

И. С. ТРЕВОГО

О СООТНОШЕНИИ ТОЧНОСТИ УГЛОВЫХ И ЛИНЕЙНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ В СВЕТОДАЛЬНОМЕРНОЙ ПОЛИГОНОМЕТРИИ

Основной задачей предвычисления точности можно считать установление оптимальных допусков на основе вероятнейших значений показателей точности. Качество ее решения для светодальномерной полигонометрии существенно зависит от принятого соотношения Q между влиянием погрешностей угловых и линейных измерений на положение конечного пункта хода.

Предвычисление точности полигонометрических ходов проходит в два этапа: сначала выбирают Q и рассчитывают влияние погрешностей угловых и линейных измерений, а затем вычисляют допуски на отдельные источники погрешностей. При расчетах точности ходов обычно принимают, что погрешности угловых и линейных измерений должны в равной степени влиять на точность окончательных результатов, то есть исходят из классического принципа равных влияний (п. р. в.), когда $Q=1$. Вместе с тем в литературе [1—5] отмечается, что строгое соблюдение п. р. в. невозможно и применение его ведет к весьма необоснованному установлению допусков на отдельные источники погрешностей. Широкое использование для линейных измерений современных эффективных топографических светодальномеров также обусловило отказ от п. р. в. при выборе соотношения Q , ибо неизменность допусков при повышении точности линейных измерений в полигонометрии делает их более свободными и затрудняет выявление грубых погрешностей.

В связи с этим предложено [3] на первом этапе предвычисления точности использовать не п. р. в., а фактическое соотношение в ходе. Параметр Q , отражающий совокупность характеристик полигонометрического хода произвольной формы, уравненного за условия дирекционных углов и координат, можно рассчитывать по формуле

$$Q = \frac{m_{\beta} \sqrt{[D_{\text{п.и}}^2]}}{\rho \sqrt{[m_s^2]}}. \quad (1)$$

Для вытянутого равностороннего хода формулу (1) запишем:

$$Q = \frac{m_{\beta} [S] \sqrt{n+3}}{\sqrt{12} \rho m_s \sqrt{n}}, \quad (2)$$

а в общем виде для Q :

$$Q = \frac{q_{\beta}}{q_s}, \quad (3)$$

где m_{β} и m_s — средние квадратические погрешности измерения углов и сторон хода; $D_{\text{п.и}}$ — расстояние от вершины до центра тяжести хода; n — число сторон; $[S]$ — длина хода; q_{β} и q_s — влияние погрешностей угловых и линейных измерений на положение конечной точки хода.

Формулы (1)–(3) получены при допущении, что влияние погрешностей исходных данных пренебрежимо мало. Для предвычисления погрешностей положения в наиболее слабом месте хода надо знать $Q_{\text{сл}}$. Мы исследовали зависимость Q от $Q_{\text{сл}}$. Используя значения погрешностей, предвычисленных для слабого и конечного пунктов хода, установили, что коэффициент $Q_{\text{сл}}$ можно получить по формуле

$$Q_{\text{сл}} = 0,5Q, \quad (4)$$

погрешность которой в неравностороннем светодальномерном ходе меньше 5% даже при значительных колебаниях длин сторон. Такой погрешностью при расчетах точности можно пренебрегать.

Располагая значениями Q и задаваясь относительной точностью хода $1:T$, можно обоснованно вычислить среднее влияние погрешностей угловых и линейных измерений по формулам [3]:

$$q_{\beta} = \frac{Q[S]}{2T\sqrt{1+Q^2}}; \quad (5) \quad q_s = \frac{[S]}{2T\sqrt{1+Q^2}}. \quad (6)$$

С помощью q_{β} и q_s рассчитывают допуски на погрешности угловых и линейных измерений, но для получения надежных результатов нужно иметь вероятнейшие значения Q . Однако коэффициенты Q зависят от показателей точности светодально-

мерной полигонометрии m_p и m_s , которые должны быть уверенно найдены из большого числа фактического материала. Поскольку соотношение Q , кроме того, зависит от длины и формы хода, а также от числа сторон, то хорошо иметь таблицы значений Q . В работах [3, 4] такие таблицы приведены для вытянутых светодальномерных ходов, прокладываемых при помощи различных светодальномеров.

