

МЕТОДИ РЕГІОНАЛЬНОГО ПРОСТОРОВО-ЧАСОВОГО МОДЕЛЮВАННЯ ГЕОМАГНІТНОГО ПОЛЯ

Розглянуто найбільш уживані методи регіонального просторово-часового моделювання геомагнітного поля. Відзначено головні переваги та недоліки кожного методу та, відповідно, межі їхнього застосування.

Ключові слова: геомагнітне поле; просторово-часове моделювання; поліноміальні моделі; сферично-гармонічний аналіз; кеп-сферично-гармонічний аналіз; метод природних ортогональних складових.

Регіональні моделі геомагнітного поля призначені для представлення магнітного поля Землі на обмеженій ділянці земної поверхні. Деколи регіональну модель поля доповнюють моделлю вікових варіацій, яка описує повільні (з періодами від місяців до років) зміни поля, викликані процесами у рідкому зовнішньому ядрі. Швидшими змінами поля (з періодом від секунд до діб), викликаними процесами в магнітосфері та іоносфері, або спричиненими індукційними струмами в корі та мантиї, нехтують, або їх усувають шляхом обробки даних перед моделюванням. Також, у будь-яких даних вимірювання поля, виконаних на земній поверхні, міститься вплив намагніченості кристалічних гірських порід. Корове поле, спричинене індукційною та залишковою намагніченістю, відносно постійне в часі і, також, входить у модель поля. Однак, хоча корове поле і постійне в часі, воно може швидко змінюватись у просторі. Тому глобальні моделі геомагнітного поля, побудовані на підставі даних з усієї Земної кулі, не завжди добре відображають особливості поля в регіональному масштабі. Оскільки, існують випадки, наприклад у навігації, коли потрібне точне представлення поля у точці спостереження, то постає питання побудови моделі поля, яка би добре описувала його просторово-часові особливості на заданій території.

Набір даних для аналізу може бути різноманітним: дані спостережень обсерваторій та станцій вікового ходу, магнітні знімання, як наземні так і аеромагнітні на висоті 4–5 км, а також, останнім часом стали доступними супутникові вимірювання, на висотах 300 км і вище. Причому, багато дослідників намагаються об'єднати дані від різних вимірювань, з метою дістати якомога щільніше і рівномірніше покриття досліджуваного регіону.

Існують різні способи регіонального моделювання геомагнітного поля [Haines, 1990; De Santis et al., 1990]. Серед аналітичних методів просторового моделювання геомагнітного поля найчастіше використовують поліноміальні моделі (ПМ) та представлення у вигляді розкладів у ряди, такі як сферично-гармонічний аналіз (СГА), прямокутний гармонічний аналіз (ПГА) і сферичний кеп-гармонічний аналіз (СКГА).

Першою і найпростішою з них було представлення окремих елементів поля у вигляді поверх-

невих поліномів, тобто поліномів, залежних тільки від колатитуди θ і довготи λ , але не залежних від радіальної змінної r . Наприклад, будь-яку складову поля $F(\theta, \lambda)$ можна виразити як [Haines, 1990]:

$$F(\theta, \lambda) = \sum_{p=0}^N \sum_{q=0}^M a_{pq} \theta^p \lambda^q. \quad (1)$$

Аналогічно можна представити поле вікових варіацій [Максимчук та ін., 2001].

Перевагою цього методу є простота обчислень і можливість розрахувати поле у будь-якій точці на досліджуваній території. Серед недоліків в першу чергу слід відзначити, що ця модель повністю нехтує накладанням фізичних умов для поля, коли в області без джерел воно має бути від'ємним градієнтом певного скалярного потенціалу, який є розв'язком рівняння Лапласа. А також, побудовані поверхневі поліноми не залежать від радіальної змінної, що не дає змогу включити в цю модель дані з різних висот, або продовжити отримані результати по альтитуді.

Важливим моментом у цьому методі є вибір степенів поліному, який здійснюють накладанням умови мінімальності середньоквадратичного відхилення розрахованих значень від спостережених. Наприклад, у Європі поле вікових варіацій [Максимчук та ін., 2001] може бути представлено поліномом по довготі не вище 3-ї степені і по широті – не вище 2-ої.

Іншим способом аналітичного представлення регіонального поля є застосування звичайного сферично-гармонічного аналізу (СГА) до регіональних даних [De Santis, 1997]. Це можна зробити або шляхом врахування тільки даних по регіону, або шляхом заповнення якимись даними, наприклад з глобальної моделі, поверхні земної кулі поза межами області досліджень. У першому випадку базові функції розкладу СГА стають не ортогональними на області моделювання, в результаті чого виникає числова нестабільність розв'язку такої моделі. У другому – виникає відхилення кінцевої моделі від спостережуваної картини, і, крім того, процедура обчислень стає складнішою.

