РЕСПУБЛИКАНСКИЙ МЕЖВЕДОМСТВЕННЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ СБОРНИК
1971 Геодезия, картография и аэрофотосъемка Выпуск 14

УДК 528.735.2

А. Л. ДОРОЖИНСКИЙ

УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ АЛГОРИТМА ОТБРАКОВКИ ТОЧЕК ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ ВЗАИМНОГО ОРИЕНТИРОВАНИЯ НА ЭЦВМ

Современные программы построения фотограмметрических сетей на ЭЦВМ предусматривают автоматическую отбраковку ошибочных исходных данных на различных этапах вычислений. При решении задачи взаимного ориентирования отбраковка точек выполняется, как правило, по одному из алгоритмов [2, 3], сущность которых состоит в следующем. Сначала достигают сходимости итерационного процесса по определяемым поправкам в элементы взаимного ориентирования (ЭВО); затем вычисляют величину

в первом алгоритме

$$\delta q_{\text{ср}} = \frac{1}{n}\sum_{1}^{n} |\delta q_i| \ldots \tag{1}$$

во втором алгоритме

$$m_q = \sqrt{\frac{[\delta_q \delta_q]}{n-5}} \ldots, \tag{2}$$

где δq — остаточный поперечный параллакс, n — число точек, участвующих в определении ЭВО.

Точки, не удовлетворяющие условию

в первом алгоритме $|\delta q_i| - |\delta q_{\text{ср}}| < \varepsilon \ldots,$ (3)

во втором алгоритме $|\delta q_i| < 3m_q \ldots$ (4)

исключаются из решения. По описанным алгоритмам отбраковка производится в случае $n>9$ и только один раз; число оставшихся после отбраковки точек должно быть не менее шести.

В третьем алгоритме [2] отбраковка также производится лишь при $n>9$; достигают сходимости итерационного процесса по поправкам к ЭВО, вычисляют величину (1), а затем при несоблюдении условия (3) бракуют точку с наибольшим значением остаточного параллакса. Затем процесс последовательно повторяют до тех пор, пока все точки не удовлетворяют условию (3) или $n=6$.

Нами выполнен практический анализ данных трех алгоритмов. Недостатки их сводятся к следующему. Отбраковка по формуле (4) выполняется уверенно при большом числе точек и при отсутствии грубых ошибок. В самом деле, пусть $n=10$; на девяти точках $\delta q = 0{,}01$ *мм*, а $\delta q_{10} = 0{,}1$ *мм*. Тогда $m_q \approx 0{,}045$ *мм*, $3m_q = 0{,}13$ *мм*. Очевидно, что ни одна точка не отбракуется по условию (4).

Более надежным является первый алгоритм. Но в этом случае возникает отбраковка не только «плохих» точек, но и практически безошибочных, расположенных в зоне «плохой» точки. Ниже приведены остаточные поперечные параллаксы десяти точек. Они получены в последней итерации при обработке макетной стереопары по строгому способу. Девять точек не имели ошибок; седьмая точка содержала ошибку $\delta_{q7}=2{,}0$ *мм* и располагалась в зоне точки 3. Точки 1—6 располагались по стандартной схеме.

№ точки	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\Delta\delta q_i$	13	−20	−94	11	−9	10	−98	−20	11	−9

Согласно условию (3), при $\varepsilon=0{,}01$ *мм* отбракуются точки 3 и 7. ЭВО в конечном итоге определяются верно, но сам факт отбраковки хорошей точки противоречит логике. Кроме того отбраковка хороших точек приводит к некоторой потери точности определения ЭВО, что следует из формулы (2).

Общим недостатком всех трех алгоритмов следует считать условие их применимости только при $n>9$. Для получения алгоритма, достаточно уверенно работающего при любом $n>6$, проанализируем действие ошибок поперечных параллаксов на процесс определения ЭВО и распределение остаточных параллаксов. Для решения поставленной задачи необходимо провести анализ системы нормальных уравнений (5-го порядка), из решения которой получают ЭВО при избыточном числе точек. Этот путь довольно громоздкий и сложный. Учитывая специфику задачи по определению ЭВО (точки, как правило, располагаются в стандартных зонах), воспользуемся формулой первого порядка для поперечного параллакса и выполним анализ упрощенной системы уравнений. Итак, в случае шести точек имеем известные уравнения:

