

ВЫЧИСЛЕНИЕ ВЕЛИЧИНЫ РЕФРАКЦИИ ДЛЯ РАДИОВОЛН, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЯХ

Несмотря на широкое применение радиоволн для геодезических измерений вопрос о вычислении степени искривления траектории радиоволн или величины их рефракции недостаточно изучен. Имеющиеся в литературе исследования [1, 5—7, 14] касаются высоких целей или посвящены вопросам передачи радиоволн на большие расстояния. Часто при проведении приближенных расчетов используют формулы рефракции для светового диапазона электромагнитных волн, что не является оправданным, хотя бы потому, что в этих формулах совершенно не учитывается влажность, которая для радиоволн имеет преобладающее влияние.

В работе [8] предложены формулы для вычисления вертикальной r_v и r_r горизонтальной составляющих рефракции для радиоволн любого диапазона. В общем виде эти формулы представлены следующим образом:

$$r_v = -\frac{1}{S} \int_0^S \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial z} X dx; \quad (1)$$

$$r_r = \frac{1}{S \cos \beta} \int_0^S \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial y} X dx, \quad (2)$$

где r_v и r_r — поправки за рефракцию в вертикальный и горизонтальный углы; X — ось координат, проходящая через наблюдаемые точки; Z — ортогональная к X ось, лежащая в отвесной плоскости; Y — ортогональная к X и Z ось, β — вертикальный угол; S — длина линии по хорде; n — показатель преломления воздуха.

Если для вычисления n принять значение

$$n = 1 + A \frac{p}{T} - B \frac{e}{T} + C \frac{e}{T^2}, \quad (3)$$

где p , T и e — соответственно давление, температура и влажность воздуха; A , B и C — постоянные коэффициенты, зависящие от длины волны, то частные производные $\frac{\partial n}{\partial z}$ и $\frac{\partial n}{\partial y}$ принимают такой вид:

$$\frac{\partial n}{\partial z} = \frac{1}{T^2} \left[AT \frac{\partial p}{\partial z} + \left(Be - Ap - \frac{2Ce}{T} \right) \frac{\partial T}{\partial z} + (C - BT) \frac{\partial e}{\partial z} \right]; \quad (4)$$

$$\frac{\partial n}{\partial y} = \frac{1}{T^2} \left[AT \frac{\partial p}{\partial y} + \left(Be - Ap - \frac{2Ce}{T} \right) \frac{\partial T}{\partial y} + (C - BT) \frac{\partial e}{\partial y} \right]. \quad (5)$$

Подставляя эти значения частных производных в формулы (1) и (2), получаем:

$$r_b = -\frac{1}{S} \int_0^S \frac{1}{nT^2} \left[AT \frac{\partial p}{\partial z} + \left(Be - Ap - \frac{2Ce}{T} \right) \frac{\partial T}{\partial z} + (C - BT) \frac{\partial e}{\partial z} \right] X dx; \quad (6)$$

$$r_r = \frac{1}{S \cos \beta} \int_0^S \frac{1}{nT^2} \left[AT \frac{\partial p}{\partial y} + \left(Be - Ap - \frac{2Ce}{T} \right) \frac{\partial T}{\partial y} + (C - BT) \frac{\partial e}{\partial y} \right] X dx. \quad (7)$$

При практическом применении формул (6) и (7) полагаем, что вдоль измеряемой линии нам известны некоторые средние величины метеорологических элементов и их градиентов по осям Z и Y , что может иметь место при относительно однородной подстилающей поверхности для линий длиной 5—40 км. Тогда формулы (6) и (7) можно записать так:

$$r_b = -\frac{S}{2nT^2} \left[AT \frac{\partial p}{\partial z} + \left(Be - Ap - \frac{2Ce}{T} \right) \frac{\partial T}{\partial z} + (C - BT) \frac{\partial e}{\partial z} \right]; \quad (8)$$

$$r_r = \frac{S}{2nT^2 \cos \beta} \left[AT \frac{\partial p}{\partial y} + \left(Be - Ap - \frac{2Ce}{T} \right) \frac{\partial T}{\partial y} + (C - BT) \frac{\partial e}{\partial y} \right]. \quad (9)$$

При дальнейших упрощениях без ущерба для точности можно принять $n=1$ и $\cos \beta=1$.

