

зов:  
вып:  
лен  
(зи:  
зал  
196

три

УДК 528.02

Д. И. МАСЛИЧ, С. Г. ВЛАСЕНКО

## ЗАВИСИМОСТЬ ДНЕВНОЙ АМПЛИТУДЫ КОЭФФИЦИЕНТА РЕФРАКЦИИ ОТ ВЫСОТЫ ЛИНИИ ВИЗИРОВАНИЯ

При измерении углов наклона, зенитных расстояний и других работах, где учет преломления атмосферы осуществляется с помощью коэффициента рефракции  $k$ , величину последнего чаще всего принимают равной какому-то среднему значению для данного района. Многим исследованиями установлено наличие дневного хода коэффициента рефракции и зависимости этого хода от изменения основных метеорологических элементов [3, 4, 6]. Показано также, что с высотой линии визирования над подстилающей поверхностью изменяется как среднее значение  $k$  [5], так и его амплитуда [4, 5]. Однако аналитическая зависимость между изменениями дневной амплитуды  $k$  и высоты линии визирования не установлена, хотя это и имело бы большое значение для правильного учета величины  $k$ , особенно при проведении геодезического нивелирования как одностороннего, так и двухстороннего.

При определении такой аналитической зависимости в простом виде доступном для практического пользования, не представляется возможным применить известные закономерности изменения метеорологических элементов, а следовательно, и рефракции, в зависимости от высоты над подстилающей поверхностью, выраженные сложными формулами [2]. Мы используем эмпирический способ, учитывая, что закономерность распределения температуры и влажности воздуха в нижнем слое могут быть определены соотношениями вида [1]:

$$A_z = A_0 + bz^n, \quad (1)$$

где  $A_z$  и  $A_0$  — значения метеорологического элемента на уровне  $z$  и начальном, а  $b$  и  $n$  — коэффициенты, определяемые экспериментально.

Исходя из этого, зависимость амплитуды дневного хода  $k$  от высоты линии визирования, как это рекомендуется в работе [4], можно представить равенством

$$\Delta k_a = \Delta k_{a,0} \cdot e^{-ch}, \quad (2)$$

где  $\Delta k_a = k_{\max} - k_{\min}$  — амплитуда дневного (суточного) хода коэффициента рефракции на высоте  $h$  над поверхностью земли, то есть разность максимального  $k_{\max}$  и минимального  $k_{\min}$  значений коэффициентов рефракции на высоте  $h$ , м;  $\Delta k_{a,0}$  — амплитуда дневного (суточного) хода  $k$  для линии с наименьшей высотой над поверхностью земли;  $e$  — основание натуральных логарифмов;  $c$  — коэффициент, определяемый из экспериментальных наблюдений.

Для нахождения величин, входящих в эту формулу, были использованы обширные экспериментальные измерения зенитных расстояний, выполненных на трех пунктах триангуляции одновременно по 19 направлениям через каждый час в светлое время дня в различные сезоны (зима, весна, лето и осень). Работы проводились на холмистой, частично залесенной местности в районе Волыно-Подольской возвышенности в 1966 году.

Детальное описание района работ, характеристика сети пунктов триангуляции и методика работ дана в работе [6].

Принятая методика экспериментальных измерений зенитных расстояний и их обработка позволили вычислить почасовые значения коэффициента рефракций по всем направлениям и получить амплитуды дневного хода  $k$  для каждого периода в таком количестве: зимний — 112 значений амплитуд  $k$  по 18 направлениям; весенний — 73 по 15; летне-осенний — 54 по 19.

Условия прохождения визирных лучей характеризовались эквивалентными высотами, вычисленными для каждого направления в отдельности. По метеорологическим условиям наблюдения летом и осенью мало отличались, поэтому они объединены в одну группу.

Для суждения о дневном ходе  $k$  и зависимости его амплитуды от эквивалентной высоты луча над подстилающей поверхностью обратимся к табл. 3, 4 и 5, а также рис. 3 и 4, помещенным в работе [6], где приводятся средние значения величин  $k$ , установленные зимой и весной для каждого часа наблюдения по части направлений. Эти таблицы и графики убедительно подтверждают наличие зависимости дневной амплитуды  $k$  от высоты линии визирования.

Для определения величин  $\Delta k_{a,0}$  и  $c$  был использован метод линейной корреляции [7]. Прологарифмировав уравнение (2), получаем

$$\lg \Delta k_a = \lg \Delta k_{a,0} + (-c) \cdot h \cdot M. \quad (3)$$

Последнее выражение легко можно решать как уравнение линейной регрессии типа

$$y = a + \beta \cdot x. \quad (3')$$

Коэффициенты  $a$  и  $\beta$  представляют собой соответственно логарифм амплитуды дневного хода  $k$  для линии с наименьшей эквивалентной высотой и коэффициент  $c$ , взятый с обратным знаком. Они могут быть определены из равенств

$$\alpha = \frac{\Sigma y_i - \beta \Sigma x_i}{m}, \quad (4)$$

$$\beta = \frac{m \Sigma x_i y_i - \Sigma x_i \Sigma y_i}{m \Sigma x_i^2 - (\Sigma x_i)^2}, \quad (5)$$

где  $x_i$  — значение произведения  $h \cdot M$  для направления  $i$ ;  $y_i$  — значение логарифма амплитуды для направления  $i$ ;  $m$  — число уравнений.