$$\left.\begin{array}{lllllll}
1. & & -f\omega' & & +b\varkappa' & +q_1=0 \\
2. & & -f\omega' & +b\varkappa & & +q_2=0 \\
3. & \dfrac{by}{f}\alpha' & -\left(f+\dfrac{yy'}{f}\right)\omega' & & +b\varkappa' & +q_3=0 \\
4. & \dfrac{by'}{f}\alpha & -\left(f+\dfrac{yy'}{f}\right)\omega' & +b\varkappa & & +q_4=0 \\
5. & -\dfrac{by}{f}\alpha' & -\left(f+\dfrac{yy'}{f}\right)\omega' & & +b\varkappa' & +q_5=0 \\
6. & -\dfrac{by'}{f}\alpha & -\left(f+\dfrac{yy'}{f}\right)\omega' & +b\varkappa & & +q_6=0
\end{array}\right\} \quad (5)$$

Из решения системы (5) следует

$$\left.\begin{array}{ll}
\alpha=\dfrac{f}{2by}(q_6-q_4), & \alpha'=\dfrac{f}{2by}(q_5-q_3), \\
\omega_1'=\dfrac{f}{2y^2}(q_6+q_4-2q_2), & \omega_2'=\dfrac{f}{2y^2}(q_5+q_3-2y_1), \\
\varkappa=\dfrac{f}{b}\omega'_{\text{ср}}-\dfrac{1}{b}q_2, & \varkappa'=\dfrac{f}{b}\omega'_{\text{ср}}-\dfrac{1}{b}q_1, \\
\multicolumn{2}{c}{\omega'_{\text{ср}}=\dfrac{1}{2}(\omega_1'+\omega_2').}
\end{array}\right\} \quad (6)$$

---

* Здесь и в табл. 1, 2 остаточные параллаксы выражены в единицах сотых долей миллиметров.

Предположим, что в вычисления включена седьмая точка, расположенная в зоне точки 4 и содержащая ошибку δq_7. Запишем для нее равенство:

$$\frac{by'}{f}\alpha-\left(f+\frac{yy'}{f}\right)\omega'+b\varkappa+q_7=0. \tag{7}$$

Решим совместно уравнения (5) и (7), а затем в результате дифференцирования (6) определим ошибки ЭВО.

$$\begin{aligned} &d\alpha=-\frac{1}{4b}\cdot\frac{f}{y}\delta q_7, \qquad d\alpha'=0,\\ &d\omega'_{\text{ср}}=\frac{1}{6y}\cdot\frac{f}{y}\delta q_7, \qquad d\varkappa'=\frac{f}{b}d\omega'_{\text{ср}}. \end{aligned} \tag{8}$$

Элемент $\varkappa$ находим из четырех уравнений, поэтому

$$\varkappa_{\text{ср}}=\left(\frac{f}{b}+\frac{2yy'}{3fb}\right)\omega'_{\text{ср}}-\frac{1}{6b}(q_4+2q_2+2q_6+q_7) \tag{6'}$$

$$d\varkappa=\frac{1}{6b}\left(\frac{f^2}{y^2}-\frac{1}{3}\right)\delta q_7. \tag{7'}$$

Подсчитаем, какие остаточные параллаксы возникнут на всех семи точках. Для этого подставим величины (8) и (8′) в уравнения (5) и (7). Вводя упрощение $y\approx b$, получаем

$$\begin{aligned} &v_1=0, \qquad v_3=-\frac{1}{6}\delta q_7, \qquad v_5=\frac{1}{6}\delta q_7,\\ &v_2=\frac{2}{18}\delta q_7, \qquad v_4=-\frac{17}{36}\delta q_7, \qquad v_6=\frac{1}{36}\delta q_7,\\ &v_7=v_4+\delta q_7=\frac{19}{36}\delta q_7. \end{aligned} \tag{9}$$

Так как величина f при подстановке значений (8) и (7′) в уравнения (5) и (7) сокращается, следовательно, фокусное расстояние существенного влияния на распределение остаточных параллаксов не окажет. Из сопоставления величин (9) вытекает: а) максимальный остаточный параллакс возникает на той же точке, где допущена максимальная ошибка; б) наибольшие искажения получают те точки, в зоне которых находится ошибочная точка. Эти положения подтверждаются экспериментальными исследованиями В. Б. Дубиновского [1].