Таким образом, в окончательном виде формулы для вычислений r_b^* и r_r^* имеют вид:

$$r_b^* = -\frac{S\rho''}{2T^2} \left[AT \frac{\partial p}{\partial z} + \left(Be - Ap - \frac{2Ce}{T} \right) \frac{\partial T}{\partial z} + (C - BT) \frac{\partial e}{\partial z} \right]; \quad (10)$$

$$r_r^* = -\frac{S\rho''}{2T^2} \left[AT \frac{\partial p}{\partial y} + \left(Be - Ap - \frac{2Ce}{T} \right) \frac{\partial T}{\partial y} + (C - BT) \frac{\partial e}{\partial y} \right]. \quad (11)$$

где r_b^* и r_r^* выражены в секундах дуги.

В полученных формулах горизонтальная и вертикальная составляющие рефракции для любого диапазона электромагнитных волн выражаются через основные метеорологические элементы и их соответствующие градиенты. Они отличаются от уже существующих тем, что учитывают влажность воздуха, а это очень важно при распространении радиоволн, когда влияние влажности воздуха особенно велико.

Учитывая, что искажения в измеряемые линии вносит вертикальная составляющая рефракции, практически ее величину вычисляем по формуле (10).

Величины коэффициентов A , B и C , входящих в формулу (10), для электромагнитных волн сантиметрового диапазона определены по экспериментальным данным с большой степенью надежности, как у нас, так и за рубежом [1, 5, 6, 12—14], поэтому принимаем

$$A = 103,49 \cdot 10^{-6}; \quad B = 17,23 \cdot 10^{-6}; \quad C = 495\,822,48 \cdot 10^{-6}.$$

Входящие в формулу (10) значения метеорологических элементов и их вертикальных градиентов могут изменяться в широких пределах.

В связи с этим вычисления рефракции выполняем для дневного периода суток с нормальной стратификацией приземных слоев воздуха, ночного — с инверсионной стратификацией и периода спокойных изображений, в середине которого наступает изотермия. Подробная характеристика этих периодов приведена в работе [9].

Значение вертикального температурного градиента для дневного периода принимаем равным стандартному — $0,0064^\circ/\text{м}$ [11], для ночного периода $+0,0010^\circ/\text{м}$, а для периода спокойных изображений равным нулю.

Анализ градиентных измерений в приземном (0—50 м) слое воздуха, приводимый в работах П. А. Воронцова [2], Р. Гейгера [3], В. А. Девятовой [4], С. А. Сапожниковой [10], и выполненные нами экспериментальные измерения метеозаписей в Предкарпатье, в холмистом районе Вольно-Подольской возвышенности и в южном степном районе во все сезоны года (продолжительность от одной недели до месяца) дают основания принять такие значения вертикального градиента влажности $\frac{\partial e}{\partial z}$: для дневного периода $-0,0035 \text{ мм/м}$, для ночного $+0,0010 \text{ мм/м}$ и для периода спокойных изображений близким нулю.

Величина вертикального температурного градиента давления $\frac{\partial p}{\partial z}$ в течение суток в обычных условиях изменяется незначительно, поэтому при вычислениях для всех трех периодов принимаем ее равной $-0,0895 \text{ мм/м}$ [11].

Температуру при вычислениях берем в пределах от 0° до 40°C , а влажность от 0 до 20 мм рт. ст.

Для определения шага и степени влияния каждого элемента, входящего в формулу (10), находим значения частных производных по отдельным элементам.

$$\frac{\partial r_v}{\partial T} = \frac{S p''}{2nT^3} \left[AT \frac{\partial p}{\partial z} + \left(2Be - 2Ap - \frac{6Ce}{T} \right) \frac{\partial T}{\partial z} + (2C - BT) \frac{\partial e}{\partial z} \right]; \quad (12)$$

$$\frac{\partial r_v}{\partial e} = - \frac{S p''}{2nT^2} \left[\left(B - \frac{2C}{T} \right) \frac{\partial T}{\partial z} \right]; \quad (13)$$

$$\frac{\partial r_v}{\partial p} = \frac{S p''}{2nT^2} A \frac{\partial T}{\partial z}. \quad (14)$$

Подстановка числовых величин в дифференциальные соотношения (12)—(14) дает следующие результаты:

а) при $t=20^\circ \text{C}$, $S=10 \text{ км}$, $e=10 \text{ мм рт. ст.}$ и $p=760 \text{ мм рт. ст.}$ для увеличения величины рефракции на $1''$ температуру необходимо изменять днем на 5° , ночью на 16° при остальных постоянных элементах.

