

В. И. КИБАЛЬНИКОВ

К ВОПРОСУ ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ РАССТОЯНИЙ И ВЫСОТ ТОЧЕК ПО ОДИНОЧНЫМ ФОТОТЕОДОЛИТНЫМ СНИМКАМ

Рассмотрим измерительные свойства одиночных фототеодолитных снимков с целью определения по их фотографическому изображению расстояний и высот одиночных точек. Такое решение задачи имеет как методологическое, так и практическое значение.

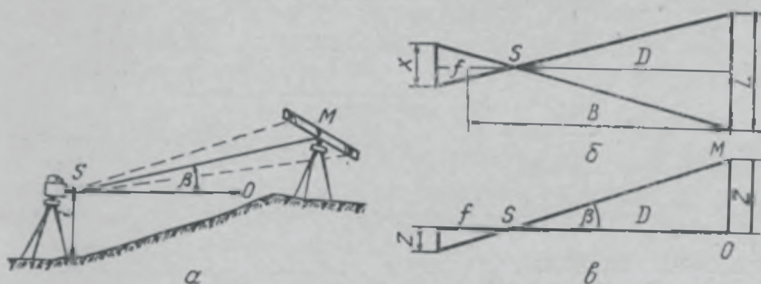


Рис. 1.

С практической точки зрения проанализируем возможности использования одиночных снимков для определения длин и уклонов базисов при производстве наземной стереофотограмметрической съемки.

Сущность предлагаемого метода определения расстояний и высот точек сводится к измерению на компараторе фотографического изображения базисной рейки, установленной перпендикулярно измеряемому базису и сфотографированной нормально установленным фототеодолитом с другого конца базиса (рис. 1, а).

Из рисунка 1, б следует, что

$$D = \frac{Lf}{x} \quad (1)$$

Соответственно длина фотосъемочного базиса определяется из выражения

$$B = D + 0,5f \quad (2)$$

где D — расстояние от центра проекции S до точки M ;

L — длина вспомогательного базиса (в нашем случае длина горизонтальной инвариантной рейки);

x — монокулярно измеренное расстояние на фотопластинке между изображениями марочек вспомогательного базиса;

f — фокусное расстояние фотокамеры.

В соответствии с рис. 1, *в* следует, что

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{z}{f}, \quad (3)$$

где β — вертикальный угол между главным направлением SO и прямой SM ;

z — значение аппликаты, измеренное на фотопластинке.

Превышение Z точки M на местности относительно узловой точки объектива S определяется по формуле

$$Z = D \frac{z}{f} \quad (4)$$

или

$$Z = z \frac{L}{x}. \quad (4')$$

Рассчитаем отдельно ожидаемые ошибки измерения расстояний D , ошибки определения углов β и превышений Z .

Относительная ошибка $\frac{m_D}{D}$ находится из равенства

$$\frac{m_D}{D} = \pm \sqrt{\frac{m_f^2}{f^2} + \frac{m_L^2}{L^2} + \frac{D^2}{L^2 f^2} m_x^2}, \quad (5)$$

полученного после дифференцирования формулы (1) и некоторых преобразований.

Рассмотрим величину влияния каждого члена равенства (5) на точность определения расстояний.

Известно, что ошибка определения фокусного расстояния фотокамеры составляет $\pm (0,01-0,02)$ мм, тогда

$$\frac{m_f}{f} = \frac{0,02}{200} = \frac{1}{10000}.$$

Длина инварной рейки может быть определена с точностью до $\pm 0,2$ мм, следовательно, при $L=3$ м,

$$\frac{m_L}{L} = \frac{1}{15000}.$$

В худшем случае, когда вспомогательный базис большой длины измеряется рулеткой, относительная ошибка $\frac{m_L}{L}$ может быть принята порядка $\frac{1}{4000}$.

Таким образом для приближенных расчетов ожидаемой ошибки определения расстояний D можно воспользоваться сокращенной формулой

$$\frac{m_D}{D} = \frac{D m_x}{L f}. \quad (6)$$

Допустим, что $m_x = \pm 0,005 \text{ мм}^*$, $L = 3 \text{ м}$, $f = 200 \text{ мм}$ тогда —

$$\frac{m_D}{D} = \frac{0,005 \cdot D}{3 \cdot 200} = \frac{D}{120000}$$

при $D = 100 \text{ м}$

$$\frac{m_D}{D} = \frac{1}{1200}$$

На основании функциональной зависимости (6) можно рассчитать требуемую длину вспомогательного базиса L при заданной точности измерения

$$L = \frac{DD}{m_D f} m_x.$$

Пусть $\frac{m_D}{D} = \frac{1}{2000}$, тогда при $m_x = 0,005 \text{ мм}$ и $f = 200 \text{ мм}$ получим, что

$$L = \frac{D}{20}.$$

Следовательно, длина вспомогательного базиса при относительной ошибке $\frac{1}{2000}$ должна быть порядка $\frac{1}{20}$ измеряемого расстояния, а при

$\frac{m_D}{D} = \frac{1}{1000}$ величина вспомогательного базиса L может быть уменьшена до $\frac{1}{40} D$.