Зважаючи на зазначені труднощі, природно, що дослідники, які проводили регіональне моде-

лювання, намагалися побудувати і використати базові функції, що відповідають самому регіону.

Прямокутний гармонічний аналіз (ПГА), розроблений Олдріджем у 1981 р., є одним із методів регіонального моделювання поля [Alldridge, 1981; Haines, 1990]. В цьому методі будується розв'язок рівняння Лапласа у декартовій системі координат у вигляді подвійного ряду Фур'є синусів і косинусів, помножених на експоненту від z .

Оскільки це прямокутний розв'язок сферичної задачі, методика може бути застосована тільки на обмеженій ділянці — максимум до декількох тисяч кілометрів по кожній зі сторін прямокутника. Але на цій ділянці метод може бути досить ефективним у відображенні короткохвильової частини спектру.

Друга проблема — базові функції є періодичними і дають розклад, який не збігається, для довільної функції, неперіодичної на заданому інтервалі.

Гейнс у 1985 р. [Haines, 1985] побудував розв'язок рівняння Лапласа на поверхні сферичного ковпака. Він отримав розклад для потенціалу V і для його від'ємного градієнту, магнітного поля, прямо у сферичних координатах:

$$V = a \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^k \left(\frac{a}{r} \right)^{n_k(m)+1} \cdot$$

$$P_{n_k(m)}^m(\cos\theta) \{g_k^m \cos(m\lambda) + h_k^m \sin(m\lambda)\}, (2)$$

$$\mathbf{B} = -\nabla V. (3)$$

де степінь приєднаних функцій Лежандра є дійсним, а не цілим, як у випадку глобального SHA.

Базові функції, на відміну від ПГА, побудовані так, що дають однозначно збіжний ряд для магнітного поля \mathbf{B} . Отже, поле може бути продовжене, або екстрапольоване, на малу відстань за межі області даних без суттєвих помилок. Але тепер базові функції є не повністю ортогональними. Маємо два ряди базових функцій: один з парним значенням різниці $k-m$, другий — з непарним. В межах кожного ряду базові функції є ортогональними, однак, функції з різних рядів — ні.

Максимальний степінь сферичної кеп-гармонічної моделі (СКГА), обірваної на заданій кількості коефіцієнтів моделі, є функцією половини кута сферичного ковпака, і вищий за степінь сферично-гармонічної моделі з такою ж кількістю коефіцієнтів. Іншою перевагою СКГА є те, що тут врахована залежність від радіальної змінної, і до моделювання можуть бути залучені дані з різними альтитудами (наприклад дані супутникових спостережень).

Обмеження якості СГА та СКГА у моделювання магнітного поля Землі пов'язані з точністю спостережень, густиною мережі вимірювань, а також, з використанням обірваних рядів сферичних гармонік. Значення коефіцієнтів розкладу, які шукають методом найменших квадратів, залежа-

тимуть від порядку гармоніки, на якій здійснюється обрив ряду.

Зрозуміло, що через варіації геомагнітного поля актуальним є питання моделювання змін поля з часом. Існує декілька способів вирішення цього завдання. Найбільш простим методом є апроксимація часових змін коефіцієнтів розкладу у методах СГА або СКГА поліномами третього або четвертого порядку [Максимчук та ін., 2001; De Santis, 1997].

Вибір показника степеня поліному також ґрунтується на мінімальності середньоквадратичної похибки.

Оскільки спостережувані часові зміни магнітного поля Землі є результатом накладання процесів з різними періодами, то для кращої апроксимації деколи вибирають кубічні B -сплайни [Korte, Holme, 2003; Verbanac G. et al., 2009]. Це криві, складені з відрізків різних кубічних поліномів, і з'єднані у вузлових точках.

Краща апроксимація потребує більшої кількості вузлових точок. За допомогою сплайнів можна отримати достатньо гладке наближення спостережуваних вікових варіацій.

Серед аналітичних методів моделювання окрему групу займають методи, які ґрунтуються на засадах математичної статистики. Прикладом може слугувати метод природних ортогональних складових (ПОС) [Burdelnaya I. A. et al., 1999; Головкин и др., 2009]. Він є одразу дає просторово-часове представлення геомагнітного поля і працює з функціями, заданими не аналітично, а чисельно, тобто у матричному вигляді. Наприклад, під час аналізу часових рядів обсерваторних даних стрічка такої матриці буде відображати зміни в часі будь-якої компоненти геомагнітного поля на одній з обсерваторій, а інші стрічки відповідатимуть іншим обсерваторіям.

