УДК 528.22

И. Ф. МОНИН

ОБ УЧЕБНИКЕ Б. П. ШИМБИРЕВА «ТЕОРИЯ ФИГУРЫ ЗЕМЛИ»*

В настоящее время существует довольно много учебников по теории фигуры Земли, которые содержат в той или иной мере новые достижения в этой области знаний, касающиеся главным образом фундаментальных исследований М. С. Молоденского и его школы. Любой учебник, как известно, отличается от монографии, руководства или справочника тем, что он наиболее полно, просто и ясно объясняет перечень вопросов, входящих в соответствующую программу, утвержденную Министерством высшего и среднего специального образования республики. Из новых учебников по гравиметрии и теории фигуры Земли следует отметить книги П. Ф. Шокина (1960), Н. П. Грушинского (1963) и Н. П. Макарова (1968). В них ясно изложены имеющиеся сведения по геодезической гравиметрии. Ими пользуется большинство студентов, аспирантов и преподавателей геодезической специальности. В меньшей мере используется учебник В. В. Бровара, В. А. Магницкого и Б. П. Шимбирева (1961). Он разнороден по содержанию, заметно отражает индивидуальные особенности стиля каждого автора, не все его разделы получились удачными для изучения.

В предисловии к новому учебнику Б. П. Шимбирев пишет: «Опыт преподавания показал, что прежний учебник В. В. Бровара, В. А. Магницкого и Б. П. Шимбирева оказался трудным для восприятия. Все это побудило автора написать новый учебник». Конечно, у него были и другие основания для издания книги, например успехи в гравиметрической изученности Земли, применение ЭВМ, результаты наблюдений ИСЗ и т. д.

Учебник Б. П. Шимбирева, к сожалению, не является удачной переработкой предыдущего. В нем тоже содержатся разделы: «Теоретическая геодезия» и «Космическая геодезия», которые читаются студентам отдельно от курса «Теория фигуры Земли». Изложение почти всех разделов в основном осталось прежним, только стало более растянутым и объемным. Ничего не изменилось с точки зрения простоты, ясности доказательств и выводов формул, многие вопросы остались не объясненными. Учебник по-прежнему труден для восприятия, а объем его увеличился до 30 печатных листов.

Кроме того, в книге очень много неточностей, неправильных формулировок, ошибок. Рассмотрим конкретные примеры.

1. В формуле, приведенной на с. 5, не соблюдается размерность.

---

* Шимбирев Б. П. Теория фигуры Земли. М., «Недра», 1975.

2. На с. 6 читаем: «Значение радиуса Земли, полученное Эратосфеном, не отличается необходимой для таких вычислений точностью». С этим высказыванием автора нельзя согласиться: полученный Эратосфеном результат был в то время выдающимся достижением в науке во всех отношениях (и по точности).

3. В теории Стокса определяются не только потенциал и его первые производные (с. 8).

4. Проблема Стокса решена для сферы, для эллипсоида вращения, затем для трехосного эллипсоида.

5. В теории М. С. Молоденского за фигуру сравнения принимается не эллипсоид, потенциал которого находят в результате решения проблемы Стокса (с. 9), а поверхность, получаемая при отложении нормальных высот от поверхности земного эллипсоида вверх вдоль его нормалей. Эта поверхность должна быть близкой к физической поверхности Земли, чтобы можно было применять формулу Брунса.

6. Термин «виды потенциалов» (с. 16) в теории потенциала неприменим. Это все равно, что виды работы. Понятие потенциала одно, оно имеет определение. Потенциал точки, линии, простого слоя, двойного слоя характеризуют физическое, гравитационное состояние объекта.

7. На с. 45 вместо «строение тела и его форма» лучше сказать «распределение плотности в теле и его форма» или «внутреннее строение тела и его форма».

8. § 10 несколько не подходит к содержанию главы 2. Его нельзя понять без дополнительных объяснений. Лучше было бы этот параграф объединить с § 77 и поместить в главу 12.

9. Содержание § 27 совсем не соответствует его названию.

10. При изложении теории Стокса (§ 44) автор пользовался устаревшей трактовкой формулы Стокса и совершенно не учел новых работ советских ученых. На с. 196 читаем: «Казалось очевидным, что поскольку Стокс в качестве поверхности интегрирования использовал сферу, а не эллипсоид (а отступления сферы от эллипсоида являются величинами первого порядка), то и ошибки вычисления возмущающего потенциала по формуле Стокса будут того же порядка». В сущности Стокс искал расстояния между геоидом и эллипсоидом. Его формула позволяет вычислять именно эти расстояния, что подтвердили теоретически Пицетти (1913) и практически (вычислениями) Хирвонен (1933). В наше время имеется много работ по практическому применению формулы Стокса. Благодаря теоретическим исследованиям советских ученых теория Стокса доведена до совершенства, в частности глубоко изучена ее точность, показано, что по формуле Стокса можно определять расстояния между геоидом и эллипсоидом, между геоидом и сферой с одной и той же относительной точностью, равной сжатию Земли. Детально выяснена роль нормального гравитационного поля, применяемого в этой теории и т. д.

