УДК 528.33.35

Ю. Н. КОРНИЦКИЙ

ПРОДОЛЬНЫЙ И ПОПЕРЕЧНЫЙ СДВИГ ПУНКТОВ ЛИНЕЙНО-УГЛОВОГО РЯДА ИЗ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ КВАДРАТОВ, ПРОЛОЖЕННОГО МЕЖДУ ИСХОДНЫМИ ДИРЕКЦИОННЫМИ УГЛАМИ

В работе [1] выведены формулы для определения обратного веса продольного и поперечного сдвига пунктов линейно-углового ряда из геодезических квадратов. Ряд уравнивался за условия фигур, сторон, дирекционных углов, абсцисс и ординат.

При изучении вопроса о распределении погрешностей в ряду из геодезических квадратов, проложенном между сторонами с исходными дирекционными углами (см. рисунок), в результате исследований оказалось недостаточным ограничиться простым исключением влияния координатных условных уравнений на величины обратных весов продольного и поперечного сдвига. Это объясняется наличием измеренных сторон a_0 и a_n, которые значимо влияют на конечный результат, причем влияние тем больше, чем меньше точность измеренных сторон.

Уравнивание выполнялось по методу условных измерений. Число и вид условных уравнений фигур, сторон, дирекционных углов и весовых функций, возникающих при уравнивании линейно-углового ряда из геодезических квадратов, проложенного между сторонами с исходными дирекционными углами, аналогичны условным уравнениям и весовым функциям, возникающим при уравнивании подобного ряда, проложенного между исходными пунктами.

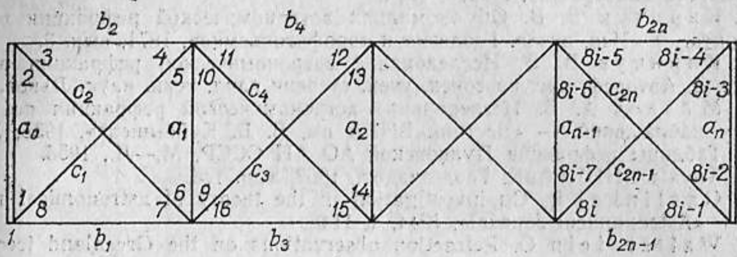

Схема ряда линейно-угловой триангуляции из геодезических квадратов.

Применив метод, изложенный в работе [1], и использовав аналогичные обозначения, в результате сложных алгебраических вычислений, при выполнении которых отбрасывались члены малого порядка, мы получили следующие приближенные формулы для определения обратных весов продольного и поперечного сдвига пунктов:

$$\frac{1}{P'_L} = \frac{0{,}212\, q\,(q + 8{,}236)}{q + 1{,}862} \times k - \frac{1{,}113\, q}{q + 2{,}226} \times \frac{k^2}{n} + \frac{q\,(q - 1{,}426)}{6\,(q + 3{,}339)}; \quad (1)$$

$$p_{T_L} = \frac{0{,}944\,(q + 0{,}031)}{q + 2{,}120} \times \left[\frac{k\,(k^2 + 2)}{3} - \frac{k^4}{4n}\right] + 0{,}05, \quad (2)$$

где n — число геодезических квадратов в ряду; k — число промежуточных сторон в диагонали;

$$q = \frac{1}{P_{egS}} = \left(\frac{10^6 \cdot \mu \cdot m_S}{m_\beta \cdot S}\right)^2.$$

Для проверки полученных формул вычислили обратные веса продольного и поперечного сдвига в рядах линейно-угловой триангуляции из 3, 5 и 8 геодезических квадратов путем решения нормальных уравнений по схеме Гаусса. Как видим из табл. 1, 2, по формулам (1) и (2) можно вычислить обратные веса продольного и поперечного сдвига с погрешностью не более 15%, а следовательно, их можно применять для предрасчета точности рядов линейно-угловой триангуляции, проложенных между сторонами с исходными дирекционными углами.

Рассмотрим теперь, как влияют погрешности исходных дирекционных углов на величины продольного и поперечного сдвига.

Среднюю квадратическую ошибку M функции, обусловленную погрешностями исходных дирекционных углов, найдем по формуле

$$M_F^2 - \frac{m_\beta^2}{R_F} + \left(\frac{\partial F}{\partial T_H}\right)^2 m_{T_H}^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial T_k}\right)^2 m_{T_k}^2, \qquad (3)$$

где m_{T_H} и m_{T_k} — средние квадратические ошибки исходных дирекционных углов T_H и T_k; $\frac{\partial F}{\partial T_H} = f_{T_H} + \frac{\partial w_\alpha}{\partial T_H} Q$; $\frac{\partial F}{\partial T_k} = f_{T_k} + \frac{\partial w_\alpha}{\partial T_H} Q$ — коэффициенты исследуемой функции.