Коэффициенты Q для изогнутых ходов можно получить, используя табличные значения Q_b для эквивалентных по длине и числу вершин вытянутых ходов, по формуле

$$Q = aQ_b, \quad (7)$$

где

$$a = \frac{\sqrt{12} \sqrt{[D_{n,i}^2]}}{\sqrt{n+3} [S]} \quad (8)$$

При этом в зависимости от формы хода множитель a принимает следующие значения: 1 — для вытянутого хода; 0,9 — для хода с одним изломом и средним значением угла между сторонами хода и его замыкающей $\varphi = 15-30^\circ$; 0,8 — для хода с одним изломом и $\varphi = 45^\circ$, дугообразного и S -образного ходов; 0,7 — для хода с одним изломом и $\varphi = 60^\circ$; 0,6 — для хода П-образной формы; 0,5 — для замкнутого хода.

Подставим (2) в (7) и получим

$$Q = \frac{a m_p [S] \sqrt{n+3}}{\sqrt{12} \rho m_s \sqrt{n}} \quad (9)$$

Принимая $\frac{\sqrt{n+3}}{\sqrt{n}} \approx 1,1$ и выражая $[S]$ в километрах, m_p — в секундах и m_s — в миллиметрах, находим

$$Q = \frac{a m_p}{0,64 m_s} [S] \text{ км.} \quad (10)$$

По формуле (10), хотя она до некоторой степени приближенная, можно получать желаемое Q , меняя параметры в правой части. Это выгодно, если известно, при каком Q погрешности в положении слабого пункта минимальны. Из формулы (10) также следует, что коэффициенты Q практически не зависят от числа сторон в ходе.

Чтобы найти оптимальные соотношения между точностью угловых и линейных измерений, выполним аналитические исследования светодальномерных ходов произвольной формы при трех следующих вариантах Q : $Q=5$, ($Q_{с.л}=2,5$); $Q=2$, ($Q_{с.л}=1$); $Q=1$, ($Q_{с.л}=0,5$).

Соотношение $Q=5$ вероятнейшее, согласно таблице в работе [4], для хода полигонометрии IV класса длиной 10 км, стороны которого измерены светодальномером ЕОК200. Второй и третий

варианты — разновидности применения п. р. в. Коэффициент $Q_{\text{сл}}=1$ требует равного влияния погрешностей угловых и линейных измерений на положение слабого пункта хода, а $Q=1$ — на положение конечного пункта хода. Соотношение $Q=1$ является основным при расчетах допусков полигонометрии.

Периметр, число сторон, равенство сторон и показатели точности исследуемых ходов приняты одинаковыми в серии для ходов любой формы:

Номер серии	[S], км	n	m_{β}	m_S , см	Q
1	10	10	2	0,62	5
2	4	8	5	1,56	2
3	1,2	12	10	2,34	1

Различны только углы поворота. Разомкнутые ходы опираются обоими концами на исходные пункты и направления.

Для удобства сопоставления результатов исследований характеристики ходов подбирали так, чтобы ожидаемые средние квадратические погрешности M в конце вытянутых ходов каждой серии были равны ($M_1=M_2=M_3=10,4$ см).

В предположении строгого уравнивания полигонометрии для вершин каждого хода вычисляли погрешности их положения по известной формуле весовой функции

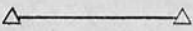
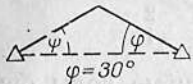
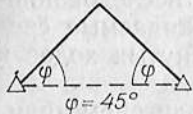
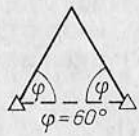

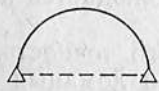
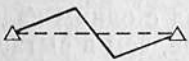
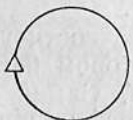
$$m_F = \mu \sqrt{\frac{1}{P_F}}, \quad (11)$$

$$\text{где} \quad \frac{1}{P_F} = [\pi FF] - \frac{[\pi AF]^2}{[\pi AA]} - \frac{[\pi BF \cdot 1]^2}{[\pi BB \cdot 1]}. \quad (12)$$

Проанализируем данные таблицы. Значения $m_{\text{сл}}$, полученные в каждой серии, различны. При $M_1=M_2=M_3$ в вытянутых ходах погрешность $m_{\text{сл}}$ имеет тенденцию расти с уменьшением Q и максимальна ($m_{\text{сл}}=4,3$ см) при $Q=1$, что в 1,5 раза больше $m_{\text{сл}}=2,8$ см при $Q=5$. Такая же тенденция наблюдается и в ходах произвольной формы.

