

О ЮСТИРОВКЕ КАРДАНОВ СТЕРЕОПРОЕКТОРА И СТЕРЕОГРАФА

При юстировке карданов проектирующей системы механических универсальных стереоприборов добиваются, чтобы первая и вторая оси кардана и ось проектирующего рычага пересекались в одной точке. В стереопроекторе, как и в стереографе, оба проектирующих рычага движутся в трех карданах. Допуски на юстировку каждого из карданов проектирующей камеры различные, хотя практически часто юстируют карданы с одинаковой, обычно максимальной, точностью. Это приводит к излишним затратам труда и рабочего времени.

Приведем допуски на юстировку карданов проектирующих систем СПР и СД, а также сделаем некоторые выводы об оптимальном для точности прибора расположении первичных осей карданов.

В работах [1, 2] указаны формулы, по которым после преобразования можно вычислить величины искажений создаваемой на приборе геометрической модели, вызванные первичными ошибками в карданах проектирующей системы стереоприбора. На величину искажения измеряемой модели, кроме величин первичных ошибок карданов, влияет положение, занимаемое проектирующим рычагом, которое выражается через координаты модели X, Y, Z или снимка x, y, z и F . Когда первая ось кардана базисного устройства направлена вдоль оси X прибора, формулы искажений имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \Delta X &= \delta_x \left(\frac{\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}}{\sqrt{Y^2 + Z^2}} - 1 \right) + \delta_y \frac{XY}{Z\sqrt{Y^2 + Z^2}} + \delta_z \frac{X}{\sqrt{Y^2 + Z^2}}, \\ \Delta Y &= \delta_y \left(\frac{\sqrt{Y^2 + Z^2}}{Z} - 1 \right), \end{aligned} \quad (1)$$

где X, Y, Z — координаты измеряемой точки модели; F — фокус прибора; $\delta_x, \delta_y, \delta_z$ — первичные ошибки кардана.

Если разместить кардан так, чтобы его первая ось была параллельна оси Y прибора, то формулы искажений запишутся:

$$\begin{aligned} \Delta X &= \delta_x \left(\frac{\sqrt{X^2 + Z^2}}{Z} - 1 \right), \\ \Delta Y &= \delta_x \frac{XY}{Z\sqrt{X^2 + Z^2}} + \delta_y \left(\frac{\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}}{\sqrt{X^2 + Z^2}} - 1 \right) + \delta_z \frac{Y}{\sqrt{X^2 + Z^2}}. \end{aligned} \quad (2)$$

Ошибки в координаты модели вносятся карданами базисного устройства с коэффициентом 1, то есть искажение модели, вызванное ошибками в этих карданах, вычисляется непосредственно по формулам (1) или (2).

Из-за погрешностей в кардане центра проектирования ошибки в координаты измеряемой модели вводятся с коэффициентами $\frac{Z+F}{F}$ или $\frac{Z-F}{F}$, соответственно при негативном или позитивном расположении картинной плоскости.

Ошибки в положении кардана, связанного с кареткой аэроснимка, вносятся в координаты измеряемой модели с коэффициентом $-\frac{Z}{F}$ при негативном расположении каретки аэроснимка и с коэффициентом $\frac{Z}{F}$ — при позитивном ее расположении.

Таким образом, координаты измеряемой на приборе геометрической модели искажаются ошибками шести карданов, то есть их 18 первичными ошибками.

В стереопроекторе первые оси в карданах базисного устройства направлены вдоль оси X прибора, а в четырех других карданах — вдоль оси Y . Формулы искажения измеряемой модели для одной камеры СПР имеют вид:

$$\begin{aligned} \Delta X = & \delta_{x_1} \left(\frac{R_3}{R_2} - 1 \right) + \delta_{x_2} \frac{Z+F}{F} \left(\frac{R_1}{Z} - 1 \right) - \delta_{x_3} \frac{Z}{F} \left(\frac{R_1}{Z} - 1 \right) + \\ & + \delta_{y_1} \frac{XY}{ZR_2} + \delta_{z_1} \frac{X}{R_2}; \\ \Delta Y = & \delta_{x_1} \frac{Z+F}{F} \frac{XY}{ZR_1} - \delta_{x_2} \frac{Z}{F} \frac{XY}{ZR_1} + \delta_{y_1} \left(\frac{R_2}{Z} - 1 \right) + \delta_{y_2} \frac{Z+F}{F} \left(\frac{R_2}{R_1} - 1 \right) - \\ & - \delta_{y_3} \frac{Z}{F} \left(\frac{R_3}{R_1} - 1 \right) + \delta_{z_2} \frac{Z+F}{F} \frac{Y}{R_1} - \delta_{z_3} \frac{ZY}{FR_1}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\sqrt{X^2 + Z^2} = R_1$; $\sqrt{Y^2 + Z^2} = R_2$; $\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} = R_3$. Индексами 1, 2, 3 обозначены соответственно первичные ошибки в карданах базисного устройства, центра проектирования и каретки аэроснимков.