Рассмотрим случай восьми точек, когда шесть безошибочных расположены в своих стандартных зонах, а седьмая и восьмая имеют ошибки δq_7 и δq_8 и расположены соответственно в зонах точек 3 и 4. Опуская промежуточные выкладки, получаем такое распределение остаточных параллаксов:

$$\begin{aligned} &v_1=\frac{1}{12}(\delta q_8-\delta q_7), \qquad v_2=(\delta q_7-\delta q_8)\frac{1}{12},\\ &v_3=-\frac{1}{24}(11\delta q_7+\delta q_8), \qquad v_4=-\frac{1}{24}(11\delta q_8+\delta q_7).\\ &v_5=\frac{1}{24}(\delta q_8-\delta q_7), \qquad v_6=\frac{1}{24}(-\delta b_7+\delta q_8),\\ &v_7=\frac{1}{24}(13\delta q_7-\delta q_8), \qquad v_8=\frac{1}{24}(13\delta q_8-\delta q_7). \end{aligned} \tag{10}$$

Этот случай опасен тем, что при $\delta q_7 = \delta q_8$ одинаковый остаточный параллакс возникает сразу на четырех точках 3, 4, 7, 8. Данный вариант экспериментально исследовался более детально, так как при использовании строгих формул отмечено незначительное перераспределение остаточных параллаксов, нарушающее предыдущие выводы.

Аналогично приведенным двум примерам нами исследовалось распределение остаточных параллаксов во многих других случаях: семь точек с ошибкой δq_1; восемь точек с ошибками δq_1 и δq_2, δq_1 и δq_3, δq_1 и δq_4, δq_4 и δq_8; девять точек и т. д. Варианты при числе точек, больше 10, отдельно не рассматривались. Ясно, что соотношение надежных и ошибочных точек по мере возврастания числа точек практически почти всегда будет увеличиваться.

Для проверки выводов о распределении остаточных параллаксов мы выполнили серию экспериментальных работ, состоящих в следующем. На ЭЦВМ «Раздан-2» по строгим формулам определяли ЭВО макетных стереопар планового случая съемки. После достижения сходимости итерационного процесса с точностью $\varepsilon_2 = 10^{-4}$ рад на печать выдавались остаточные поперечные параллаксы, ЭВО, m_q и $\delta q_{ср}$. Результаты были сведены в таблицы и проанализированы. Число точек на стереопаре колебалось в границах 6-16. Точки располагались в стандартных зонах; ошибочные точки задавались в различных комбинациях (различные по абсолютной величине, знаку, расположению и т. д.). В качестве примера приведена табл. 1.

Таблица 1

Распределение остаточных параллаксов в зависимости от ошибок δq

№ точки зоны*	Ошибка δq, *мм*	Число точек					
		6	7	8	9	10	16
1 (1)	—	0	13	—8	—27	—7	49
2 (2)	—	0	—20	—4	24	8	31
3 (3)	—	0	94	99	107	101	78
4 (4)	—	0	11	108	104	108	63
5 (5)	—	0	—9	2	118	—121	—90
6 (6)	—	0	10	2	—15	—99	—110
7 (3)	2,0		—98	—92	—84	—91	—118
8 (4)	2,2			—105	—112	—110	—158,0
9 (5)	2,43				123	118	146
10 (6)	1,9					92	79
11 (1)							47
12 (2)							31
13 (4)							63
14 (3)							78
15 (5)							—28
16 (1)	2,1						—158,2
	$\delta q_{ср}$	0	36	54	79	86	83
	m_q	0	98	117	135	134	112

* Номер зоны указан в скобках.

Наиболее неблагоприятным в отношении распределения остаточных параллаксов оказался упомянутый случай восьми точек, когда ошибки на точках 7 и 8 примерно одинаковы, а сами точки расположены в зонах точек 3 и 4 (или 5 и 6). Происходит перераспределение ошибок — максимальная ошибка отмечена, например, на точке 4, хотя фактически (см. табл. 1) наибольшая ошибка была введена в точку 8. При более детальном анализе описанного случая выяснилось, что такое перераспределение ошибок возникает после второй итерации (первой считается итерация, в которой ЭВО равны нулю, следовательно, $q = \delta q$). Это на-

Таблица 2

Распределение остаточных параллаксов по итерациям, в сотых *мм*

...рации	1*	2	3	4	5	6	7	8	α	κ	α′	ω′	κ′
	—127	—107	—216	—162	—102	—117	—326	—282	29,1	16,1	45,9	—37,5	23,4
	—5	0	48	58	2	2	—58,5	—59	29,9	15,4	48,2	—37,8	24,3
	—3	—1	54	59	1	0	—52	—58	30,0	15,4	48,3	—37,8	24,3
	—3	—1	54	59	1	0,2	—52	—58	30,0	15,4	48,3	—37,8	24,3
	—3	—1	54	59	1	0,2	—52	—58	30,0	15,4	48,3	—37,8	24,3

* 1—8 — номера точек.

