РЕСПУБЛИКАНСКИЙ МЕЖВЕДОМСТВЕННЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ СБОРНИК

1972 Геодезия, картография и аэрофотосъемка Выпуск 16

УДК 528.283

В. А. КОВАЛЕНКО

О ПРИМЕНЕНИИ МЕТОДА РАВНЫХ ВЫСОТ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ АСТРОНОМИЧЕСКОГО АЗИМУТА

Наблюдения звезд на равных высотах широко используются для определения времени и широты. Рассмотрим возможность применения метода равных высот для определения астрономического азимута.

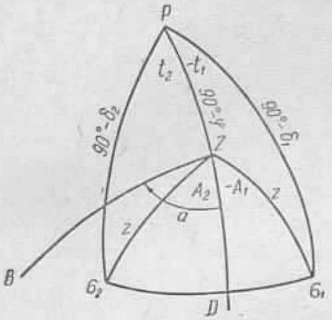

Схема сферических треугольников.

Пусть в моменты T_1 и T_2 (см. рисунок) измерены горизонтальные углы Q_1 и Q_2 между направлением на земной предмет B и направлениями на звезды σ_1 и σ_2, наблюдаемые на одном и том же зенитном расстоянии z. Если α_1, δ_1, α_2, δ_2, t_1, t_2 — астрономические экваториальные координаты звезд, A_1 и A_2 — их азимуты, а φ — широта места, то можем записать:

$$\sin\delta_1 = \cos z \sin\varphi - \sin z \cos\varphi \cos A_1,$$

$$\sin\delta_2 = \cos z \sin\varphi - \sin z \cos\varphi \cos A_2.$$

Вычитая первое уравнение из второго, получаем

$$\sin\delta_2 - \sin\delta_1 = \cos\varphi \sin z (\cos A_1 - \cos A_2). \tag{1}$$

Азимут земного предмета

$$a = A_1 + Q_1,$$

или

$$a = A_2 + Q_2.$$

Отсюда

$$a = \frac{1}{2}(A_2 + A_1) + \frac{1}{2}(Q_2 + Q_2). \tag{2}$$

Введем обозначения

$$\delta = \frac{1}{2}(\delta_2 + \delta_1), \quad A_m = \frac{1}{2}(A_2 + A_1), \quad p = \frac{1}{2}(A_2 - A_1) = \frac{1}{2}(Q_1 - Q_2).$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2}(\delta_2 - \delta_1), \quad Q_m = \frac{1}{2}(Q_2 + Q_1). \tag{3}$$

С этими обозначениями уравнения (1) и (2) следует переписать так:

$$\sin\varepsilon\cos\delta = \cos\varphi \sin z \sin A_m \sin p,$$

$$a = A_m + Q_m.$$

Из первого находим средний азимут звезд A_m:

$$\sin A_m = \frac{\sin\varepsilon\cos\delta}{\cos\varphi \sin z \sin p}, \tag{4}$$

из второго — азимут земного предмета a.

Совместное измерение горизонтальных и вертикальных углов усложняет программу наблюдений. Преобразуем формулу (4) так, чтобы исключить из нее z. Обозначив дугу большого круга $\sigma_1\sigma_2$ через D и положив $d = \frac{1}{2}D$, из $\Delta Z\sigma_1\sigma_2$ имеем

$$\cos D = \cos^2 z + \sin^2 z \cos 2p.$$

Отсюда

$$\sin d = \sin z \sin p.$$

Тогда

$$\sin A_m = \frac{\sin \varepsilon \cos \delta}{\cos \varphi \sin d}, \tag{5}$$

то есть то же, что и в [1].

Дуга d может быть также представлена функцией экваториальных координат звезд. Из $\Delta P\sigma_1\sigma_2$

$$\cos D = \sin \delta_1 \sin \delta_2 + \cos \delta_1 \cos \delta_2 \cos 2r,$$

где $2r = t_2 - t_1$.

После простых преобразований получаем

$$\sin^2 d = \cos^2 \delta \sin^2 r + \sin^2 \varepsilon \cos^2 r. \tag{6}$$

На основании (5) и (6) приходим к выводу, что на пункте с известной широтой φ для определения среднего азимута A_m пары звезд, наблюдаемых на равных зенитных расстояниях, достаточно измерить только полуразность их часовых углов или, точнее, полуразность моментов наблюдения звезд. Так,

$$t_1 = T_1 + u - \alpha_1, \quad t_2 = T_2 + u - \alpha_2$$

и

$$r = \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2) + \frac{1}{2}(T_2 - T_1). \tag{7}$$

Последнее можно рассматривать как достоинство способа, ибо исключается необходимость знать поправку хронометра.