Согласно формулам (3) в каждой камере СПР вдоль оси X действуют пять ошибок карданов, а вдоль оси Y — семь. Приняв допустимую точность измерения координат X и Y для одной камеры стереопроектора 0,01 мм, получим допустимые погрешности, вносимые одной первичной ошибкой кардана: $\Delta X_g = 0,0045$ мм, $\Delta Y_g = 0,0038$ мм. Используя принцип равного влияния и независимость первичных ошибок карданов, можно рассчитать для максимального угла засечки, при котором первичные ошибки карданов имеют наибольшее влияние на измеряемую модель, допуски на юстировку карданов СПР.

При $X=Y=180$ мм, $Z=390$ мм, $F=190$ мм эти допуски таковы: для кардана базисного устройства $\delta_x = 54$ мк, $\delta_y = 23$ мк, $\delta_z = 11$ мк; для кардана центра проекции соответственно 7, 15 и 3 мк и для кардана каретки аэроснимка 10, 23 и 5 мк.

По искажению координаты допуски рассчитаны только для первичных ошибок δ_{x_1} и δ_{y_1} кардана базисного устройства. Допустимую ошибку искажения координаты X одной первичной ошибкой кардана можно было бы взять в $\sqrt{2}$ раза больше, так как ошибки карданов действуют пропорционально углу наклона проектирующего рычага, а вдоль оси X оба проектирующих рычага одновременно на максимальный угол не наклоняются. Поскольку допуски для δ_{x_1} и δ_{y_1} нижнего кардана самые большие, то они оставлены без изменения.

В стереографе карданы базисного устройства представляют собой шаровые опоры, на которые цилиндрическим отверстием надеваются проектирующие рычаги. При высокоточном изготовлении шаровой опоры и рычага ошибки искажения модели таким карданом незначительны, так как они не зависят от угла засечки и их действием на измеряемую модель можно пренебречь.

Первые оси верхнего и среднего карданов СД направлены вдоль оси X прибора. Формулы искажения модели ошибками карданов одной камеры стереографа имеют вид:

$$\begin{aligned} \Delta X &= \delta_{x_1} \frac{(Z-F)}{F} \left(\frac{R_3}{R_2} - 1 \right) + \delta_{y_1} \frac{(Z-F)}{F} \frac{XY}{ZR_2} + \delta_{z_1} \frac{(Z-F)}{F} \frac{X}{R_2} + \\ &+ \delta_{x_2} \frac{Z}{F} \left(\frac{R_3}{R_2} - 1 \right) + \delta_{y_2} \frac{ZP_3}{R_2 F} + \delta_{z_2} \frac{ZX}{FR_2}, \\ \Delta Y &= \delta_{y_1} \left(\frac{R_2}{Z} - 1 \right) \frac{(Z-F)}{F} + \delta_{y_2} \left(\frac{R_2}{Z} - 1 \right) \frac{Z}{F}. \end{aligned} \quad (4)$$

Максимальные искажения модели, как видно из формул (4), возникают вдоль координаты X . Но мы уже упоминали, что вдоль оси X на предельный угол может наклоняться только один из проектирующих рычагов, в то время как другой будет примерно отвесным и первичные ошибки его карданов не будут искажать модель. Такое расположение карданов выгоднее, чем в стереопроекторе, где верхний и средний карданы направлены вдоль оси Y .

Если точность измерения координат X и Y для одной камеры стереографа взять 0,01 мм, то допустимые погрешности, вносимые одной первичной ошибкой кардана, будут $\Delta Y_g = 0,0071$ мм, $\Delta X_g = 0,0041$ мм. Рассчитанные с использованием формул (4) допуски на юстировку карданов СД приведены ниже. В расчетах приняты значения, при которых ошибки карданов максимально искажают модель $X=Y=120$ мм, $F=130$ мм, $Z=190$ мм.