Коэффициент корреляции вычисляется по формуле

$$r = \beta \sqrt{\frac{m \Sigma x_i^2 - (\Sigma x_i)^2}{m \Sigma y_i^2 - (\Sigma y_i)^2}}. \quad (6)$$

Для нахождения величин  $a$ ,  $\beta$  и  $r$  были составлены уравнения типа (3') для всех направлений сети триангуляции, по которым измерены зенитные расстояния, количество последних указано выше. Значения амплитуд дневного хода  $k$  для отдельных направлений осреднялись

по результатам всех дней, когда выполнялись измерения зенитных расстояний по заданному направлению.

После решения уравнений типа (3') определены коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$  и затем соответственно эмпирический коэффициент  $c$  и начальная амплитуда  $\Delta k_{a,0}$ :

	Число уравнений	Коэффициент $c$	Амплитуда $\Delta k_{a,0}$	Коэффициент корреляции, $r$	МОЖЕМОГНОГО КИ ЗА
Зима	18	0,0157	0,227	-0,67	1. В о
Весна	15	0,0209	0,275	-0,70	2. Л а
Лето—осень		196,0262	0,414	-0,75	3. М а

Полученные результаты указывают на явно выраженный годовой ход значения коэффициента  $c$  и начальной амплитуды  $\Delta k_{a,0}$ .

Достаточная близость коэффициента корреляции  $r$  к единице подтверждает, что зависимость между величинами уравнения (3) близка к линейной.

Оценим по методу доверительных интервалов коэффициенты регрессии  $\beta$ , выражающие, как известно, значение эмпирического коэффициента  $c$ , взятого с обратным знаком.

По теореме Бартлетта [7], для коэффициента истинной регрессии  $\beta_0$  в уравнениях типа (3) при доверительной вероятности  $1-p$  справедливо неравенство

$$\beta - t_{1-\frac{p}{2}} \frac{S_y \sqrt{1-r}}{S_x \sqrt{m-2}} \leq \beta_0 \leq \beta + t_{1-\frac{p}{2}} \frac{S_y \sqrt{1-r}}{S_x \sqrt{m-2}},$$

где  $\begin{cases} S_x \\ S_y \end{cases}$  — корни квадратные дисперсии выборок  $x_i$  и  $y_i$  вокруг своих средних  $\bar{x}$  и  $\bar{y}$ ;  $t_{1-\frac{p}{2}}$  — квантили распределения Стьюдента.

График зависимости амплитуды дневного хода  $k$  от эквивалентной высоты в различные сезоны года:

1 — зима; 2 — весна; 3 — лето.

При доверительной вероятности  $p=0,70$  значения эмпирического коэффициента  $c$  будут находиться в следующих пределах: для зимнего периода —  $(c=0,0157) 0,0242 \geq c \geq 0,0072$ ; весеннего —  $(c=0,0209) 0,0327 \geq c \geq 0,0091$ ; и летне-осеннего —  $(c=0,0262) 0,0383 \geq c \geq 0,014$ .

Используя сезонные величины коэффициента  $c$  и начальной амплитуды  $\Delta k_{a,0}$ , мы вычислили по формуле (2) значения амплитуды дневной кривой для различных эквивалентных высот в разные периоды года и составили график (рисунок), на которых по оси абсцисс отложен  $\Delta k_a$ , а по оси ординат — эквивалентные высоты  $h_{ek}$ .

Анализ графика указывает на то, что при заданной высоте линии визирования амплитуда дневной кривой изменения  $k$  принимает наименьшие значения в зимнее время и наибольшие — в летнее.

Необходимо отметить выравнивание значений амплитуд дневной кривой различных периодов года при увеличении эквивалентных высот. По-видимому, выше приземного слоя (80 м) дневные значения амплитуд в разное время года практически равны между собой.

Таким образом, полученная нами эмпирическая формула дает возможность в примерных условиях определить изменение амплитуды дневного хода  $k$ , что, в свою очередь, позволит правильно вводить поправку за влияние вертикальной рефракции при геодезических измерениях.

### ЛИТЕРАТУРА

- Воронцов П. А. Аэрологические исследования пограничного слоя атмосферы. Гидрометеоиздат, Л., 1960.
- Лайхтман Д. Л. Физика пограничного слоя атмосферы. Гидрометеоиздат, Л., 1961.
- Маслич Д. И. О точности геодезического нивелирования в горных условиях. Львов, 1957.
- Маслич Д. И. Некоторые общие закономерности влияния вертикальной рефракции на точность геодезического нивелирования. В сб. «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», вып. 9. Изд-во Львов. ун-та, Львов, 1969.
- Маслич Д. И., Хижак Л. С. Исследование зависимости коэффициента рефракции от периода суток и высоты луча. В сб. «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», вып. 10. Изд-во Львов. ун-та, Львов, 1969.
- Маслич Д. И., Хижак Л. С., Тлустяк Б. Т., Власенко С. Г. Исследование закономерностей изменения коэффициента рефракции в зимний период. В сб. «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», вып. 7, Изд-во Львов. ун-та, Львов, 1969.
- Пустыльник Е. Н. Статистические методы анализа и обработки наблюдений. М., 1968.

Работа поступила  
10 апреля 1970 года