

ТРАНЗУИТХОАН

О СОСТАВЛЕНИИ ТАБЛИЦ АЗИМУТОВ ПОЛЯРНОЙ ЗВЕЗДЫ
 (ДЛЯ ТРОПИЧЕСКОЙ ЗОНЫ)

Таблицы азимутов Полярной с точностью до 1' помещаются в «Астрономическом ежегоднике СССР» (АЕ) [1], а также даются в «Таблицах по геодезической астрономии» (АТ) [6] с поправками за приведение азимута к эпохе наблюдения.

Но, так как таблицы в [1] и [6] составлены по формуле [1]

$$a_N'' = \Delta_N'' \sin t \sec h, \quad (1)$$

для средних координат Полярной, а они могут отличаться от видимых координат до 2^m29^s по α (эпоха 1958,8) и до 0'43'' по δ (эпоха 1970,9), вызываемая этим ошибка da_N в азимуте определяется выражением

$$da_N'' = \frac{15 \Delta_N''}{\rho} \sec h \cos t d\alpha_N'' - \sec h \sin t d\delta_N''. \quad (2)$$

Найдем максимальное влияние ошибок $d\alpha$ и $d\delta = -d\Delta$.

А. Для эпохи 1958,8 при $\Delta_N = 3366''$ и $h_N = 35^\circ$;

$$da_N'' = \frac{15 \cdot 3366''}{20,6 \cdot 10^4} \cdot 1,22 \cdot 149^s \cos t + 1,22 \cdot 16'' \sin t,$$

$$da_N'' = 44'' \cos t + 20'' \sin t = a \cos t + b \sin t. \quad (3)$$

Отсюда

$$da_N \max \leq \text{модуль } |da_N| = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad (4)$$

где $a = 44''$ и $b = 20''$,

$$da_N'' \max \leq \sqrt{44^2 + 20^2} = \pm 48''.$$

В. Для эпохи 1970,9 при $\Delta_N = 3146''$ и $h_N = 35^\circ$

$$da_N'' = \frac{15 \cdot 3146''}{20,6 \cdot 10^4} \cdot 1,22 \cdot 64^s \cos t + 1,22 \cdot 43'' \sin t, \quad (5)$$

$$da_N'' = 18'' \cos t + 52'' \sin t, \quad (6)$$

$$da_N \max = \text{модуль } |da_N| = \sqrt{18^2 + 52^2} \approx \pm 55''.$$

Поясним сказанное примером вычислений.

Пример 1. При вычислении азимута Полярной звезды, по видимым координатам для широты $\varphi = 36^\circ$ при $s = 8^h 03^m 19^s$ для 32, 8/XII 1970 получены такие результаты:

$$a_N = 1^\circ 03' 54'' \quad \text{по формуле (1);}$$

$$a_N = 1^\circ 05' \quad \text{по АТ;}$$

$$\delta_a = +1,1'$$

Следовательно, получить азимут с точностью до 1' при использовании таблиц АТ или АЕ даже для года составления таблиц невозможно. Таблица для вычисления азимутов Полярной до 0,1' была составлена в 1961 г. Н. А. Ортенбергом [5] для специальных целей, но она довольно сложна.

При геодезических и изыскательских работах очень часто требуется знать азимут Полярной с точностью $\pm 2-5''$. Вычислять его с помощью АЕ довольно громоздко, да и не всегда в ведомственных организациях есть АЕ. Кроме того, таблицы азимутов в АЕ составлены только для широт в диапазоне $35-84^\circ$, и пользоваться ими для тропических районов невозможно. Издание астрономических ежегодников для тропических стран, видимо, осуществится не скоро. Поэтому для астрономических работ в этих районах специально нужно составлять таблицы азимутов и высот Полярной.

Для повышения точности вычисления азимута Полярной мы составили таблицы азимутов Полярной с точностью до 1" по аргументам φ и t (в АЕ таблицы составлены по аргументам φ и s , что менее удобно) для южных широт $0-36^\circ$ по средним координатам определенной эпохи ($T_0=1970,0$) и таблицы поправок в азимут за эпоху.

Надо сказать, что точнее можно было бы получить азимут по таблице азимутов Полярной на 1975 г., но тогда введение поправок за эпоху будет сложнее — у них будут разные знаки (табл., стр. 94).