...глядно видно в табл. 2, где приведены остаточные параллаксы, полу...нные в пяти последовательных итерациях той же пары.

Анализируя таблицу, приходим к выводу, что отбраковка точек ...лжна производиться после второй итерации, а не после завершения ...ерационного процесса. Кроме того, в одном цикле (2 итерации) долж...а браковаться только одна точка с δq_{max}.

Примем во внимание, что решению задачи взаимного ориентирова...ия сопутствуют ошибки, которые условно можно разбить на три ...уппы:

1. Очень грубые промахи (отсчеты по шкалам, ошибки при записи ...нформации, ошибки перфорирования и т. п.), выходящие за рамки ...аксимально возможного поперечного параллакса q_{max} для конкрет...ого случая съемки.
2. Грубые ошибки, не выходящие за границы q_{max}.
3. Ошибки, незначительно превышающие $3m_q$, где m_q — средняя ...вадратическая ошибка измерения q, зависящая от точности прибора ... качества снимка.

На основании всего изложенного мы предлагаем такой алгоритм ...тбраковки точек:

1. Отбраковка очень грубых ошибок.

Ошибочными считаются точки, для которых

$$|q_i| > \varepsilon_1, \ \varepsilon_1 = q_{max}. \tag{11}$$

Например $\varepsilon_1 = 7$ *мм*. Эта проверка выполняется один раз перед на...альной итерацией.

2. Выполнение двух итераций по определению ЭВО; вычисление δq_i.
3. Вычисление $\delta q_{ср}$ по формуле (1). Если

$$\delta q_{ср} > \varepsilon_3, \tag{12}$$

...о это свидетельствует о наличии грубых ошибок. Поэтому из всех ...айденных δq_i исключается только одна точка с δq_{max}. Затем следует ...озврат к пункту 2. Цикл повторяется до тех пор, пока $\delta q_{ср} > \varepsilon_3$ или ...исло оставшихся точек n равно 6. Если при $n = 6$ сохраняется неравен...ство (12), то предусматривается аварийный останов машины с выдачей ...а печать признака останова и номера стереопары. В данном случае ...мешательство фотограмметриста неизбежно. Вполне очевидно, что до...пуск ε_3 зависит в основном от углов наклона снимков (неучет влияния ...ленов второго и высших порядков малости). Например, для плановых ...эроснимков можно принять $\varepsilon_3 = 0,1$ *мм*.

4. Если $\delta q_{ср} < \varepsilon_3$, то завершается итерационный процесс до полной ...сходимости ЭВО по допуску ε_2, а затем переход к пункту 5.

5. Отбраковка по указанному пункту выполняется только один раз. По вновь вычисленному $\delta q_{\text{ср}}$ проверяют условие

$$|\delta q_i| - |\delta q_{\text{ср}}| < \varepsilon_4. \tag{13}$$

Все точки, не удовлетворяющие этому условию, бракуются. Число оставшихся точек не менее 6. После отбраковки (13) следует повторное определение ЭВО и оценка точности по формуле (2). Допуск ε_4 зависит от точности измерений. Например, $\varepsilon_4 = 0{,}01$ *мм*.

Приведенный алгоритм позволяет отбраковать все ошибочные точки при любом $n > 6$ и при наличии ошибок различного характера (порядка). Недостатком данного алгоритма можно считать то, что за 1 цикл (2 итерации) бракуется лишь одна точка. Последнее ведет к увеличению расхода времени работы машины. Однако следует иметь в виду, что такой способ отбраковки лишь в очень редких случаях предусматривает останов машины и вмешательство оператора. В общем итоге время работы машины будет сэкономлено, так как скорость ввода информации с перфоленты (перфокарт) во много раз меньше быстродействия ЭЦВМ.

Предложенный алгоритм реализован на ЭЦВМ «Раздан-2». Проведенные экспериментальные вычисления макетных снимков и аэроснимков подтвердили его высокую надежность.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дубиновский В. Б. Определение элементов взаимного ориентирования аэроснимков с применением электронной вычислительной машины. Изв. вузов, сер. «Геодезия и аэрофотосъемка», вып. 5, 1963.
2. Лобанов А. Н. и др. Программа вычисления пространственных фотограмметрических сетей на электронной цифровой вычислительной машине. М., 1965.
3. Лобанов А. Н. и др. Фототриангуляция с применением электронной цифровой вычислительной машины. «Недра», М., 1967.

Работа поступила
4 февраля 1970 года