б) в тех же условиях для изменения величины r_v на $1''$ влажность надо изменять днем на $4,5 \text{ мм рт. ст.}$, ночью на 27 мм рт. ст. при остальных постоянных элементах;

в) вычисления показывают, что для изменения величины рефракции на $1''$ давление воздуха должно увеличиться днем на 150 мм рт. ст. , ночью изменение давления практически не оказывает влияния на величину r_v .

Исходя из этого, шаг температуры принимаем равным 5° , влажности 4 мм рт. ст. , и все вычисления проводим при одном давлении — 760 мм рт. ст.

Для линий днойой 5, 10, 20 и 30 км, мы вычислили величины r_v'' для дневного, ночного периодов и периодов спокойных изображений. Полученные данные приведены в табл. 1—3.

Из анализа таблиц можно сделать следующие выводы:

1. Максимальных значений вертикальная рефракция электромагнитных волн достигает в дневной период, минимальных — в ночной.
2. В период спокойных изображений, когда вертикальный температурный градиент $\frac{\partial T}{\partial z} = 0$, а градиент влажности близок к 0, вертикальная рефракция не зависит от влажности воздуха и изменяется только в зависимости от температуры.

Таблица 1

Значения r_v для дневного периода при $p=760$ мм рт. ст.

S, км	t, °C	e, мм рт. ст.					
		0	4	8	12	16	20
5	0	25,1	24,5	23,8	23,1	22,5	21,9
	5	24,5	23,9	23,3	22,7	22,0	21,4
	10	23,9	23,3	22,8	22,2	21,6	21,0
	15	23,4	22,8	22,3	21,7	21,2	20,7
	20	22,8	22,3	21,8	21,3	20,8	20,3
	25	22,3	21,9	21,5	20,9	20,4	19,9
	30	21,9	21,5	21,0	20,5	20,0	19,6
	35	21,4	21,0	20,6	20,0	19,6	19,2
40	21,0	20,6	20,2	19,7	19,3	18,9	
10	0	50,2	49,0	47,6	46,2	45,0	43,8
	5	49,0	47,8	46,6	45,4	44,0	42,8
	10	47,8	46,6	45,6	44,4	43,2	42,0
	15	46,8	45,6	44,6	43,4	42,4	41,4
	20	45,6	44,6	43,6	42,6	41,6	40,6
	25	44,6	43,8	43,0	41,8	40,8	39,8
	30	43,8	43,0	42,0	41,0	40,0	39,2
	35	42,8	42,0	41,2	40,0	39,2	38,4
40	42,0	41,2	40,4	39,4	38,6	37,8	
20	0	100,4	98,0	95,2	92,4	90,0	87,6
	5	98,6	95,6	93,2	90,8	88,0	85,6
	10	95,6	93,2	91,2	88,8	86,4	84,0
	15	93,6	91,2	89,2	86,8	84,8	82,8
	20	91,2	89,2	87,2	85,2	83,2	81,2
	25	89,2	87,6	86,0	83,6	81,6	79,6
	30	87,6	85,0	84,0	82,0	80,0	78,4
	35	85,6	84,0	82,4	80,0	78,4	76,8
40	84,0	82,4	80,8	78,8	77,2	75,6	
30	0	150,6	147,0	142,8	138,6	135,0	131,4
	5	147,0	143,4	139,8	136,2	132,0	128,4
	10	143,4	139,8	136,8	133,2	129,6	126,0
	15	140,4	136,8	133,8	130,2	127,2	124,2
	20	138,8	133,8	130,8	127,8	124,8	121,8
	25	133,8	131,4	129,0	125,4	122,4	119,4
	30	131,4	129,0	126,0	123,0	120,0	117,6
	35	128,0	126,0	123,6	120,0	117,6	115,2
40	126,0	123,6	121,2	118,2	115,8	113,4	

3. В период спокойных изображений, когда вертикальный градиент влажности равен 0, а градиент температуры близок к 0, рефракция будет минимальной за весь светлый период суток.

4. Рефракция возрастает с увеличением расстояния.

5. Величина рефракции практически не зависит от изменения давления воздуха.