Мы предлагаем вычислять поправки за переход от средних координат Полярной исходной эпохи 1970,0 к средним координатам заданной эпохи и от средних координат к видимым координатам по следующим формулам:

$$\left. \begin{aligned} \delta'_i &= \delta_{70}^{cp} + (\delta'_{70} - \delta_{70}^{cp}) + (\delta'_i - \delta'_{70}); \\ \alpha'_i &= \alpha_{70}^{cp} + (\alpha'_{70} - \alpha_{70}^{cp}) + (\alpha'_i - \alpha'_{70}); \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где $\alpha'_i, \alpha'_{70}, \delta'_i, \delta'_{70}$ — видимые координаты Полярной звезды эпохи T_i и эпохи 1970,0, а $\alpha_{70}^{cp}, \delta_{70}^{cp}$ — средние координаты эпохи 1970,0.

Мы знаем, что годовые изменения средних координат Полярной для эпохи 1970,0 такие: $VA_\alpha=48,2''$ и $VA_\delta=17,2''$. Если подставить их значения в формулу (2), то мы сможем найти годовое изменение азимута Полярной, вызываемое изменением средних координат Полярной, то есть влиянием прецессии и собственного движения, а именно:

$$da'_1 = \frac{15 \cdot 3146''}{20,6 \cdot 10^4} \cdot 1,22 \cdot 48,2'' \cos t + 1,22 \cdot 17,2'' \sin t,$$

или

$$da'_1 = 14'' \cos t + 21'' \sin t,$$

отсюда

$$da'_N \max = \sqrt{14^2 + 21^2} = 25'' \quad (8)$$

Как показано выше, влияние на азимут расхождения между средними и видимыми координатами Полярной звезды может достигать 1'. Такую поправку вводить сразу в азимут или сначала в координаты Полярной и потом в азимут будет невыгодно. Поэтому мы будем отдельно вводить поправку d_α за изменение α_N в часовой угол Полярной, а в азимут вводить только поправку за изменение склонения d_δ . Тогда самую главную поправку (за da_N) будем вводить в момент наблюдения и исправленный часовой угол вычислять по формуле

$$t = s - \alpha_0 - \delta \alpha_i \quad (9)$$

Поправку азимута da_δ за изменение склонения вычисляем согласно (2) по формуле

$$\delta a_\delta = d\Delta'' \sin t \sec h \quad (10)$$

или

$$\delta a_\delta = \frac{d\Delta''}{\Delta_0''} \sin t \sec h \Delta_0'',$$

отсюда

$$\delta a_\delta = \frac{d\Delta''}{\Delta_0''} a_0', \quad (11)$$

где Δ_0 — расстояние Полярной для эпохи 1970 (которое можно вычислить по среднему склонению Полярной δ_0);

$$d\Delta = d\Delta_1 + d\Delta_2, \quad (12)$$

$d\Delta_1$ — расхождение между видимым и средним склонением Полярной;
 $d\Delta_2$ — расхождение между видимыми склонениями разных эпох.

Таким образом, мы получили формулы

$$d\Delta_1 = \delta'_{70} - \delta_{70}^{cp}; \quad (13)$$

$$d\Delta_2 = \delta'_i - \delta'_{70}. \quad (14)$$

Подставляя значение (12) в формулу (11), находим

$$\delta a_\delta = \frac{d\Delta_1 + d\Delta_2}{\Delta_0} a_0' \quad (15)$$

или

$$\delta a_\delta = \Delta K a_0',$$

где

$$\Delta K = \frac{(d\Delta_1 + d\Delta_2)}{\Delta_0} \quad (16)$$

При этом азимут a_0 вычисляем по формуле

$$a_0 = \Delta_0'' \sin t \sec h, \quad (17)$$

где

$$h = \varphi + \Delta_0 \cos t. \quad (18)$$

Для вычисления коэффициентов ΔK мы составили таблицу на 10 лет (1970—1980) с промежутком в 15 дней. Но для составления этой таблицы нужны были видимые координаты Полярной звезды для будущей эпохи, которые можно вычислять приближенным способом профессора В. П. Ветчинкина с ошибками не более 3—4^s по α и с ошибками 1'' по δ , используя формулы

$$\alpha_B^i = \alpha_B^0 + \Delta\alpha_B; \quad (19)$$

$$\delta_B^i = \delta_B^0 + \Delta\delta_B, \quad (20)$$

где

$$\Delta\alpha_B = \Delta\alpha_{cp}^m K + a_m \Delta AK + b_m \Delta BK, \quad (21)$$

$$\Delta\delta_B = \Delta\delta_{cp}^m K + a'_m \Delta AK + b'_m \Delta BK, \quad (22)$$

$$\Delta AK = -0,3421^s [\sin(\Omega_0 - 19,341^\circ K) - \sin \Omega_0], \quad (23)$$

$$\Delta BK = -9,210'' [\cos(\Omega_0 - 19,341^\circ K) - \cos \Omega_0]. \quad (24)$$

$\Delta\alpha_{cp}^m \Delta\delta_{cp}^m$ — годовые изменения средних координат VA , а $a_m, b_m; a'_m, b'_m$ — редуцированные коэффициенты, отнесенные к эпохе $\frac{1}{2}(T_0 + T)$; K — число прошедших лет эпохи T_0 .