Установим самые выгодные условия наблюдения звезд. Дифференцируя (5) и (6) по переменным A_m, φ, d и r и заменяя дифференциалы конечными приращениями, получаем

$$\Delta A_m = \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} A_m \Delta\varphi - \operatorname{ctg} d \operatorname{tg} A_m \Delta d;$$

$$\Delta d = \frac{\cos \delta_1 \cos \delta_2 \sin 2r}{2 \sin d \cos d} \Delta r,$$

или

$$\Delta A_m = \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} A_m \Delta\varphi - \frac{\cos \delta_1 \cos \delta_2 \sin (t_2 - t_1) \operatorname{tg} A_m}{2 \sin^2 d} \Delta r. \tag{8}$$

Анализируя выражение (8), заключаем, что самыми выгодными будут условия, при которых две звезды с равными склонениями наблюдаются симметрично относительно меридиана в положениях, разность часовых углов которых и соединяющая их дуга большого круга равны 180°. Это означает, что одну из звезд следует наблюдать в точке восхода, а другую — в точке запада. В этом случае $\operatorname{tg} A_m = 0$; $\sin (t_2 - t_1) = 0$; $\sin d = 1$.

По ряду причин указанные требования на практике не могут быть выполнены. В качестве более общего условия выбора звезд следует принять то, при котором соблюдается приближенное равенство $A_1 \approx -A_2$. Тогда $A_m \approx 0°$. Очевидно также, что удаления звезд от меридиана и их общее зенитное расстояние должны быть больше. Заметим, что этому условию частично удовлетворяют пары Цингера.

Выведем рабочую формулу для вычисления среднего азимута звезд A_m. Запишем равенство (6) так:

$$\sin d = (\cos^2 \delta \sin^2 r + \sin^2 \varepsilon \cos^2 r)^{\frac{1}{2}}.$$

Полагая, что полуразность склонений звезд пары не будет превышать 2° и поэтому второй член в скобках мал, применяем разложение по биному Ньютона, ограничиваясь тремя членами

$$\sin d = \cos \delta \sin r + \frac{\sin^2 \varepsilon \cos^2 r}{2 \cos \delta \sin r} - \frac{\sin^4 \varepsilon \cos^4 r}{(2 \cos \delta \sin r)^3} + \cdots \tag{9}$$

Если $\varepsilon = 2°$, а $\delta = r = 45°$, то $d \approx 30°$. Для этого не самого благоприятного случая выбора звезд второй член правой части в (9) получается равным $6 \cdot 10^{-4}$, а третий — $1 \cdot 10^{-7}$. Их влияние на дугу d выражается величинами, равными соответственно 2',4 и 0",02. Отсюда без ущерба для точности можем принять

$$\sin d = \cos \delta \sin r + \frac{\sin^2 \varepsilon \cos^2 r}{2 \cos \delta \sin r},$$

или

$$\sin d = \cos \delta \sin r \left(1 - \frac{\sin^2 \varepsilon}{2 \cos^2 \delta \operatorname{tg}^2 r}\right)^{-1}.$$

Подставляя полученное выражение в формулу (5), имеем

$$\sin A_m = \frac{\sin \varepsilon}{\cos \varphi \sin r} f, \tag{10}$$

где $f = 1 - \dfrac{\sin^2 \varepsilon}{2 \cos^2 \delta \operatorname{tg}^2 r}$.

Для вычисления по таблицам логарифмов

$$\lg \sin A_m = \lg \frac{\sin \varepsilon}{\cos \varphi \sin r} + \lg f. \tag{11}$$

Здесь $\lg f = -\dfrac{M \sin^2 \varepsilon}{2 \cos^2 \delta \operatorname{tg}^2 r}$.

Вычислив A_m, находим азимут земного предмета.

Можно рекомендовать такую последовательность наблюдений в одном полуприеме: 1) земной предмет; 2) первая звезда пары; 3) вторая звезда пары; 4) земной предмет.

