РЕСПУБЛИКАНСКИЙ МЕЖВЕДОМСТВЕННЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ СБОРНИК
1972 Геодезия, картография и аэрофотосъемка Выпуск 15

УДК 528,528.2,528.21

Э. М. ШАТАЛОВА

К ВОПРОСУ О ДЕФОРМАЦИИ ГЕОИДА

Деформация геоида, вызываемая некоторыми видами редукций (редукция Буге, топографическая редукция) [3, 7, 8], достигает большой величины (около 10 *м*). Поэтому значения силы тяжести, уже измененные указанными редукциями, должны быть повторно редуцированы на новый, деформированный геоид, что требует введения дополнительных ощутимых поправок (2—3 *мгл*).

Компенсация топографических масс по какой-либо изостатической схеме, несомненно, уменьшит величину деформации, так как знак деформации геоида, вызванной компенсационными массами, противоположен знаку его деформации, обусловленной топографическими массами. Таким образом, поверхность действительного геоида деформируется (смещается) дважды: сначала под влиянием топографической редукции геоид смещается внутрь под континентами и наружу на море, затем под влиянием редукции компенсации геоид смещается в обратном направлении (на суше — наружу, на море — внутрь). Эта дважды деформированная поверхность действительного геоида (так называемый компенсированный геоид) в случае, если теория изостазии полностью соответствует действительности, должна совпадать со сфероидом [7, 8].

В нашей работе рассматривается вопрос деформации геоида, вызываемой компенсацией топографических масс, согласно схеме Эри—Хейсканена. Схема Эри—Хейсканена выбрана как более приемлемая в физическом смысле и неоднократно подтвержденная данными сейсмических исследований [1, 2, 10]. При этом, как и большинство других авторов, мы предполагаем наличие региональной компенсации.

Для вывода формулы деформации геоида, вызванной компенсацией топографических масс «плоской Земли», было использовано выражение для потенциала плоского цилиндрического кольца [5] с соответствующими пределами интегрирования

$$V = f\delta \int_0^{\rho} \int_T^{T+t} \int_0^{2\pi} \frac{l}{\sqrt{z^2 + l^2}}\, dl\, dz\, d\varphi. \tag{1}$$

Для получения формулы деформации геоида, вызванной компенсацией масс «сферической Земли», использовано выражение для потенциала сферического слоя [3, 5]

$$V = f\delta \int_{\Theta_1}^{\Theta_2} \int_T^{T+t} \int_0^{2\pi} \frac{(R-t)^2 \sin\Theta}{r}\, d\Theta\, dt\, d\varphi. \tag{2}$$

После интегрирования выражений (1) и (2) в указанных пределах и подстановки их в известную формулу Брунса [5], связывающую потенциал с величиной смещения, для деформации геоида, вызываемой компенсацией масс «плоской Земли», получена формула

$$N_C = \frac{3\delta_c}{4\delta_0}\frac{1}{R}\left[(T+t)\sqrt{(T+t)^2+\rho^2} - T\sqrt{T^2+\rho^2} - 2Tt - t^2 + \right.$$

$$\left. + \rho^2 \ln\frac{(T+t)+\sqrt{(T+t)^2+\rho^2}}{T+\sqrt{T^2+\rho^2}}\right], \tag{3}$$

а для деформации геоида, обусловленной компенсацией масс «сферической Земли» найдена формула

$$N_C = 3\frac{\delta_c}{\delta_0}\cdot\frac{1}{R}\left\{\left[\left(Rt - \frac{3}{4}(2Tt+t^2) + \frac{1}{8R}(3T^2t+3Tt^2+t^3)\right)\right]\times\right.$$

$$\left.\times\left(\sin\frac{\Theta_2}{2} - \sin\frac{\Theta_1}{2}\right) + \frac{1}{24R}(3T^2t+3Tt^2+t^3)\left(\operatorname{cosec}\frac{\Theta_2}{2} - \operatorname{cosec}\frac{\Theta_1}{2}\right)\right\}. \tag{4}$$

В формулах (3) и (4) приняты следующие обозначения: δ_0 — средняя плотность Земли [8]; δ_C — плотность масс компенсации, определяемая согласно схемы Эри—Хейсканена [10]; R — средний радиус Земли; T — «нормальная» (средняя) толщина земной коры; t — толщина компенсирующих масс (корень); ρ — радиус региональности; Θ_1 и Θ_2 — внутренний и внешний радиусы сферической зоны.

Толщину масс, компенсирующих рельеф, возвышающийся над уровнем моря (так называемый корень t), и толщину масс, компенсирующих массы воды в океане («антикорень» t'), определяем по формулам Хейсканена [10]

$$t = \lambda h\left[1 + 2\frac{T}{R} + (\lambda+1)\frac{h}{R}\right]; \tag{5}$$

$$t' = \mu h'\left[1 + 2\frac{T}{R} - (\mu+1)\frac{h'}{R}\right], \tag{5'}$$

где h — превышение топографических масс над уровнем моря; h' — глубина моря; λ — отношение средней плотности топографических масс к плотности компенсирующих масс, $\lambda = \frac{\delta_т}{\delta_c}$; μ — отношение разности плотности топографических масс и плотности морской воды к плотности компенсирующих масс, $\mu = \frac{\delta_т - 1{,}027}{\delta_c}$.

