

Ю. В. МУЛЮН

ТОЧНОСТЬ ПЕРЕДАЧИ КООРДИНАТ С ВРЕМЕННЫХ ПОЛИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ЦЕНТРОВ НА ПУНКТЫ ПОЛИГОНОМЕТРИИ, ЗАКРЕПЛЯЕМЫЕ НАСТЕННЫМИ ЗНАКАМИ

В настоящее время в практике геодезических работ довольно широко применяется закрепление пунктов полигонометрии настенными знаками по типу стенового репера. Закрепление выполняется либо тремя знаками — створным, ориентированным, створно-восстановительным способами, либо парами пунктов, либо одиночными знаками.

Рассмотрим типичный случай закрепления пункта тремя настенными знаками ориентированным способом (с выдерживанием равенства расстояний до $\pm 3-5$ мм: $l = 2-2_I = 2_I-2_{II} = 2-2_{III}$ и соответственно $2-2_{II} = 2-2_{III}$ (см. схему)).

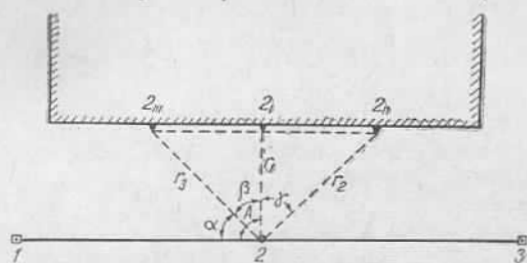


Схема закрепления настенных знаков ориентированным способом.

Здесь 2 — пункт прокладываемой полигонометрии соответствующего разряда. Обычно он закрепляется временным центром. $2_I, 2_{II}, 2_{III}$ — настенные знаки типа стенового репера. 1, 3 — пункты полигонометрического хода. В практике геодезических измерений при настенной полигонометрии обычно сталкиваются с решением двух задач:

с решением двух задач:

1. С какой точностью необходимо измерять углы при передаче координат с временных центров на настенные знаки, с тем чтобы обеспечить точность определения координат настенных знаков (по отношению к временному центру) не грубее $\pm 1-2$ мм?

2. С какой точностью необходимо измерять углы при отвязке от пунктов настенной полигонометрии, с тем чтобы погрешность отвязки не превышала $1-2$ мм?

При решении этих задач прием расстояние от временного центра до настенных знаков (обозначив через l длины: $2-2_I, 2_I-2_{II}, 2_I-2_{III}$) в пределах от 2 до 20 м, учитывая, что фактическая обычная длина указанных линий при применении створно-восстановительного или ориентированного способа закрепления составляет от 2 до 8 м и в основном обуславливается шириной городских тротуаров.

1. ТОЧНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ УГЛОВ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ КООРДИНАТ НАСТЕННЫХ ЗНАКОВ

Координаты пункта 2_I будут:

$$X_{2_I} = X_2 + \Delta X; \quad Y_{2_I} = Y_2 + \Delta Y;$$

$$\Delta X = l \cdot \cos A_{2-2_I}; \quad \Delta Y = l \cdot \sin A_{2-2_I},$$

где A — дирекционное направление стороны $2-2_I$.

Ошибка определения пункта $2_I - M_{2_I}$ образуется из ошибки исходных данных, то есть точности определения временного центра $2 - m_2$, и ошибки измерения направлений и линий на пункте $2 - m_{\Delta\alpha}, m_{\Delta(\alpha+\beta)}, m_{\Delta(\alpha+\beta+\gamma)}$ и $m_{\Delta\gamma}$ и равняется $M_{2_I}^2 = m_2^2 + m_{\Delta X}^2 + m_{\Delta Y}^2$.