В основі методу ПОС лежить припущення, що поля, обумовлені різними процесами, які протікають у різних середовищах, повинні мати різні часові та просторові характеристики. Отже, просторові структури полів від різних джерел та їхній часовий хід не повинні корелювати між собою.

Отже, деяку функцію $H(x,t)$, задану в скінченній кількості точок $x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_n$ і у моменти часу $t_1, t_2, \dots, t_i, \dots, t_m$, можна представити у вигляді розкладу:

$$H_{ij} = \sum_{k=1}^K T_{ki} S_{kj}, (4)$$

де K — кількість членів розкладу, тобто природних ортогональних складових, S_{kj} — задає просторову структуру функції $H(x,t)$, а T_{ki} — часову.

Аналіз за методом ПОС, зазвичай проводять у два етапи. На першому етапі моделюють просторову структуру поля за допомогою одного з описаних вище методів, а потім шукають часові складові T_{ki} . За знайденими матричними представленнями можна побудувати відповідні карти ізоліній.

Отже, у підсумку можна зазначити, що жоден з існуючих методів просторово-часового моделювання геомагнітного поля не є універсальним і кожен з них має свої межі застосування. Вибір того чи іншого методу має ґрунтуватись та об'ємі та точності масиву даних, на можливостях обчислювальної техніки та на точності і детальності очікуваного результату.

Література

Головков В.П., Зверева Т.И., Чернова Т.А. Построение пространственно-временной модели главного геомагнитного поля по спутниковым данным // Геомагнетизм и аэрономия. – 2009. – Т. 49, № 1. – С. 133-141.
 Максимчук В.Ю., Городиський Ю.М., Кузнецова В.Г. Динаміка аномального магнітного поля Землі. – Львів: Євросвіт, 2001. – 308 с.
 Allredge L.R. Rectangular harmonic analysis applied to the geomagnetic field // J. Geophys. Res. – 1981. – Vol. 86. – P. 3021-3026.
 Burdelnaya I. A., Filippov S.V., Golovkov V.P., Fujiwara S., Tanabe T., Nishi S., Kaidzu M., Matsuzaka S. Regional orthogonal models of the

geomagnetic field changes over the Far East // Earth Planets Space. – 1999. – Vol. 51. P. 287-296.
 De Santis A., Batteli O., Kerridge D.J. Spherical Cap Harmonic Analysis Applied to Regional Field Modelling for Italy // J. Geomag. Geoelectr. – 1990. – Vol. 42. – P. 1019-1036.
 De Santis A., Falcone C., Torta J.M. SHA vs. SCHA for Modelling Secular Variation in a Small Region Such as Italy // J. Geomag. Geoelectr. – 1997. – Vol. 49. – P. 359-371.
 Haines G.V. Spherical Cap Harmonic Analysis // J. Geophys. Res. – 1985. – Vol. 90. – P. 2583-2591.
 Haines G.V. Regional Magnetic Field Modelling: A Review // J. Geomag. Geoelectr. – 1990. – Vol. 42. – P. 1001-1018.
 Korte M., Holme R., Regularization of spherical cap harmonics // Geophys. J. Int. – 2003. – Vol. 153. – P. 253-262.
 Verbanac G., Korte M., Manda M. Four decades of European geomagnetic secular variation and acceleration // Annals of Geophysics. – 2009. – Vol. 52. – P. 487-503.

МЕТОДЫ РЕГИОНАЛЬНОГО ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ГЕОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

О.Н. Павлюк

Рассмотрены наиболее распространённые методы пространственно-временного моделирования геомагнитного поля. Отмечены главные преимущества и недостатки каждого метода и, соответственно, границы их применения.

Ключевые слова: геомагнитное поле, пространственно-временное моделирование; полиномиальные модели; сферически-гармонический анализ; кап-сферически-гармонический анализ; метод естественных ортогональных составляющих.

THE TECHNIQUES OF REGIONAL SPATIAL-TEMPORAL MODELING OF THE GEOMAGNETIC FIELD

O. Pavlyuk

The techniques commonly used in regional spatial-temporal modeling of the geomagnetic field have been considered. The main advantages and drawbacks of each method and the appropriate limits for them has been emphasized.

Key words: geomagnetic field; spatial-temporal modeling, polynomial models; spherical-harmonic analysis; cap- spherical-harmonic analysis; natural orthogonal components method.

Львівський національний університет імені Івана Франка, м. Львів