Каждую из звезд пары надо наблюдать при неизменном положении инструмента по азимуту. Неподвижные нити окулярного микрометра устанавливаются параллельно плоскости горизонта. В момент прохождения через горизонтальные нити (верхнюю, среднюю и нижнюю или наоборот) на звезду наводят подвижную, вертикальную нить и берут отсчет по хронометру и по барабану окулярного микрометра. Кроме того, следует отсчитать горизонтальный круг и снять показания накладного и талькоттовского уровней.

При обработке измерений потребуется вычисление поправок за окулярный микрометр, наклон горизонтальной оси, коллимационную ошибку и за изменение положения трубы по высоте. Методика учета этих поправок хорошо известна. Слабым местом является определение личной разности наблюдателя и ошибок косых прохождений звезд. При существующей методике наблюдений учет этих погрешностей довольно сложная задача. От ее решения будет зависеть применение данного способа для точных азимутальных определений.

Приближенные формулы, обеспечивающие точность вычислений до 1—2″, принимают вид

$$\sin A_m = \frac{\sin \varepsilon}{\cos \varphi \sin r}, \qquad a = A_m + Q_m. \tag{12}$$

Несложность вычислительных операций позволяет рекомендовать способ для определения приближенного азимута. Наблюдатель, выполняющий измерения с помощью астрономического универсала и имеющий в своем распоряжении эфемериды пар Цингера, может воспользоваться им для уточнения ориентировки инструмента в меридиане.

Заменяя в (3) и (7) индексы 1 и 2 на E и W, отнесенные к величинам, которые характеризуют положения восточной и западной звезд, имеем:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{1}{2}(\delta_W - \delta_E); & A_m &= \frac{1}{2}(A_W + A_E); \\ r &= \frac{1}{2}(\alpha_E - \alpha_W) + \frac{1}{2}(T_W - T_E); & Q_m &= \frac{1}{2}(Q_W + Q_E). \end{aligned} \tag{13}$$

Полученные значения будут исходными для вычисления азимута земного предмета.

Наблюдения, достаточные для приближенных определений, следует выполнять по программе:

1. Визирование земного предмета при двух положениях инструмента.
2. Наблюдение звездной пары Цингера ($z > 40°$).
3. Перевод трубы через зенит.
4. Наблюдение другой пары Цингера при втором положении инструмента.
5. Визирование земного предмета, как в пункте 1.

Перед наблюдениями устанавливают подвижную нить окулярного или контактного микрометра в нульпункте и пользуются ее пересечением со средней неподвижной нитью как точкой, с которой совмещаются в поле зрения трубы изображения земного предмета и звезд.

Визирование земного предмета сопровождается отсчитыванием горизонтального круга, звезд — горизонтального круга и часов.

Инструмент тщательно нивелируется. Перед наблюдением первой звезды пары талькоттовский уровень скрепляется с горизонтальной осью, а его пузырек выводится на середину. Перед наблюдением второй звезды пары положение пузырька поправляется микрометренным винтом трубы. Накладным уровнем не пользуются.

Наблюдения каждой пары Цингера, составляющие один полуприем, обрабатываются отдельно. В вычисленное значение азимута вводится поправка за коллимацию

$$\Delta a_c = c \cdot \operatorname{cosec} z. \tag{14}$$

Здесь c — коллимационная ошибка, получаемая из наблюдений земного предмета.

Результаты пробных определений азимута

№ полуприемов	№ пар	z	a	v
1	730	43° 40′	9° 18′ 31″	−2″
2	735	49° 03′	30″	−1″
3	740	48° 16′	24″	+5″
4	745	40° 41′	31″	−2″
		$a_{ср}$	9° 18′ 29″	

Точное значение азимута 9° 18′ 27″, 4.

В апреле 1971 года студентом Львовского политехнического института Малыхиным А. С. были выполнены пробные определения приближенного азимута инструментом АУ 2/10. Результаты определений, состоящие из четырех полуприемов, приведены в таблице.

ЛИТЕРАТУРА

Ходорович П. А. Совместное определение азимута, широты и поправки хронометра из наблюдений звезд на соответственно равных высотах. Тр. Омского сельскохозяйственного ин-та им. С. М. Кирова, т. II, Омск, 1937.

Работа поступила 10 мая 1971 года.
Рекомендована кафедрой космической геодезии и астрономии Львовского политехнического института.