Для кардана каретки аэроснимка $\delta_{x_1} = 22$ мк, $\delta_{y_1} = 8$ мк и $\delta_{z_1} = 5$ мк; для кардана центра проекции соответственно 66, 26 и 17 мк.

В стереографе предельный угол наклона проектирующего рычага больше, чем в стереопроекторе, и это при негативном расположении предметной и картинной плоскостей потребовало бы значительно меньших допусков для кардана центра проектирования, чем мы привели.

Если верхние карданы СД расположить так, чтобы первые оси их были параллельны оси Y прибора, что конструктивно нетрудно выполнить, то формулы искажения измеряемой на приборе модели примут вид:

$$\begin{aligned} \Delta X &= \delta_{x_1} \frac{Z-F}{F} \left(\frac{R_1}{Z} - 1 \right) + \frac{Z}{F} \left[\delta_{x_2} \left(\frac{R_3}{R_2} - 1 \right) + \delta_{y_2} \frac{XY}{ZR_2} + \delta_{z_2} \frac{Y}{R_2} \right], \\ \Delta Y &= \left[\delta_{x_1} \frac{XY}{ZR_1} + \delta_{y_1} \left(\frac{R_3}{R_1} - 1 \right) + \delta_{z_1} \frac{Y}{R_1} \right] \frac{Z-F}{F} + \delta_{y_2} \left(\frac{R_2}{Z} - 1 \right) \frac{Z}{F}. \end{aligned} \quad (5)$$

Формулы (5) выражают искажения модели, вызванные ошибками юстировки карданов, когда первые оси карданов, заменяющие центры проектирования, направлены вдоль оси Y прибора.

Рассчитанные для тех же значений, что и при обычном расположении карданов, эти допуски таковы: для кардана каретки аэроснимка $\delta_{x_1} = 26$ мк, $\delta_{y_1} = 10$ мк, $\delta_{z_1} = 6$ мк; для кардана центра проекции соответственно 81, 32 и 20 мк.

Сравнение допусков на юстировку карданов СД с приведенными показывает, что при расположении верхних карданов СД, когда первая ось параллельна оси Y прибора, допуски на юстировку карданов увеличиваются, то есть искажения измеряемой на приборе модели, вызванные первичными ошибками карданов, уменьшаются.

Следует заметить, что в отличие от уравнений (4), система уравнений (5) решается. В уравнениях (4) имеется пропорциональность между коэффициентами, которая указывает на зависимость ошибок обоих карданов. Коэффициенты же уравнений (5) независимы. По известным координатам трех или больше точек измеренной на приборе геометрической модели из решения системы (5) можно найти первичные ошибки карданов.

При размещении средних карданов СД первой осью параллельно оси Y прибора, а верхних — вдоль оси X допуски существенно не отличаются от допусков, когда верхний кардан повернут первой осью вдоль оси прибора.

Из сказанного и приведенных расчетов можно сделать следующие выводы:

1. Допуски на юстировку каждого из трех карданов стереопроектора и стереографа существенно различаются. Наиболее грубо можно юстировать карданы базисного устройства. В СПР наименьшие допуски на юстировку средних карданов, заменяющих центр проекции, а с СД — карданов, связанных с кареткой аэроснимка. Допустимая ошибка δ_z , которая является следствием пересечения первой и второй осей в указанных выше карданах, составляет соответственно 3 и 5 мк. Следует еще раз подчеркнуть, что в расчетах принимались самые неблагоприятные для точности прибора условия засечки.

2. Для повышения точности прибора выгоднее размещать карданы первой осью вдоль оси X прибора.

3. При позитивном расположении каретки аэроснимка уменьшается степень влияния ошибок кардана, заменяющего центр проектирования.

4. Если в стереографе верхние или средние карданы разместить так, чтобы их первые оси были параллельны оси Y прибора, то появляется возможность выполнять аналитическую юстировку карданов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Васильев Л. Н. Расчет допусков на юстировку карданов в фотограмметрических приборах. — «Геодезия и картография», 1964, № 9.
2. Hothmer F. Errors in Gimbal Axes. Photogrammetria 1955—1956, 12, № 4.

Работа поступила в редколлегия 25 октября 1973 года. Рекомендована кафедрой аэрофотогеодезии Львовского политехнического института.