Рассмотрим теперь ожидаемую ошибку определения вертикального угла β по фототеодолитным снимкам.

Дифференцируя равенство (3), получим

$$\frac{d\beta}{\cos^2 \beta} = \frac{dz}{f} - \frac{zdf}{f^2}$$

или

$$m_\beta = \pm \sqrt{\left(\frac{m_z^2}{f^2} \cos^4 \beta + \frac{z^2 m_f^2}{f^4} \cos^4 \beta \right) \rho^2}. \quad (8)$$

Учитывая, что в выражении (8) величина второго члена значительно меньше величины первого, вторым слагаемым можно пренебречь, тогда

$$m_\beta = \pm \frac{m_z}{f} \cos^2 \beta \cdot \rho. \quad (9)$$

По формуле (9) рассчитаем ожидаемую ошибку определения вертикальных углов β ; принимая, что $m_z = 0,02 \text{ мм}^{**}$, $f = 200 \text{ мм}$, и $\cos \beta = 0,978$ получим:

$$m_\beta = 20''.$$

* Величина $m_x = 0,005$ получена из многочисленных экспериментальных исследований как среднее значение из пяти приемов измерений фотоизображений реек с помощью параллактического винта на стереокомпараторах «ЦЕЙСС ГДР» и СК-3.

** Сравнительно низкая точность измерения аппликаты z по негативам объясняется грубостью определения места нуля z из-за нечеткого изображения координатных меток и нерезкого изображения верхней грани визирных марок или реек.

Таким образом, предвычисленная средняя квадратическая ошибка измерения углов составляет $20''$. Однако, если учесть ошибки, вызванные влиянием рефракции, и случайные ошибки отклонения уровня, то ожидаемая ошибка измерения угла β может быть увеличена в 1,5—2 раза, то есть до 30 — $40''$.

Теперь рассчитаем ожидаемую ошибку определения превышений Z . Для этого продифференцируем равенство (4) по переменным z и D , считая, что $f = \text{const}$.

$$dZ = \frac{Ddz}{f} + \frac{zD}{f}$$

или

$$m_z = \pm \sqrt{\left(\frac{Dm_z}{f}\right)^2 + \left(\frac{zm_D}{f}\right)^2}. \quad (10)$$

Принимая, что $D = 100$ м, $m_z = 0,02$ мм, $m_D = 5$ см, $z = 60$ мм и подставляя эти значения в равенство (10), получим

$$m_z = \pm 1,8 \text{ см.}$$

Для неблагоприятных условий m_z может быть увеличено до 3 см. Соответственно предельные значения $\delta_{\text{преж}}$ будут равны 3 и 6 см. При длине стороны $D = 400$ м, $m_D = 20$ см, $f = 200$ мм, $z = 60$ мм

$$m_z = \pm 7,2 \text{ см}$$

и

$$\delta_{\text{преж}} \approx 14,5 \text{ см.}$$

Для хода, состоящего из n числа сторон (при средней длине стороны равной 100 м), допустимая невязка в конце хода будет составлять в первом случае $3\sqrt{n}$ и во втором случае $6\sqrt{n}$, т. е. расчетная точность фототеодолитного нивелирования соответствует предельным допустимым ошибкам геодезического нивелирования.

Вычисление высот точек хода выполняется по формуле

$$H_b = H_a + \frac{Lz}{x} + i - v + r, \quad (11)$$

где i — высота узловой точки фотокамеры относительно исходной точки местности;

v — высота визирной марки (рейки) над земной поверхностью;

r — поправка за кривизну Земли и рефракцию.

Формула (11) применима при нивелировании вперед, а при нивелировании из середины она примет следующий вид:

$$H_2 - H_1 = \frac{L_2 z_2}{x_2} - \frac{L_1 z_1}{x_1} - (v_2 - v_1) + (r_2 - r_1). \quad (12)$$

Если расстояния D определяются по вертикально стоящей рейке, то, согласно рис. 2,

$$Z = \frac{zD}{f},$$

но $D = \frac{L_z}{\Delta z} f$, следовательно,

$$Z = \frac{L_z}{\Delta z} z \quad (13)$$

и формула (II) запишется в таком виде:

$$H_b = H_a + \frac{L_z}{\Delta z} z + i - v + r. \quad (14)$$

Для проверки теоретических расчетов нами были выполнены полевые исследования в районе учебного полигона. Высотный теодолитный ход был проложен по точкам полигонометрического хода с геометрическим нивелированием III класса.