11. На с. 196 рассмотрен метод определения возмущающего потенциала Земли в теории Стокса посредством представления его потенциалом простого слоя. Этот метод сводится к решению интегрального уравнения. Он был впервые применен Н. И. Идельсоном. К сожалению, решение, выполненное Б. П. Шимбиревым, не представляет интереса. Так, вместо решения уравнения

$$2\pi\mu=\delta g+\frac{3R}{2}\int\frac{\mu}{r_0}\,d\sigma,\quad \delta g=\Delta g-\frac{2}{R}(W_0-U_0) \qquad (1)$$

относительно плотности слоя μ он заменяет интеграл в уравнении (1), равный возмущающему потенциалу, выражением, полученным ранее другим методом по смешанным аномалиям силы тяжести и получает правильное выражение для плотности простого слоя. Следовательно, согласно Б. П. Шимбиреву, чтобы найти возмущающий потенциал, сначала надо вычислить по формуле (VIII.45) его учебника плотность простого слоя, а затем по формуле (VIII.40) найти возмущающий потенциал. Между тем можно сразу получить замкнутое выражение для возмущающего потенциала. Действительно, пусть имеют место ряды сферических функций:

$$\mu=\sum_{0}^{\infty}\mu_n, \quad \delta g=\sum_{0}^{\infty}\delta g_n;$$

$$\frac{1}{r_0}=\frac{1}{R}\sum_{0}^{\infty}P_n(\cos\psi), \quad \mu_n=\frac{2n+1}{4\pi}\int\mu P_n(\cos\psi)\,d\sigma.$$

Тогда из уравнения (1) найдем

$$2\pi\sum_{0}^{\infty}\mu_n=\sum_{0}^{\infty}\delta g_n+\frac{3}{2}\int\mu\sum_{0}^{\infty}P_n(\cos\psi)\,d\sigma;$$

$$\mu_n=\frac{1}{4\pi}\cdot\frac{2n+1}{n-1}\delta g_n=\frac{\delta g_n}{2\pi}+\frac{3}{4\pi}\cdot\frac{\delta g_n}{n-1}.$$

После суммирования сферических функций напишем решение уравнения (1):

$$\mu=\frac{\delta g}{2\pi}+\frac{3}{(4\pi)^2}\int\delta g\,[S(\psi)-1]\,d\sigma. \tag{2}$$

По (1) и (2) вычисляем замкнутое выражение для возмущающего потенциала:

$$\int\frac{\mu}{r_0}R^2 d\sigma=T=\frac{R}{4\pi}\int\delta g\,[S(\psi)-1]\,d\sigma.$$

12. Формулы для составляющих уклонения отвеса в § 47 получены очень громоздким путем и занимают 9 страниц учебника. Их можно вывести значительно проще и короче. Например, уклонение отвеса в меридиане определяется:

$$\xi=-\frac{1}{\gamma}\cdot\frac{\partial T}{\partial x}, \tag{3}$$

где x — направление меридиана.

Известно, что

$$\frac{\partial T}{\partial x}=-2\pi\mu\cos(n,x)-\int\frac{\mu}{r^2}\cdot\frac{\partial r}{\partial x}dS;$$

$$\frac{\partial r}{\partial x}=-\frac{\rho}{r}\sin\psi\cos A; \quad \cos(n,x)=-\sin\alpha\cos A_1;$$

$$\frac{\rho \sin\psi}{r^3} \approx \frac{\cos\dfrac{\psi}{2}}{4\sin^2\dfrac{\psi}{2}\sqrt{(1+\nu_1^2)^3}}\cdot\frac{1}{a^2}, \quad \nu_1=\frac{H-H_0}{r_0},$$

где dS — элемент физической поверхности Земли; μ — плотность простого слоя, потенциал которого определяет возмущающий потенциал Земли; A — азимут направления из фиксированной точки в текущую; A_1 — азимут линии пересечения плоскости $\rho_0 n$ с горизонтальной плоскостью, которая проходит через фиксированную точку поверхности S; n — внешняя нормаль поверхности S; α — угол наклона элементарной площадки поверхности Земли.