Рассмотрим, как влияет форма хода на его точность. При прочих равных условиях погрешности $m_{\text{сл}}$ для ломаных ходов на 10—30% меньше, чем для прямолинейного хода в варианте $Q=5$. При $Q=2$ и $Q=1$ погрешности $m_{\text{сл}}$ практически одинаковы почти во всех ходах. Исключение составил ход с одним изломом и $\varphi=60^\circ$ (см. графу 8), где $m_{\text{сл}}$ на 20% больше, чем в вытянутом ходе. Следовательно, влияние формы хода на его точность существенно зависит от величины Q , а вытянутый светодальномерный ход не является самым точным.

Итак, наилучшим соотношением точности угловых и линейных измерений является $Q=5$, при котором измерение линий выполняется значительно точнее углов. Самая низкая точность положения слабого пункта хода получена при $Q=1$ (на основе п. р. в.). Следовательно, п. р. в. не является опти-

Форма хода	Q-5; (Q _{сл} -2,5)				Q-2;	
	m _{сл}	M	M:m _{сл}	2M:[S]	m _{сл}	
	2,8	10,4	3,7	$\frac{1}{48000}$	3,3	
	2,0	9,2	4,6	$\frac{1}{54350}$	3,4	
	1,9	8,3	4,4	$\frac{1}{60200}$	3,7	
	2,2	7,1	3,4	$\frac{1}{70400}$	4,1	
	2,2	7,1	3,2	$\frac{1}{70400}$	2,9	
	1,9	8,6	4,5	$\frac{1}{58100}$	3,3	
	2,3	7,8	3,4	$\frac{1}{64100}$	3,5	
	2,3	5,0	2,2	$\frac{1}{92600}$	3,3	

точности при разных Q

$(Q_{сд}^{-1})$			$Q=1; (Q_{сд}^{-0,5})$				
M	$M:m_{сд}$	$2M:[S]$	$m_{сд}$	M	$M:m_{сд}$	$2M:[S]$	
10,4	3,1	$\frac{1}{19200}$	4,3	10,4	2,4	$\frac{1}{5800}$	
9,6	2,8	$\frac{1}{20800}$	4,3	10,0	2,3	$\frac{1}{6000}$	
8,8	2,4	$\frac{1}{22700}$	4,2	9,6	2,3	$\frac{1}{6200}$	
7,6	1,9	$\frac{1}{26300}$	4,4	9,2	2,1	$\frac{1}{6500}$	
8,2	2,8	$\frac{1}{24700}$	4,4	9,0	2,0	$\frac{1}{6700}$	
8,9	2,7	$\frac{1}{22400}$	4,3	9,7	2,2	$\frac{1}{6000}$	
8,5	2,4	$\frac{1}{23500}$	4,2	9,5	2,3	$\frac{1}{6300}$	
6,4	1,9	$\frac{1}{31200}$	4,5	8,8	2,0	$\frac{1}{6800}$	

мальным соотношением точности в светодальномерных полигонометрических ходах.

Расчеты показали, что величины $M : m_{сл}$, подтверждая исследования В. Г. Конусова [2], лежат в пределах 1,9—4,5 и заметно превышают известное соотношение 2,0—2,5.

Сопоставляя погрешности $m_{сл}$ и $2M : [S]$, легко обнаружить, что колебания их существенно различны. Например, для прямолинейного и замкнутого ходов $m_{сл} = 3,3$ см, а относительные невязки соответственно равны 1:19200 и 1:31200. Учитывая и другие недостатки относительной невязки, становится очевидным, что ее величина не является строгим исчерпывающим критерием точности полигонометрических ходов.