Таблица 1

Значения средних азимутов Полярной звезды на эпоху 1970 ($\Delta_0 = 3145,7''$) $a_0 = \Delta_0 \sin t \sec h; h = \varphi + \Delta_0 \cos t$ (образец)

t	φ , град										
	0	2	4	6	8	10	12	14	16	t	
9 ^h 00 ^m	37'04"	37'05"	30'08"	37'14"	37'23"	37'34"	37'49"	38'06"	38'27"	15 ^h 00 ^m	
10	38 39	25 26	35 29	35 35	35 43	35 54	36 08	36 24	36 44	50	
20	40 10	33 42	33 43	33 51	33 59	34 09	34 22	34 38	34 57	40	
30	41 36	31 55	31 58	32 03	32 11	32 21	32 33	32 48	33 05	30	
40	42 57	30 04	30 07	30 12	30 19	30 28	30 40	30 54	31 10	20	
50	44 13	28 10	28 13	28 17	28 24	28 32	28 43	28 56	29 12	10	
10 ^h 00 ^m	45'24"	26'13"	26'15"	26'19"	26'25"	26'34"	26'44"	26'56"	27'10"	14 ^h 00 ^m	

Продолжение табл. 1

t	φ , град										
	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	t
5 ^h 00 ^m	53'19"	53'58"	54'42"	55'32"	56'27"	57'29"	58'37"	59'52"	61'15"	62'47"	19 ^h 00 ^m
10	53 53	54 32	55 17	56 07	57 02	58 04	59 13	60 29	61 53	63 25	50
20	54 20	55 00	55 45	56 35	57 31	58 34	59 43	60 59	62 23	63 57	40
30	54 41	55 21	56 06	56 57	57 53	58 56	60 05	61 22	62 47	64 21	30
40	54 56	55 36	56 22	57 12	58 09	59 12	60 21	61 38	63 03	64 37	20
50	55 05	55 45	56 30	57 21	58 18	59 21	60 30	61 47	63 12	64 46	10
6 ^h 00 ^m	55'08"	55'48"	56'33"	57'23"	58'20"	59'23"	60'32"	61'49"	63'14"	64'48"	18 ^h 00 ^m

Таблица 2

Значения коэффициентов ΔK и величин α_N (при $\Delta_0 = 3145,7''$) $\alpha_{-0} = \alpha_N + \delta\alpha_i; \Delta K = (d\Delta_1 + d\Delta_2); \Delta_0$ (образец)

Дата	1970 г.			1972 г.			1973 г.			1974 г.			1975 г.		
	α	ΔK		α	ΔK		α	ΔK		α	ΔK		α	ΔK	
1/1	2 ^h	-0,00		2 ^h	-0,0		2 ^h	-0,0		2 ^h	-0,0		2 ^h	-0,0	0,0
16/1	3 ^m 25 ^s	788		5 ^m 24 ^s	1370		6 ^m 26 ^s	2451		7 ^m 27 ^s	2950		8 ^m 26 ^s	3430	3430
31/1	3 06	852		5 05	1433		6 07	2511		7 08	3011		8 06	3484	3484
15/II	2 44	871		4 44	1450		5 46	2527		6 47	3023		7 45	3500	3500
	2 ^m 25 ^s	842		4 ^m 24 ^s	1421		5 ^m 26 ^s	2456		6 ^m 27 ^s	2991		7 ^m 26 ^s	3465	3465

Таблица азимутов составлена по средним координатам Полярной для эпохи 1970,0 при $\delta_0 = 89^\circ 07' 34''$, 3 ; $\alpha_0 = 2^{\text{h}} 03^{\text{m}} 19^{\text{s}}$, 2 и $\Delta''_0 = 3145,7''$.