Заменяя μ на $t\cos\alpha$, а $\cos\alpha dS$ на $d\Sigma$ (элемент поверхности сферы) и полагая, что

$$\bar{\xi}=\sum_0^\infty k^m\xi_m, \quad \bar{t}=\sum_0^\infty k^m t_m,$$

из формулы (3), написав ее для поверхности $\bar{S}$, преобразованной при помощи параметра k, нетрудно получить:

$$-\gamma\xi_0=\int\frac{t_0}{r_0^2}\cos\frac{\psi}{2}\cos A d\Sigma;$$

$$-\gamma\xi_1=\int\frac{t_1}{r_0^2}\cos\frac{\psi}{2}\cos A d\Sigma+2\pi t_0 \operatorname{tg}\alpha\cos A_1;$$

$$-\gamma\xi_2=\int\left(t_2-\frac{3}{2}t_0\nu_1^2\right)\cos\frac{\psi}{2}\cos A\frac{d\Sigma}{r_0^2}+2\pi t_1\operatorname{tg}\alpha\cos A_1;$$

$$-\gamma\xi_3=\int\left(t_3-\frac{3}{2}t_1\nu_1^2\right)\cos\frac{\psi}{2}\cos A\frac{d\Sigma}{r_0^2}+2\pi(t_2-t_0\cdot\operatorname{tg}^2\alpha)\operatorname{tg}\alpha\cos A_1.$$

Дальнейшие преобразования, такие, как и в учебнике, приводят к окончательным формулам (VIII.106).

13. В § 50 читаем: «Новый метод решения задачи Молоденского предложен М. И. Марычем. Вместо составления и решения интегрального уравнения М. И. Марыч использует зависимость между разложениями аномалий силы тяжести и возмущающего потенциала в ряд Тейлора по степеням высот рельефа Земли, устанавливаемую формулой Стокса. При этом предположение о сходимости этих разложений не является обязательным, если только формулы для возмущающего потенциала построены аналогично формулам Молоденского, т. е. с помощью малого параметра» (с. 236). Как видим, исходной в своих построениях М. И. Марыч принимает формулу Стокса. Разложив возмущающий потенциал и аномалии силы тяжести, заданные на поверхности Земли, в ряд Тейлора по степеням высот рельефа, он получает выражения для T и Δg, отнесенные к земной сфере. Эти выражения М. И. Марыч подставляет в формулу Стокса и находит формулу (VIII.190), в которой затем отдельные члены представляет рядами по степеням малого параметра.

В результате получает отдельные приближения для возмущающего потенциала. Отметим, что преобразования М. И. Марыча справедливы только тогда, когда внешнее гравитационное поле можно аналитически продолжить во внутрь Земли, так как именно в этом случае возможны разложения для T и Δg в ряд Тейлора. К сожалению, аналитическое продолжение гравитационного поля во внутреннюю область Земли невозможно. Именно в связи с этим М. С. Молоденский для решения поставленной им задачи и применил метод интегральных уравнений и малый параметр, введенный Пуанкаре, которые позволили ему обойти это затруднение в гравиметрии и решить задачу об определении фигуры физической поверхности Земли.

Б. П. Шимбирев не дал никакого объяснения «новому методу» М. И. Марыча. Конечно, в учебнике не должно быть необоснованных положений. Новинки нужно сначала осмыслить, проверить, обсудить в коллективе, а потом печатать в учебнике.

В учебнике много известных положений объясняется неверно. Например, автор считает (§ 19), что решения краевых задач для сферы, полученные при помощи сферических функций, намного проще, чем решения, найденные другим каким-нибудь методом. Напомним, что все три краевые задачи теории потенциала для сферы имеют решения замкнутого вида, причем их можно получить и при помощи сферических функций. Решением задачи Дирихле есть интеграл Пуассона. В задаче Неймана решением является тоже известный интеграл. Для третьей краевой задачи внешнего гравитационного поля решением служит формула Стокса. В § 19 решения краевых задач с использованием сферических функций, к сожалению, не доведены до конца. Замечание автора (с. 90), что его решение проще, чем решение, найденное при помощи интеграла Пуассона, неверно, так как для этого частного случая из интеграла Пуассона можно получить решение автора. Решение задачи Дирихле, как известно, единственно. Очень важное значение при решении краевых задач имеет форма краевой поверхности. Если решать краевые задачи для любой поверхности, пользуясь рядами сферических функций, то нужно доказывать сходимость полученных рядов.

В заключение отметим, что программа курса «Теория фигуры Земли» требует серьезной переработки. Объем современного учебника по этому предмету необходимо значительно сократить (до 15 печ. листов). На наш взгляд, в новой книге должны быть такие разделы: «Общая характеристика внешнего гравитационного поля Земли», «Сведения из теории ньютоновского потенциала», «Сферические функции», «Проблема Стокса и нормальное гравитационное поле Земли», «Теория Стокса и фигура геоида», «Теория Молоденского и фигура физической поверхности Земли», «Приложение теории Молоденского к геодезии».

Лучшей по теории ньютоновского потенциала является книга Л. Н. Сретенского. Из нее можно взять нужные сведения, подав их просто и ясно. Хорошо излагается теория сферических функций в известной книге Н. И. Идельсона. Содержание остальных разделов следует заимствовать из геодезических учебников по теории фигуры Земли, переработав их соответствующим образом. Интересные новинки можно напечатать мелким шрифтом с объяснением отдельных положений.