Для сравнения величин горизонтальной и вертикальной составляющих рефракции нами вычислена величина r_r для $S=10$ км, $p=$

$=760$ мм рт. ст., $e=15$ мм рт. ст., $t=20^{\circ}\text{C}$, $\frac{\partial p}{\partial y}=0$, $\frac{\partial T}{\partial y}=0,001^{\circ}/\text{м}$, $\frac{\partial e}{\partial y}=0,0001$ мм рт. ст./м по формуле (11). Эта величина оказалась равной $1''$,5. Для тех же условий величина r'_b больше r'_r в 20 раз, поэтому для многих случаев геодезических измерений с применением радиоволн горизонтальная составляющая рефракции может не учитываться. Такое соотношение величин r'_b и r'_r объясняется тем, что величины вертикальных градиентов метеорологических элементов значительно больше соответствующих горизонтальных градиентов.

Таблица 2
Значения r'_b для ночного периода при $p=760$ мм рт. ст.
(в секундах дуги)

S, км	t, °C	e, мм рт. ст.					
		0	4	8	12	16	20
5	0	14,6	14,7	14,8	14,9	15,0	15,1
	5	14,4	14,5	14,6	14,7	14,8	14,9
	10	14,2	14,3	14,4	14,4	14,5	14,6
	15	14,0	14,0	14,1	14,2	14,3	14,4
	20	13,8	13,9	13,9	14,0	14,1	14,2
	25	13,6	13,7	13,8	13,8	13,9	14,0
	30	13,4	13,5	13,6	13,7	13,7	13,8
	40	13,2	13,3	13,4	13,5	13,6	13,6
10	0	29,2	29,4	29,6	29,8	30,0	30,2
	5	28,8	29,0	29,2	29,4	29,6	29,8
	10	28,4	28,6	28,8	28,8	29,0	29,2
	15	28,0	28,0	28,2	28,4	28,6	28,8
	20	27,6	27,8	27,8	28,0	28,2	28,4
	25	27,2	27,4	27,6	27,6	27,8	28,0
	30	26,8	27,0	27,2	27,4	27,4	27,6
	40	26,4	26,6	26,8	27,0	27,2	27,2
20	0	58,4	58,8	59,2	59,6	60,0	60,4
	5	57,6	58,0	58,4	58,8	59,2	59,6
	10	56,8	57,2	57,6	57,6	58,0	58,4
	15	56,0	56,0	56,4	56,8	57,2	57,6
	20	55,2	55,6	55,6	56,0	56,4	56,8
	25	54,4	54,8	55,2	55,2	56,6	56,0
	30	53,6	54,0	54,4	54,8	54,8	55,2
	40	52,8	52,4	52,8	53,2	53,2	53,6
30	0	87,6	88,2	88,3	89,4	90,0	90,6
	5	86,4	87,0	87,6	88,2	88,8	89,4
	10	85,2	85,8	86,4	86,4	87,0	87,6
	15	84,0	84,0	84,6	85,2	85,8	86,4
	20	82,8	83,4	83,4	84,0	84,6	85,2
	25	81,6	82,2	82,8	82,8	83,4	84,0
	30	80,4	81,0	81,6	82,2	82,2	82,8
	40	79,2	79,8	80,4	81,0	81,6	81,6
		78,0	78,6	79,2	79,8	79,8	80,4

Полученные величины рефракции для радиоволн сантиметрового диапазона оказались в 1,5—2 раза больше величины рефракции для светового диапазона, что следовало ожидать, ибо известно, что в диапазоне ультракоротких волн обладающие постоянным дипольным моментом молекулы воды, имеющиеся в воздухе, под действием электромаг-

нитного поля приобретают свойства диполя. С этим и связано изменение величины диэлектрической проницаемости, следовательно, и величины рефракции.

Вертикальная составляющая рефракции для радиоволн короткого диапазона, которую мы вычисляли, имеет большое значение при проведении различных геодезических измерений. Особую ценность эти таблицы могут иметь для уточнения результатов измерений длин линий радиодальномерами, а также при применении радиосистем.

