

УДК 528.27 : 551.1

Р. Р. ИЛЬКИВ

К ВОПРОСУ О ЧАСТОТЕ ГРАВИМЕТРИЧЕСКИХ ПУНКТОВ ВДОЛЬ ЛИНИИ ВЫСОКОТОЧНОГО НИВЕЛИРОВАНИЯ

Используя материалы гравиметрических измерений вдоль нивелирных ходов 1-го — 2-го классов в горном районе, мы произвели некоторые вычисления, чтобы определить густоту гравиметрических пунктов при выполнении высокоточного нивелирования.

По нивелирно-гравиметрическому ходу AB , длина которого $l \approx 18$ км и превышение между начальной и конечной точками которого $\Delta h_{BA} \approx 1200$ м, были найдены поправки к измеренным высотам за переход к нормальным высотам. Силу тяжести по ходу измеряли гравиметром в каждой постановке рейки, то есть через 20—30 м, на равнинных участках через 50—100 метров. Поправки вычисляли по известной формуле [1]

$$f = -\frac{1}{\gamma_m} (\gamma_0^B - \gamma_0^A) H_q^m + \frac{1}{\gamma_m} (g - \gamma)_m \Delta h_{BA}.$$

В этой формуле H_q^m берется как средняя высота по ходу, разбитому на равные участки по широте, причем приближенно можно взять вместо нормальной высоты — измеренную; $(g - \gamma)_m$ — аномалия, взятая как среднее из аномалий по ходу, разбитому на равные участки по высоте. Средняя аномалия $(g - \gamma)_m$ изменяется в зависимости от густоты определенных гравиметрических пунктов по ходу. Поправки в высоты вычисляли с постепенным сгущением гравиметрических точек. В первом варианте значение аномалии $(g - \gamma)_m$ взято как среднее из аномалий в начальной и конечной точках хода; в последнем варианте средняя аномалия выведена из 67 значений аномалий по нивелирному ходу, разбитому на отрезки, по высоте приблизительно равные 20 м.

Что касается точности вычислений, то было поставлено условие, чтобы ошибка поправок в высоты не превышала 0,1 ошибки нивелирования. По данному ходу допустимая ошибка нивелирования 1-го класса равна ± 17 мм, значит, ошибки в поправке не должны превышать $\pm 1,7$ мм. Полученные значения средних аномалий и поправок в высоту в зависимости от густоты гравиметрических пунктов приведены в табл. 1, где r — число гравиметрических пунктов, Δh — приближенное превышение между гравиметрическими пунктами.

Таблица 1

Сводная таблица поправок f

r	$\Delta h, \text{ м}$	$(g - \gamma)_m,$ мгал	$f, \text{ мм}$	r	$\Delta h, \text{ м}$	$(g - \gamma)_m,$ мгал	$f, \text{ мм}$
2	1200	+89,9	+118,6	13	100	94,8	+125,0
3	600	94,9	+122,3	27	50	99,0	+130,1
5	300	94,5	+124,1	33	40	98,8	+130,0
9	150	93,5	+123,6	67	20	98,6	+129,7

Как видно из таблицы, с увеличением густоты гравиметрических пунктов поправка в высоту увеличивается до определенной величины, затем становится более или менее стабильной в пределах допустимых ошибок. Сравнительно стабильное значение поправки получаем уже при разбивке хода на отрезки, равные по высоте 50 м, что дает для этого хода расстояние между гравиметрическими пунктами 500—700 м. Если в этом интервале имеются значительные перегибы местности, то в местах перегибов дополнительно следует определять гравиметрические пункты.

По этому же нивелирно-гравиметрическому ходу найдены поправки к измеренным высотам для получения высот, определяемых формулами Н. К. Мигалы.

В работе [2] приведена дифференциальная формула для вычисления высот

$$dH = dh - \frac{1}{g} \frac{dg}{ds} H ds, \quad (1)$$

где dh — нивелирное превышение; ds — горизонтальное проложение между нивелирными рейками; $\frac{dg}{ds}$ — горизонтальный градиент силы тяжести; в поправочном члене можно заменить H на h — измеренную высоту.

Нам нужно найти поправочный член $\frac{1}{g} \frac{dg}{ds} h ds$

$$\int_0^B \frac{1}{g} \frac{dg}{ds} h ds = \int_0^A \frac{1}{g} \frac{dg}{ds} h ds + \int_A^B \frac{1}{g} \frac{dg}{ds} h ds, \quad (2)$$

где через 0 обозначена исходная точка нивелирования. Имея данные только по ходу AB , вычисляем второй интеграл в правой части равенства. Согласно [2], имеем

$$\frac{dg}{ds} ds = dg + \frac{dg}{dn} dh,$$

где dg и dh получены из измерений.

Для определения поправок в высоты по формуле (1) принимаем $\frac{dg}{dn} = k$ постоянным.

Принимая для данного хода g равным $\frac{g_A + g_B}{2}$ получаем

$$\int_A^B \frac{1}{g} \frac{dg}{ds} h ds = \frac{1}{g} \int_A^B h dg + \frac{1}{2g} k (h_B^2 - h_A^2). \quad (3)$$

Первый интеграл в правой части определяется так:

$$\int_A^B h dg = \sum_A^B \left(\frac{h_1 + h_2}{2} \Delta g_1 + \frac{h_2 + h_3}{2} \Delta g_2 + \dots + \frac{h_i + h_{i+1}}{2} \Delta g_i \right),$$

где h_1, h_2, \dots, h_i — высоты точек, $\Delta g_1, \Delta g_2, \dots, \Delta g_i$ — разность силы тяжести между этими точками.

В первом варианте вычислений поправок брали две точки хода — начальную и конечную, так что $h = \frac{h_A + h_B}{2}$ и $\Delta g = g_B - g_A$. Далее ход разбивали на две части, на четыре и т. д., максимально приближая его к ходу нивелирования. Полученные значения поправок в высоты в зависимости от густоты гравиметрических пунктов помещены в табл. 2, где l — приближенные расстояния между гравиметрическими пунктами, f' и f'' — поправки в высоты, вычисленные с коэффициентами $k = +0,308$ мгал/м и $k = +0,200$ мгал/м.

Сводная таблица поправок f' и f''

r	z , км	f' при $k = 0,308$	f'' при $k = 0,200$
2	18,0	+112,2	-29,8
3	9,0	+108,4	-33,6
5	4,5	+106,9	-35,1
9	2,2	+107,2	-34,9
17	1,1	+106,8	-35,2
87	0,2	+106,6	-35,4

Наименьшие поправки в высоты получаются с коэффициентом $k = +0,200$ мгал/м, который найден по значениям геопотенциала точек нивелирного хода.

При вычислении поправок f' и f'' , как видно из табл. 2, достаточно иметь гравиметрические пункты через 9 км. Дальнейшее сгущение их практически ничего не дает, поправки почти не изменяются.

ЛИТЕРАТУРА

1. Еремеев В. Ф., Юркина М. И. Динамические высоты и их применение. Сб. статей по геодезии, вып. 10, М., 1955.
2. Мигаль Н. К. Несколько слов об основных проблемах теории фигуры Земли. В сб. «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», вып. 3, Изд-во Львов. ун-та, Львов, 1965.

Работа поступила 5 апреля 1971 года.
Рекомендована кафедрой высшей геодезии и гравиметрии
Львовского политехнического института.