По подсчетам Леже [9] и Хейсканена [10] ошибка в определении масс», а не принципа «равенства давлений», как это принято в схеме компенсации масс по Пратту—Хейфорду. Принцип «равенства масс» более приемлем, поскольку его использование делает массы топографии и компенсации равными и при этом масса всей Земли остается неизменной в результате введения обеих редукций (за топографию и за компенсацию), что полностью согласуется с теоремой Стокса.

По подсчетам Леже [9] и Хейсканена [10] ошибка в определении массы компенсации вследствие различия принципов «равенства масс» и «равенства давлений» не превышает 1—4%. Следовательно, в случае «плоской Земли» выбор принципа изостатической компенсации не играет существенной роли. В случае же «сферической Земли» принятый принцип изостатической деформации будет влиять на суммарный знак деформации, вызываемой обеими редукциями [4].

Поскольку массы компенсации в дальних сферических зонах оказываются ближе к точке наблюдения, чем массы топографии, то деформация, вызываемая редукцией более близких компенсационных масс, будет преобладать над деформацией, вызываемой редукцией масс топографии. В этом можно убедиться на основании данных табл. 2. Знак коэффициента, показывающего зависимость суммарного смещения от высоты, в зоне 12 меняется на противоположный.

Следовательно, уже в зоне 12 при «нормальной» толщине земной коры ($T=30$ *км*) компенсационные массы расположены ближе к точке наблюдения, чем топографические.

За «нормальную» толщину земной коры принимается толщина, которую бы имела кора, если бы отсутствовали массы рельефа над уровнем океана ($H=0$), а внутренние массы находились бы в состоянии гидростатического равновесия (изостатическая аномалия $\Delta g_i=0$). Согласно исследованиям советских и зарубежных геофизиков [1, 2, 11], за наиболее вероятное значение «нормальной» толщины коры принимается значение в диапазоне 30—40 *км*.

На основании формулы (3) составлена табл. 1 значений деформации геоида N_c, вызванной компенсацией топографических масс «плоской Земли». В табл. 1 приведены рассчитанные деформации N_c для трех значений T (30, 35, 40 *км*). Кроме того, принято несколько значений радиусов региональности ρ (58,8, 99,0, 166,7 *км*). Эти радиусы для удобства расчета выбраны соответствующими границами плоских зон Хейфорда *M, N, O*. Под $\overline{H}$ (см. табл. 1) следует понимать среднюю высоту в пределах радиуса региональности.

Таблица 1

Значения деформации геоида, вызванной компенсацией (региональной) топографических масс плоских зон

$\overline{H}$, *м*	$T=30$ *км*			$T=35$ *км*			$T=40$ *км*		
	$\rho=58,8$	$\rho=99,0$	$\rho=166,7$	$\rho=58,8$	$\rho=99,0$	$\rho=166,7$	$\rho=58,8$	$\rho=99,0$	$\rho=166,7$
200	0,81	1,66	3,17	0,76	1,60	3,10	0,71	1,54	3,02
400	1,61	3,32	6,34	1,50	3,20	6,19	1,40	3,07	6,03
600	2,42	4,98	9,51	2,26	4,78	9,27	2,09	4,58	9,02
800	3,23	6,64	12,68	3,00	6,36	12,34	2,77	6,08	11,99
1000	4,03	8,30	15,85	3,74	7,93	15,40	3,45	7,56	14,93
1200	4,73	9,89	18,94	4,45	9,66	18,36	4,13	9,03	17,87
1400	5,53	11,48	22,04	5,16	10,98	21,42	4,79	10,49	20,79
1600	6,28	13,06	25,13	5,87	12,51	24,43	5,46	11,96	23,73
1800	7,03	14,64	28,23	6,57	14,03	27,43	6,12	13,42	26,62
2000	7,78	16,22	31,32	7,28	15,64	30,42	6,77	14,87	29,52

Примечание. Деформация N_C дана в метрах и берется со знаком плюс (+); ρ приведено в километрах.

Значения деформации геоида, вызванной компенсацией масс сферических зон Земли, можно рассчитать на основании формулы (4) и представить соответствующей таблицей.

Учитывая то обстоятельство, что значения деформации геоида N_T за топографию и N_c за компенсацию в удаленных от точки наблюдения зонах пропорциональны высоте, мы составили табл. 2, в которой даны коэффициенты k зависимости суммарной деформации $N_S=N_T+N_C$ от высоты, то есть $N_S=k\cdot\overline{H}$.