Таблица 3

Значения γ'' для периодов спокойных изображений при $p=760$ мм рт. ст. (в секундах дуги)

S, км	t, °C	e, мм рт. ст.					
		0	4	8	12	16	20
5	0	16,4	16,2	16,0	15,8	15,6	15,4
	5	16,2	16,0	15,8	15,6	15,4	15,2
	10	15,8	15,6	15,5	15,3	15,2	15,0
	15	15,6	15,4	15,3	15,1	15,0	14,8
	20	15,4	15,3	15,1	14,9	14,7	14,6
	25	15,1	15,0	14,9	14,7	14,5	14,4
	30	14,9	14,7	14,6	14,5	14,3	14,2
	40	14,7	14,6	14,5	14,3	14,2	14,0
10	0	32,8	32,4	32,0	31,6	31,2	30,8
	5	32,4	32,0	31,6	31,2	30,8	30,4
	10	31,6	31,2	31,0	30,6	30,4	30,0
	15	31,2	30,8	30,6	30,2	30,0	29,6
	20	30,8	30,6	30,2	29,8	29,4	29,2
	25	30,2	30,0	29,8	29,4	29,0	28,8
	30	29,8	29,4	29,2	29,0	28,6	28,4
	40	29,4	29,2	29,0	28,6	28,4	28,0
20	0	65,6	64,8	64,0	63,2	62,4	61,6
	5	64,8	64,0	63,2	62,4	61,6	60,3
	10	63,2	62,4	62,0	61,2	60,8	60,0
	15	62,4	61,6	61,2	60,4	60,0	59,2
	20	61,6	61,2	60,4	59,6	58,8	58,4
	25	60,4	60,0	59,6	58,8	58,0	57,6
	30	59,6	58,8	58,4	58,0	57,2	56,8
	40	58,8	58,4	58,0	57,2	56,8	56,0
30	0	98,4	97,2	96,0	94,8	93,6	92,4
	5	97,2	96,0	94,8	93,6	92,4	91,2
	10	94,8	93,6	93,0	91,8	91,2	90,0
	15	93,6	92,4	91,8	90,6	90,0	88,8
	20	92,4	91,8	90,6	89,4	88,2	87,6
	25	90,6	90,0	87,6	88,2	87,0	86,4
	30	89,4	88,2	89,4	87,0	85,8	85,2
	40	88,2	87,6	87,0	85,8	85,2	84,0
	40	86,4	85,8	85,2	84,0	83,4	82,8

Приведенные в табл. 1—3 данные позволяют определить величину рефракции радиоволн для трех наиболее характерных периодов суток. Для других периодов суток эти величины могут быть получены с определенной степенью приближения путем интерполирования.

Таким образом, использование предлагаемых таблиц не требует дополнительных инструментальных измерений метеоэлементов и позво-

ляет вводить поправки за рефракцию при радиодальномерных измерениях в любое время и с учетом предложенного нами способа деления суток на характерные периоды по стратификации приземного слоя воздуха.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бин Б. Р. и Даттон Е. Д. Радиометеорология. Л., Гидрометеиздат, 1971.
2. Воронцов П. А. Аэрологические исследования пограничного слоя атмосферы. М.—Л., Гидрометеиздат, 1960.
3. Гейгер Р. Климат приземного слоя воздуха. М., ИЛ, 1960.
4. Девятова В. А. Микроаэрологические исследования нижнего километрового слоя атмосферы. М., Гидрометеиздат, 1957.
5. Долуханов М. П. Распространение радиоволн. М., «Связь», 1972.
6. Иордан В., Эггерт О., Кнейссл М. Руководство по геодезии. Измерение расстояний при помощи электромагнитных волн и его геодезическое применение. М., «Недра», 1971, т. 6.
7. Кондрашков А. В. Электрические и радиогеодезические измерения. М., «Недра», 1972.
8. Маслич Д. И. Определение рефракции при распространении электромагнитных волн у поверхности Земли. — «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», 1972, вып. 15.
9. Маслич Д. И., Хижак Л. С. Исследование зависимости коэффициента рефракции от периода суток и высоты луча. — «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», 1969, вып. 10.
10. Сапожникова С. А. Микроклимат и местный климат. Л., Гидрометеиздат, 1950.
11. Таблицы стандартной атмосферы. ГОСТ 4401-64. М., Изд-во стандартов, 1964.
12. Bagell H., Sears J. E. The Refraction and Dispersion for the visible Spectrum. Phil. Trans. Royal Soc., London. Series A, 1939, S. 238.
13. Essen L., Froome K. D. The Refractive Indices and Dielectric Constants of Air and its Principal Constituents at 24 000 Mc/s. Proc. Phys. Sol., Series B., 64, 1951, S. 862—875.
14. Poder K. Atmospheric Corrections to Tellurometer Measurements. Proceeding of the International Symposium Figure of the Earth and Refraction. Vienna, 1967.

Работа поступила 11 июня 1973 года.
Рекомендована кафедрой геодезии Львовского политехнического института.