Фотосъемка выполнялась фототеодолитом «Геодезия» с $f \approx 193$ мм по двухштативной системе. В качестве базиса фотографирования для сторон до 150 м использовалась трехметровая горизонтальная инвариантная рейка, а для более длинных сторон в створе с горизонтальной рейкой разбивался вспомогательный базис с установкой, на его концах вех или визирных марок. При этом стремились, чтобы $L = \frac{D}{20}$. Длина вспомогательного базиса измерялась стальной рулеткой.

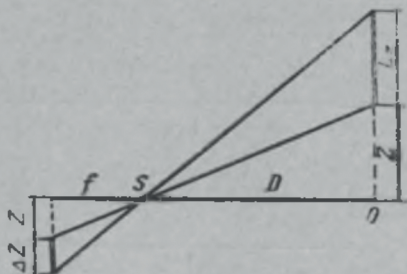


Рис. 2.

В залесенных участках с узкими просеками использовался вертикальный базис.

В качестве вертикального базиса служила четырехметровая нивелирная рейка, устанавливаемая на головке штатива.

Полевые работы выполнялись в пасмурную погоду при сплошной или почти сплошной облачности, следовательно, при незначительном влиянии рефракции. С другой стороны, недостаточная освещенность и атмосферная дымка снизили яркость изображения объектов съемки, а отсюда и точность измерения снимков.

Фототеодолитные снимки (негативы) измерялись монокулярно на стереокомпараторе «Цейсс ГДР» 18×18 двумя исполнителями — автором статьи и студентом-дипломником А. Федорцевым.

Апликаты z , а также отрезки x и Δz измерялись каждым наблюдателем пятью приемами.

Результаты исследований сведены в таблицу.

Анализируя результаты, приведенные в таблице, нетрудно заметить, что полученные значения $\frac{\Delta D}{D}$ и Δh оказались несколько точнее расчетных величин, что и следовало ожидать, так как в нашем случае все измерения были выполнены двумя исполнителями.

ВЫВОДЫ

1. Фотограмметрический метод определения расстояний по одиночным фототеодолитным снимкам обеспечивает точность порядка $\frac{1}{2000}$.

2. Определение превышений или высот точек по одиночным снимкам приравнивается по своей точности к геодезическому нивелированию.

Результаты исследований фототеодолитных снимков

№ хода	№ точек	$D_{\text{геол}}$	$D_{\text{фотогр}}$	ΔD	$\frac{\Delta D}{D}$	$\frac{\Delta D}{D}_{\text{теор}}$	$H_{\text{геол}}$	$H_{\text{фотогр}}$	$h_{\text{геол}}$	$Z_{\text{фотогр}}$	Δh	m_z
I	XVII	544.446	544.228	-0,218	$\frac{1}{2497}$	$\frac{1}{2000}$	241.813	241.81	+5,324	+5,27	-0,06	0,09
	XVIII						247.137	247.08				
	65	479.790	479.919	+0,129	$\frac{1}{3719}$	$\frac{1}{2000}$	249.462	249.43	+2,325	+2,35	+0,02	0,08
	65 ^a	297.450	297.557	+0,107	$\frac{1}{2779}$	$\frac{1}{2000}$	248.476	248.41	-0,986	-1,02	-0,04	0,05
	84	206.720	206.785	+0,065	$\frac{1}{3180}$	$\frac{1}{2000}$	252.056	252.05	+3,580	+3,64	+0,06	0,04
II	84	406.884	406.950	+0,066	$\frac{1}{6165}$	$\frac{1}{2000}$	252.056	252.06	-25,073	-25,09	-0,07	0,07
	66	388.207	388.365	+0,158	$\frac{1}{2457}$	$\frac{1}{2000}$	226.983	226.97	+7,398	+7,40	+0,004	0,07
	67						234.381	234.37				
	68	177.556	177.620	+0,064	$\frac{1}{2774}$	$\frac{1}{2000}$	233.200	233.16	-1,181	-1,21	-0,03	0,06
	69	531.771	531.204	-0,567	$\frac{1}{922}$	$\frac{1}{227}$	248.246	248.28	+15,046	+15,12	+0,07	0,09
III	84	234.371	234.289	-0,082	$\frac{1}{2858}$	$\frac{1}{2000}$	252.056	252.06	+4,836	+4,91	+0,07	0,04
	Дармо- ловка						256.892	256.96				

3. По точности, удобству и производительности полевых работ рассмотренный метод может быть рекомендован для определения длин и уклонов базисов при производстве наземной стереофотограмметрической съемки в горных и высокогорных районах.

4. Не исключена возможность, что фототеодолитное трассирование может найти применение при обследовании существующих дорог и других линейных сооружений, особенно там, где требуется наглядность и полнота информации, получаемая в результате дешифрирования снимков.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. И. Кибальников. Комбинированное использование материалов воздушной и наземной фотосъемок при геологических исследованиях. Геологический сборник Львовского геологического общества № 7—8, Львов, 1961.
2. А. С. Чеботарев. Геодезия. Геодезиздат, 1955.

Работа поступила
6 ноября 1964 г.