Для расчета шага таблиц азимутов при точности в $1''$ при линейном интерполировании по t и по φ можно применить метод А. В. Буткевича предварительного расчета шага по формуле [2]

$$dt \leq \rho'' \sqrt{\frac{4''}{\frac{d^2 a}{dt^2}}}; \quad (25)$$

$$dh \leq \rho'' \sqrt{\frac{4''}{\frac{d^2 a}{dh^2}}}. \quad (26)$$

В данном случае на основе (1)

$$\frac{da}{dt} = \Delta'_N \cos t \sec h, \quad (27)$$

$$\frac{d^2 a}{dt^2} = -\Delta'_N \sin t \sec h = -a'_0, \quad (28)$$

$$\frac{da}{dh} = \Delta'_N \sin t \sec h \operatorname{tg} h = a'_0 \operatorname{tg} h, \quad (29)$$

$$\frac{d^2 a}{dh^2} = \Delta'_N \sin t \sec h (\operatorname{tg}^2 h + \sec^2 h) = a'_0 (1 + 2 \operatorname{tg}^2 h). \quad (30)$$

Следовательно, при $d_0 \leq 65'$ и $h \leq 36,5^\circ$:

$$dt^s \leq \frac{2,1 \cdot 10^5}{15} \sqrt{\frac{4}{3900}} \approx 7,8^{\text{m}} \approx 10^{\text{m}};$$

$$dh \leq 2,1 \cdot 10^5 \sqrt{\frac{4}{3900(1 + 1,10)}} \approx 4600'' \approx 1^\circ 17'.$$

С округлением принимаем $dt \approx 10^{\text{m}}$ и $d\varphi = dh \approx 2^\circ$.

Вследствие симметричности суточного движения Полярной по отношению к меридиану можно для каждого значения a_0 и $x = \Delta \cos t$ поместить в таблицах два значения аргумента — часового угла: t и $24^{\text{h}} - t$ (см. табл. 1). С левой стороны аргумент идет сверху вниз (от 0^{h} до 12^{h}), а с правой стороны снизу вверх (от 12 до 24^{h}). Величины x из таблицы интерполируются по аргументу t , причем для x безразлично, слева или справа находится аргумент.

При пользовании табл. 1 величину a_0 нужно считать отрицательной, если t берется с левой стороны.

Для вычисления азимута Полярной a_i по видимым координатам получаем окончательную формулу

$$a_i = a_0 + a_0 \Delta K. \quad (31)$$

Значения a_0 следует выбирать по t и φ из табл. 1, а коэффициент ΔK — по дате и эпохе из табл. 2.

Приводим примеры вычисления азимутов по табл. 1, 2.

Пример 2. Пусть необходимо найти a_N по таблицам для широты $\varphi=30^\circ$ при $s=7^h09^m04^s$ на 16 января 1971 г.

Приводим результаты вычислений:

$$\begin{array}{ll} \alpha = 2^h04^m04^s; & a_0\Delta K = -50,7''; \\ t = s - \alpha = 5^h05^m00^s; & a = 58'04'', 3; \\ a_0 = 58'55''; & a_* = 58'04'', 8; \\ \Delta K = -0,01433; & m_a = -0,5''. \end{array}$$

Здесь и в примере 3 a_* — точное значение a , вычисленное по координатам.

Пример 3. Пусть необходимо найти a_N по таблицам для широты $\varphi=16^\circ$ при $s=16^h12^m45^s$ на 31 января 1975 г.

Приводим результаты вычислений:

$$\begin{array}{ll} \alpha = 2^h07^m45^s; & a_0\Delta K = -59,2''; \\ t = s - \alpha = 14^h05^m00^s; & a = 27'11'', 8; \\ a_0 = 28'11''; & a_* = 27'12'', 5; \\ \Delta K = -0,03500; & m_a = -0,7''. \end{array}$$

Таким образом, наши таблицы можно применять для вычисления азимута Полярной с точностью до $\pm 1'' \pm 3''$, вполне достаточной для приближенных астрономических определений и для аналитических сетей 1—2 разрядов, а также при выполнении ряда инженерно-геодезических работ [4].

ЛИТЕРАТУРА

1. Астрономический ежегодник СССР. М., (1950—1971).
2. Буткевич А. В. О проектировании таблиц. «Геодезия и картография», 1960, № 6.
3. Вентцель М. К. Сферическая астрономия. Геодезиздат, М., 1952.
4. Могилевский Э. А. Расчет таблицы азимутов Полярной на 1969—1974 годы. Сборник научных трудов Кемеровского политехнического ин-та, № 25. Вопросы прикладной геодезии. Кемерово, 1970.
5. Ортенберг Н. А. Таблицы для вычисления азимута по часовому углу Полярной звезды. Вестник ВИА, вып. 174, М., 1961.
6. Таблицы по геодезической астрономии. Труды ЦНИИГАиК, вып. 163, М., 1963.

Работа поступила
6 ноября 1970 г.