Таблица 1

Значения обратных весов $\frac{1}{P'_L}$

$\frac{m_s}{m_\beta \cdot S}$	n	k	$\frac{1}{P'_L}$ по формуле (1)	$\frac{1}{P'_L}$ из схемы Гаусса	Погрешность, %
1:500 000	3	1	0,468	0,453	2,3
	5	1	0,502	0,492	2,0
		2	0,882	0,872	1,1
		3	1,150	1,140	0,9
		4	1,306	1,294	0,8
	8	4	1,644	1,640	0
1:300 000	3	1	0,962	0,981	1,0
	5	1	1,033	1,054	2,0
		2	1,869	1,889	1,1
		3	2,489	2,513	1,0
		4	2,983	2,920	0,9
	8	4	3,541	3,501	0,1
1:100 000	3	1	3,001	3,590	16,3
	5	1	3,134	3,706	15,4
		2	7,765	7,986	2,8
		3	11,998	12,047	0,4
		4	15,833	15,838	0

Здесь f_{T_H} и f_{T_k} — частные производные функции по исходным данным; $\frac{\partial w_\alpha}{\partial T_H}$, $\frac{\partial w_\alpha}{\partial T_k}$ — частные производные от свободного члена условия дирекционных углов по исходным данным; Q — переходной коэффициент, определяемый по формуле

$$Q = -\frac{[jf \cdot 7n]}{[jj \cdot 7n]}.$$

Поскольку $w_\alpha = T_H + \sum_{i=1}^{n} \{(8i-7)-(8i-3)\} - T_k$, получим

$$\frac{w_\alpha}{\partial T_H} = 1{,}0; \quad \frac{w_\alpha}{\partial T_k} = -1{,}0. \tag{4}$$

Для продольного сдвига имеем

$$f_{T_H}=0; \; f_{T_k}=0; \; Q=-\frac{[jf_L \cdot 7n[}{[jj \cdot 7n]} = -1{,}055\frac{k}{n}, \tag{5}$$

Таблица 2

Значения обратных весов $\frac{1}{P_T}$

$\frac{m_s}{m_\beta \cdot S}$	n	k	$\frac{1}{P_T}$ по формуле (2)	$\frac{1}{P_T}$ из схемы Гаусса	Погрешность, %
1:500 000	3	1	0,287	0,295	3,1
	5	1	0,295	0,309	4,5
		2	0,876	0,890	1,6
		3	1,843	1,852	0,5
		4	2,940	2,941	0
1:300 000	3	1	0,486	0,498	2,4
	5	1	0,502	0,527	4,7
		2	1,573	1,587	0,9
		3	3,358	3,369	0,3
		4	5.381	5,394	0,2
	8	4	7,666	8,669	0
1:100 000	3	1	0,829	0,810	2,4
	5	1	0,858	0,851	0,8
		2	2,770	2,955	0,5
		3	5,958	5,945	0,2
		4	9,570	9,569	0
	8	4	13,650	13,648	0

для поперечного —

$$f_{T_H} = k; \; f_{T_k} = 0; \; Q = \frac{[jf_T \cdot 7n]}{[jj \cdot 7n]} = -\frac{k^2}{2n}. \tag{6}$$

Подставив выражения (4), (5), (6) в формулу (3), найдем

$$M_L^2 = 1{,}113\frac{k^2}{n^2}\left(m_{T_H}^2 + m_{T_k}^2\right) + \frac{m_\beta^2}{P_L'} \times \left(\frac{L}{10^6 \cdot \mu \cdot k}\right)^2; \tag{7}$$

$$M_{\prime L}^2 = \frac{k^2(2n-k)^2}{4n^2} m_{T_H}^2 + \frac{k^4}{4n^2} m_{T_K}^2 + \frac{m_\beta^2}{M_{T_K}}. \tag{8}$$

Ниже для примера вычислены средние квадратические ошибки поперечного сдвига пунктов ряда из пяти геодезических квадратов:

K	m_{T_L}	M_{T_L}
1	$\pm 0{,}71''$	$\pm 0{,}95''$
2	1,25	1,71
3	1,83	2,44
4	2,32	3,09

При этом принималось, что

$$m_{T_H} = m_{T_K} = 0{,}7'',\ m_{\beta} = 1'',\ \frac{m_S}{S} = 1:300000.$$

Как видим, ошибки исходных данных значительно влияют на точность уравненных элементов ряда и должны учитываться при предрасчете точности несвободных рядов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Корницкий Ю. Н. Продольный и поперечный сдвиг линейно-углового ряда из геодезических квадратов, проложенного между исходными пунктами. — «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», 1974, вып. 20.

Работа поступила в редколлегию 19 апреля 1976 года. Рекомендована кафедрой прикладной геодезии Львовского политехнического института