Обозначив ошибку определения настенного пункта 2_I по отношению к пункту 2 через m_{2_I} , получим

$$M_{2_I}^2 = m_2^2 + m_{2_I}^2,$$

где в свою очередь

$$m_{2_I}^2 = m_{\Delta X}^2 + m_{\Delta Y}^2.$$

Учитывая, что средняя квадратическая ошибка функции общего вида для независимых переменных выражается формулой

$$m_u = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_0^2 m_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_0^2 m_y^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial w}\right)^2 \cdot m_w^2},$$

получим значения $m_{\Delta X}^2$ и $m_{\Delta Y}^2$, равные

$$m_{\Delta X}^2 = \cos^2 A \cdot m_l^2 + (l \cdot \sin A)^2 \cdot \frac{M_A^2}{\rho''^2};$$

$$m_{\Delta Y}^2 = \sin^2 A \cdot m_l^2 + (l \cdot \cos A)^2 \cdot \frac{M_A^2}{\rho''^2},$$

откуда

$$m_{2_I}^2 = m_{\Delta X}^2 + m_{\Delta Y}^2 = m_l^2 + \frac{m_\alpha^2 \cdot l^2}{\rho''^2}. \quad (1)$$

Ошибка положения пункта 2_I относительно пункта 2 зависит от следующих факторов: а) точности определения углов α, β, γ в зависимости от расстояния от временного центра до настенных знаков, б) точности измерения расстояния $l - m_l$.

Ошибка определения временного центра m_2 в данном случае не рассматриваем, так как ее величина обусловлена разрядом полигонометрии с соответствующими допусками измерения углов и линий.

Ошибка измерения расстояний m_l в пределах 20 м длины рулетки обычно порядка ± 1 мм, учитывая ошибки компарирования рулетки, нивелирования лотаппарата и настенных знаков, отсчитывания по рулетке, температуры, натяжения гирь на блоках и случайных факторов. Принимая погрешность каждого составляющего элемента $0,4$ мм, имеем:

$$m_l = \pm 0,4 \sqrt{6} = \pm 1 \text{ мм.}$$

Средняя квадратическая ошибка пункта 2_I из (1) равна

$$m_{2_I}^2 = \frac{m_\alpha^2 \cdot l^2}{\rho''^2} + m_l^2.$$

Исходя из принципа равных влияний угловых и линейных измерений и принимая

$$m_l = m_\alpha \cdot \frac{l}{\rho''} = \pm 1 \text{ мм,} \quad (2)$$

получаем

$$m_{\alpha} = \frac{\rho^n}{l_{\text{мм}}}, \quad (3)$$

откуда зависимость между длиной l и погрешностью измерения углов в настенной полигонометрии m_{α} можно представить таким образом:

$l, \text{ м}$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20
m_{α}''	103''	68''	52''	41''	34''	30''	26''	23''	20,6''	15''	10''

Из данной таблицы следует, что при расстояниях до 20 м измерения углов на настенные пункты достаточно выполнять с точностью $\pm 10''$ независимо от класса полигонометрии.

2. ТОЧНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ УГЛОВ ПРИ ОТВЯЗКЕ ОТ ПУНКТОВ НАСТЕННОЙ ПОЛИГОНОМЕТРИИ

При отвязке от пунктов настенной полигонометрии для получения координат временного центра 2 с точностью 1—2 мм точность измерений углов β и γ можно рассчитать, используя формулу оценки точности определения пункта методом обратной засечки (А. С. Чеботарев. Геодезия, ч. II, стр. 241)

$$M_2^2 = \frac{m_{\alpha}^2}{N^2} [(A_1^2 + B_1^2) + (A_2^2 + B_2^2)],$$

где

$$N = r_1 \cdot r_3 \cdot \sin \beta + r_1 \cdot r_2 \cdot \sin \gamma - r_3 \cdot r_2 \cdot \sin (\beta + \gamma);$$

$$A_1^2 + B_1^2 = r_3^2 + r_1^2 - 2r_3 \cdot r_1 \cdot \cos \beta;$$

$$A_2^2 + B_2^2 = r_3^2 + r_2^2 - 2r_3 \cdot r_2 \cdot \cos (\beta + \gamma).$$

Так как

$$r_1 = \frac{\rho}{l}; \quad r_2 = r_3 = \frac{\rho}{l\sqrt{2}}; \quad \beta = \gamma = 45^\circ;$$

$$\text{то} \quad N = \frac{\rho^2}{2l^2}; \quad A_1^2 + B_1^2 = A_2^2 + B_2^2 = \frac{\rho^2}{l^2}$$

