плоской наклонной местности подробно изложены в работе [2].

Поскольку изменение угла наклона плоскости трансформирования само по себе определяет лишь систематическую ошибку, то обратим внимание на плоскость  $E\nu_0$ , проведенную под условием  $[h'] = \operatorname{tg} \nu_0$  (рис. 3),

$$\nu_0 = \operatorname{arctg} \frac{[h]}{[x]}. \quad (14)$$

В этом случае превышения точек модели  $\pm h'_0$  от средней плоскости будут определять ту случайную составляющую ошибки  $\delta_{x_1}$ , которая не компенсируется масштабированием.

Таким образом, при расчетах допустимой точности горизонтирования следует принимать во внимание лишь отклонения высот точек местности от средней (в общем случае наклонной) плоскости  $E\nu_0$ , т. е.

$$h'_0 = h \cos \nu_0 - x \sin \nu_0. \quad (15)$$

При трансформировании аэроснимков средних и крупных масштабов, как правило, наблюдается наклонная плоскость (рис. 3). Поэтому превышения  $h'_0$  будут меньше превышений  $h$ . Это обстоятельство в ряде случаев позволяет снижать требования к точности горизонтирования модели и, следовательно, ускорять выпуск фотопланов, поскольку появляется возможность изготовить ортофотоотпечатки до полевых работ по плановой привязке аэроснимков.

Анализ точности ортофотоснимков, полученных на ОФПД при наличии погрешности горизонтирования модели, подтверждает приведенные выше рассуждения.



В заключение можно отметить, что в практической работе желательно учитывать следующие требования:

1. На участке работ в пределах каждой стереопары определяют общий уклон местности по формуле (14). Превышения точек местности над точкой надира выбирают на характерных перегибах местности по линии наибольшего уклона и по осям X и Y. Вычисления можно производить как по карте, так и по произвольно ориентированной модели местности, построенной на приборе.

2. По формуле (15) определяют превышения характерных точек местности над средней плоскостью. Для случаев

$$h_0' < 2 \frac{\delta_{h \max} f M}{r n}, \quad (16)$$

где  $\delta_{h \max}$  — максимальный допустимый предел смещения точек за влияние рельефа местности;  $f$  — фокусное расстояние аэрокамеры;  $r$  — радиус-вектор рабочей площади аэроснимка;  $n$  — коэффициент увеличения аэроснимка, нужно отказаться от дифференциального трансформирования и применять аффинное трансформирование на обычных фототрансформаторах.

Следует помнить, что аффинное трансформирование производится с нарушением некоторых геометрических условий, и поэтому при работе на фототрансформаторе SEG—V необходимо отключать устройство автоматического введения децентрации и для совмещения оптического изображения точек аэронегатива с точками опорного планшета использовать все установочные движения фототрансформатора.

3. Определение необходимых размеров щелевой диафрагмы производят по известным формулам [1, 3], но с учетом неравенства частного и общего уклонов местности (3), (4). При вычислениях оптимального размера щелевой диафрагмы в ряде случаев следует принимать во внимание не максимальное значение  $r_{\max}$ , а конкретное расстояние от точки надира до участков с максимальными уклонами.

4. Максимальный возможный угол наклона модели с учетом формулы (7) определяют по формуле

$$\nu_{\text{доп}} = \arcsin \frac{\delta_{x \max}}{h_0' n}, \quad (17)$$

где  $\delta_{x \max}$  — допустимое смещение точек за влияние рельефа;  $n$  — коэффициент увеличения аэроснимков.

В зависимости от полученного значения  $\nu_{\text{доп}}$  можно выбрать экономически выгодный и обеспечивающий требуемую точность способ горизонтирования модели. В некоторых же случаях оказывается достаточным ориентировать модели под условием  $h' \rightarrow 0$  либо  $\alpha_{\text{прав}} = \omega_{\text{прав}} = 0$ .

Эти дополнительные требования к подготовительным работам дифференциального трансформирования не отнимают мно-



го времени и в ряде случаев при достаточном опыте работ вообще не требуют дополнительных вычислений, так как легко выполняются по рисунку горизонталей на карте.

**Список литературы:** 1. Александров П. С. Ошибки ортофотоснимков. — «Тр. ЦНИИГАиК», 1971, вып. 190. 2. Бобир Н. Я. Фотограмметрия. М., «Недра», 1965. 3. Изготовление ортофотопланов. — «Тр. ЦНИИГАиК», 1972, вып. 194.

Работа поступила 23 мая 1977 года.

УДК 528.72:53.088.2

П. И. КОНЮХОВ, канд. техн. наук  
Львовский политехнический институт

### **ВЛИЯНИЕ ЛИЧНЫХ ОШИБОК ИСПОЛНИТЕЛЯ НА ТОЧНОСТЬ ФОТОГРАММЕТРИЧЕСКОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЫСОТ ТОЧЕК МЕСТНОСТИ**

Точность топографической карты во всех ее частях должна быть одинаковой независимо от метода ее создания. Известно, что при наземных методах съемки точность и правильность изображения рельефа местности на картах во многом зависит от топографа, его опытности и хорошего знания топографии местности. Поэтому интересно выяснить, какое влияние оказывает исполнитель на точность фотограмметрических измерений при стереофотограмметрическом методе съемки, где все процессы выполняются механически при помощи стереофотограмметрических приборов.

Точность изображения рельефа на топографических картах характеризуется точностью высот, обозначенных на них, и точностью положения горизонталей по высоте. При стереотопографическом методе съемки высоты точек, обозначенные на карте, определяются фотограмметрическим методом.

Определение высот точек местности по аэроснимкам на универсальных приборах сопровождается ошибками, обусловленными погрешностями: построения фотоизображения, взаимного ориентирования стереопары, горизонтирования стереомодели и ошибками измерений.

Взаимное ориентирование и горизонтирование выполняют по опорным точкам, высоты которых известны исполнителю, поэтому возникающие здесь погрешности могут быть сведены к минимуму.

Для выяснения степени влияния личных ошибок исполнителей на точность стереоизмерений необходимо, чтобы измерения были произведены всеми исполнителями на одних и тех же стереопарах при прочих равных условиях.