

Г. Ф. ЛАВРОВ

### ТОЧНОСТЬ РЕДУЦИРОВАНИЯ ЛИНИЙ ПОЛИГОНОМЕТРИИ, ЗАНИВЕЛИРОВАННЫХ НАКЛОННЫМ ЛУЧОМ

В горной и всхолмленной местности нивелирование целиков штативов затрудняется уже при углах наклона около  $8^\circ$ . Эффективным способом является нивелирование целиков наклонным лучом теодолита. В нем при закрепленной под определенным углом наклона  $\alpha$  трубе теодолита, установленного в створе измеряемой линии, берут отсчеты  $l$  по вертикальной рейке [2]. При вычислениях горизонтального продолжения получают проекцию ломаной сначала на наклонный луч, а затем — ее проекцию на горизонтальную плоскость [1].

На точность проектирования влияют следующие средние квадратические ошибки:

- $m_s$  — собственно измерений длин  $s$  пролетов,
- $m_{l_n-l_0}$  — измерений высот инструмента  $l_0$  и визирования  $l_n$  по рейке на конечной точке  $n$ ,
- $m_{l_i}$  — измерений высот визирования  $l_i$  на промежуточные целики,
- $m_\alpha$  — измерения угла наклона  $\alpha$  визирного луча.

Проекция ломаной линии полигонометрии на наклонный луч составляет [1]

$$[s_\alpha] = [s] + (l_n - l_0) \sin \alpha - \frac{\cos^2 \alpha}{2} \left[ \frac{\Delta l^2}{s} \right] - \dots \quad (1)$$

Горизонтальное проложение этой проекции на наклонный луч

$$D = [s_\alpha] \cos \alpha. \quad (2)$$

Среднюю квадратическую ошибку горизонтального проложения можно вычислить по формуле

$$M_D^2 = M_s^2 + M_{l_n-l_0}^2 + M_{\Delta l}^2 + M_\alpha^2. \quad (3)$$

Составляющие  $M$  за счет перечисленных источников определяются выражениями

$$M_s = \cos \alpha \sqrt{[m_s^2]}, \quad (4)$$

$$M_{l_n-l_0} = \frac{1}{2} \sin 2\alpha m_{l_n-l_0}, \quad (5)$$

$$M_{\Delta l} = \cos^3 \alpha \sqrt{\left[ \left( \frac{\Delta l}{s} m_{\Delta l} \right)^2 \right]}, \quad (6)$$

$$M_\alpha = [s] \sin \alpha \frac{m_\alpha}{\rho''}. \quad (7)$$

Формулы (4)—(7) конкретизированы на основании следующих положений:

1. Ошибка в угле наклона визирного луча с учетом измерения его оптическим теодолитом принимается равной

$$m_{\alpha}^* = \frac{120''}{v},$$

где  $v$  — увеличение трубы. Ошибка  $m_{\alpha}$  практически не сказывается на точности проектирования измеренной линии на наклонный луч, но влияет на точность проектирования на горизонтальную плоскость.

Ошибка, вызванная вертикальной рефракцией, практически влияет лишь на величину  $M_{\alpha}$ . С целью уменьшения влияния этого фактора следует при установке высоты визирирования  $l_n$  на рейке учитывать известную часть смещения визирного луча

$$dl_{mm} = 78,5 ks^2_{км} \sec \alpha,$$

где  $k$  — коэффициент вертикальной рефракции.

При  $k=1$ ,  $s=240$  м,  $\alpha=20^\circ$ ,  $dl=5,1$  мм. Неизвестная случайная часть этой ошибки учтена нами в допуске  $m_{\alpha}$ .

2. Линия измеряется равными 24-метровыми пролетами.

3. Средняя квадратическая ошибка взгляда, мм, составит величину

$$m_{l_i} = \frac{14,4i}{v} = 0,6i.$$

Здесь и далее увеличение  $v$  — 24. Для конечной рейки  $m_{l_i}=0,6n$ .

Ошибка разности  $l_i - l_{i-1}$  отсчетов по смежным рейкам, мм, равна

$$m_{\Delta l_i} = \frac{10(2i-1)}{v} = 0,42(2i-1).$$

4. Целесообразно высоту инструмента измерять с ошибкой

$$m_{l_0} = \frac{m_{l_n}}{\sqrt{n}} = 0,6\sqrt{n};$$

тогда ошибка разности  $l_n - l_0$  будет такая:

$$m_{l_n - l_0} = \frac{2n+1}{2n} m_{l_n} = 0,3(2n+1).$$

С учетом рассмотренных пунктов 1—4 получены рабочие формулы для практических расчетов ожидаемых ошибок:

$$M_s = \cos \alpha \sqrt{n} m_s, \quad M_{l_n - l_0} = \frac{3,6(2n+1)}{v} \sin 2\alpha = 0,15(2n+1) \sin 2\alpha,$$

$$M_{\Delta l} = \frac{n\sqrt{n} \cos^3 \alpha}{2v} \Delta l_{ср} = \frac{n\sqrt{n}}{48} \cos^3 \alpha \Delta l_{ср}^M, \quad M_{\alpha} = \frac{14,4n \sin \alpha}{v} = 0,6n \sin \alpha.$$

Вычисленные по этим формулам ошибки  $M$ , мм, суммарные абсолютные  $M_D$  и относительные  $\frac{M_D}{D} = \frac{1}{T_{\alpha}}$  ошибки при различных значениях  $n$  и  $\alpha$  и  $m_s = \pm 1$  мм помещены в таблице.

Из таблицы видно, что редуцирование линий сопровождается допустимыми (1 : 50 000) ошибками для полигонометрии 1-го разряда.

Таблица абсолютных значений ошибок, мм, и знаменателей  $T_d$  относительных ошибок

$\alpha$	$n$							
	10		20		10		20	
	$M_s$		$M_{I_n - I_0}$				$M_{\Delta l}$	
10°	3,1	4,4	1,1	2,1	0,9	2,7		
20	3,0	4,2	2,0	4,0	0,8	2,3		
	$M_\alpha$		$M_D$		$T_d$			
10	1,0	2,1	3,5	6,0	65 000	79 000		
20	2,0	4,1	4,2	7,5	54 000	60 000		

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Лавров Г. Ф. Приведение к горизонту линий полигонометрии, занивелированных наклонным лучом. В сб. «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», вып. 11, Изд-во Львов. ун-та, Львов, 1970.
2. Романов М. Г. Нивелировка наклонным лучом. «Геодезист», 1939, № 2.

Работа поступила  
12 января 1970 года