и средняя квадратическая ошибка пункта 2 составит

$$M_2 = \pm \frac{2\sqrt{2} m_{\alpha} l_{\text{мм}}}{\rho^n}. \quad (4)$$

Поскольку средняя квадратическая ошибка определения пункта 2 M_2 зависит как от ошибок исходных данных — настенных знаков I, II, III, равных $m_I = m_{II} = m_{III} = \pm 1,4 \text{ мм}$ (что вытекает из (2)) при $m_I = m_{\alpha} =$

$= \frac{l}{\rho} = \pm 1 \text{ мм}$, так и от ошибок измерения стороны $l - m_l = \pm 1 \text{ мм}$,

общая линейная ошибка

$$M_2 = \pm \sqrt{m_I^2 + m_l^2} = \pm \sqrt{1,4^2 + 1,0^2} = \pm \sqrt{3} \text{ мм}.$$

Отсюда

$$m_{\alpha} = \frac{\rho^n \cdot \sqrt{3}}{2\sqrt{2} \cdot l_{\text{мм}}}, \quad (5)$$

и зависимость между длиной стороны (при ориентированном или створно-восстановительном способе закрепления знаков) и точностью измерения углов будет характеризоваться следующими показателями:

$l, м$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20
m''_{α}	61"	46"	30"	25"	20"	17,5"	15"	13,5"	12"	9"	6"

— Таким образом, при расстояниях от временного центра до настенных знаков до 10 м достаточно измерять отвязочные углы β и γ с точностью $\pm 12''$ независимо от класса проложенной полигонометрии (при расстояниях до 13 м точность измерения отвязочных углов составит $\pm 10''$).

При этом средняя квадратическая ошибка определяемого пункта, то есть восстановления временного центра 2 по отношению к настенным пунктам I, II, III, составит:

$$M_2 = \pm 1,7 \text{ мм.}$$

Абсолютная ошибка определения временного центра 2 при проложении полигонометрических ходов, учитывая только точность измерения углов и линий между смежными пунктами (в данном примере из пунктов I, 3 на пункт 2) без учета прочих факторов может достигать:

Для полигонометрии 1 : 25 000, со средней длиной стороны 400 м — ± 16 мм;
 » 1 : 10 000 » 200 м — ± 20 мм;
 » 1 : 5 000 » 150 м — ± 30 мм;

Очевидно, что вычисленной выше погрешностью $M_2 = \pm 1,7$ мм можно пренебречь при дальнейшем развитии полигонометрических ходов любой точности, необходимо только выдерживать точность измерения углов $\pm 10''$ и абсолютную погрешность измерения линий (при отвязке от настенных знаков) ± 1 мм.

Все приведенные расчеты допустимых величин ошибок измерения углов мы произвели, исходя из величин средних квадратических ошибок.

Если исходить из величины предельной ошибки, применяемой на практике (учитывая ограниченное число измерений) $\Delta_{\text{пред.}} \leq 2m$, то при принятом расстоянии от временного центра до настенного знака 2—8 м, при измерении углов для передачи координат с временных центров на настенные знаки с точностью $\pm 10''$ обеспечивается точность определения координат настенных знаков по отношению к временному центру $\pm 1,4$ мм.

Так же и при примыкании к настенным знакам полигонометрии (на расстоянии до 8 м от настенного знака до временного центра) при измерении отвязочных углов β и γ с точностью $\pm 10''$ обеспечивается определение координат временного центра с точностью ± 2 мм.

Работа поступила 25 апреля 1971 года.
 Рекомендована Государственным союзным проектным институтом «Гипрогаз».