Предвычисленные погрешности положений вершин ходов, как правило, максималы в середине ходов. Положение слабого пункта мало зависит от величины Q и формы хода. Проведенные расчеты точности выполнены без учета ошибок исходных данных. Этот вопрос может быть предметом отдельных исследований и здесь не рассматривается. Однако, согласно В. Г. Конусову [2], влияние погрешностей исходных данных ведет к деформации хода и ослаблению точности определения координат пунктов примерно в равной степени при любых принятых Q . Нам представляется, что в этих условиях предпочтительным остается вариант при $Q = 5$.

Расчеты погрешностей положений вершин ходов выполнены нами в двух вариантах: для строгого и приближенного уравнивания. Раздельное уравнивание частично сглаживает влияние соотношения Q на точность хода произвольной формы. В вытянутых ходах результаты полностью совпали независимо от способа уравнивания.

Интересно предвычислить среднеквадратические погрешности дирекционных углов m_{α} в ходах светодальномерной полигонометрии. Ниже приведены ожидаемые значения $m_{\alpha сл}$ для исследуемых ходов при строгом уравнивании:

Q	m_{β}	Форма ходов							
		1	2	3	4	5	6	7	8
5	2"	1,9"	1,7"	1,7"	1,8"	1,7"	1,5"	1,9"	2,0"
2	5	4,4	4,4	4,5	5,4	4,6	4,2	4,7	5,3
1	10	10,3	12,8	15,1	16,7	16,4	14,5	14,6	16,3

Как видим, погрешности $m_{\alpha сл}$ также растут с уменьшением Q . При $Q = 5$ все значения $m_{\alpha сл}$ меньше $m_{\beta} = 2''$, за исключением замкнутого хода, где $m_{\alpha} = m_{\beta}$. В вытянутом ходе $m_{\alpha сл}$ больше, чем в изогнутых ходах. При $Q = 2$ погрешности $m_{\alpha сл}$ для ходов произвольной формы несколько больше, чем $m_{\alpha сл}$ в вытянутом ходе. Если $Q = 1$, точность определения дирекционных углов существенно зависит от формы хода. Погрешности $m_{\alpha сл}$ изогнутых ходов в среднем в 1,5 раза больше, чем в вытянутом, достигая $m_{\alpha сл} = 1,6 m_{\beta}$.

Во всех трех вариантах дирекционные углы наименее точные в замкнутых ходах. В 50% ходов первого и второго вариантов дирекционные углы, расположенные ближе к конечным точкам хода, определяются с меньшей точностью, чем в его середине.

Таким образом, и в смысле точности определения дирекционных углов соотношение $Q=5$ также является оптимальным.

Проведенные исследования показывают, что точность светодальномерных полигонометрических ходов существенно зависит от соотношения Q . Использование фактических значений Q приводит к ощутимому выигрышу в точности по сравнению с применением принципа равных влияний. Целесообразно получить вероятнейшие значения Q для разных светодальномеров и применять их для расчета реальных допусков на отдельные источники погрешностей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Антоноженко В. Ф. Критерий изогнутости полигонометрического хода. — «Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка», 1961, вып. 1.
2. Конусов В. Г. Предвычисление точности полигонометрических ходов. М., «Недра», 1966.
3. Тревого И. С. О соотношении поперечного и продольного сдвигов в ходах городской и инженерной полигонометрии. — «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», 1974, вып. 19.
4. Тревого И. С., Шевчук П. М., Власенко С. Г. Из опыта применения ЕОК 2000 в полигонометрии. — «Геодезия и картография», 1974, № 8.
5. Андреев Ю. П., Гальцев Г. А. Об анализе точности ходов городской светодальномерной полигонометрии. — «Геодезия и картография», 1974, № 11.
6. Лебедев Н. Н. О построении специальных сетей геодезического обоснования. — «Геодезия и картография», 1975, № 1.

Работа поступила в редколлегия 19 апреля 1976 года. Рекомендована кафедрой геодезии Львовского политехнического института.