В табл. 2 $\overline{H}$ — осредненная высота всей сферической зоны. В табл. 1 и 2 представлены вычисления для наиболее часто употребляемого значения средней плотности топографических масс $\delta_T=2,67$ *г/см*^{3} и соответствующей ей плотности компенсационных масс $\delta_C = 3{,}27 - 2{,}67 = 0{,}6$ *г/см*³ (11). Согласно исследованиям советских и зарубежных геофизиков [1, 2], более приемлемым значением средней плотности топографических масс (пород земной коры) считается плотность $\delta_T = 2{,}84$. Поскольку величина деформации пропорциональна плотности, то для перевычисления ее в зависимости от новой плотности необходимо табличное значение умножить на коэффициент

$$D = \frac{\delta'_T}{\delta_T} \tag{6}$$

для топографических масс и на коэффициент

$$D' = \frac{3{,}27 - \delta'_T}{3{,}27 - \delta_T} \frac{\lambda'}{\lambda} \tag{6'}$$

для компенсационных масс. В (6) и (6′) δ_T — плотность масс топографии, для которой составлены таблицы; δ'_T — плотность масс, которую следовало бы учесть.

Таблица 2

Значения коэффициентов к зависимости от высоты деформации геоида, вызванной топографо-изостатической редукцией

Зоны	T=30 *км*	T=35 *км*	T=40 *км*	Зоны	T=30 *км*	T=35 *км*	T=40 *км*
N	−0,325	−0,433	−0,540	10	+0,080	+0,085	+0,091
0	−0,185	−0,277	−0,360	9	+0,102	+0,113	+0,124
18	−0,041	−0,060	−0,080	8	+0,188	+0,214	+0,241
17	−0,041	−0,060	−0,080	7	+0,196	+0,221	+0,246
16	−0,030	−0,046	−0,060	6	+0,305	+0,340	+0,375
15	−0,020	−0,035	−0,050	5	+0,436	+0,531	+0,576
14	−0,006	−0,024	−0,040	4	+0,592	+0,681	+0,770
13	0,000	−0,019	−0,038	3	+0,750	+0,856	+0,965
12	+0,009	0,000	−0,010	2	+0,615	+0,710	+0,805
11	+0,040	+0,040	+0,040	1	+0,120	+0,140	+0,160

Примечание. Для вычисления деформации по формуле $N_S = K \cdot \bar{H}$ высоту $\bar{H}$ необходимо брать в километрах.

Учитывая изложенное выше, суммарное значение деформации геоида, вызванное редукцией топографических масс всей Земли и компенсацией их (региональной) по схеме Эри—Хейсканена следует вычислять, используя формулу

$$N = N'_T + N''_T + N'''_T + N_C + N_S, \tag{7}$$

где N'_T — деформация геоида, вызванная топографической редукцией масс пластины; N''_T — деформация, вызванная топографической редукцией масс рельефа ближайшей зоны радиуса r, принимаемой за коническую; N'''_T — деформация, вызванная топографической редукцией масс рельефа плоских зон в промежутке от r до радиуса региональности ρ; N_C — деформация геоида, вызванная компенсацией топографических масс в пределах радиуса региональности ρ; N_S — суммарная деформация геоида, вызванная топографо-изостатической редукцией масс сферических зон Земли.

Для получения величины деформации, вызванной топографо-изостатической редукцией океанических масс, необходимо полученное с помощью табл. 2 значение деформации умножить на коэффициент 0,615, представляющий собой отношение $\frac{\mu}{\lambda}$ (см. формулы (5) и (5′), и поменять знак на противоположный.

Предложенная схема вычисления суммарной деформации геоида, вызванной топографической редукцией масс всей Земли и компенсацией их по схеме Эри—Хейсканена дает возможность:

а) учесть более точно по сравнению с другими методами [3, 8, 9] влияние ближайших зон на деформацию, вызванную топографической редукцией масс «плоской Земли»;

б) учесть более приемлемую в физическом и геологическом смысле региональную компенсацию;

в) сократить объем вычислений за счет осреднения высот при определении деформации, вызываемой компенсацией масс (региональной), и деформации, вызываемой топографо-изостатической редукцией масс сферических зон. В этом случае отпадает необходимость деления зон на секторы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гурарий Г. З., Соловьева И. А. Строение земной коры по геофизическим данным. Изд-во АН СССР, М., 1963.
2. Деменицкая Р. М. Кора и мантия Земли. «Недра», М., 1967.
3. Евсеев С. В. Вычисление изостатических редукций на Урале и в Поволжье. Труды ЦНИИГАиК, № 17, 1937.
4. Евсеев С. В. Исследование топографо-изостатической редукции уклонений отвеса и силы тяжести и испытание наличия изостазии на Кавказе. Труды ЦНИИГАиК, № 29, 1931.
5. Идельсон Н. И. Теория потенциала и ее приложение к вопросам геофизики. М.—Л., 1940.
6. Люстих Е. Н. Изостазия и изостатические гипотезы. Труды Геофизического института АН СССР, М., 1957.
7. Михайлов А. А. Курс гравиметрии и теории фигуры Земли. М., 1940.
8. Lambert W. D. and Darling F. W. Tables for Determining the Form of the Geoide and its Indirect Effect on Gravity. USCGS Spec. Publ. 1936.
9. Lejay R. P. Pierre Tables pour le calcul de l'effet indirect et la déformation du Géoidé. Bul. Géod. N. S. no 8, 1948.
10. Vening Meinesz F. A, Heiskanen W. A. The Earth and its Gravity Field. New York, Toronto, London 1958.

Работа поступила
1 декабря 1970 г.
