

В. М. СЕРДЮКОВ

ОСТАТОЧНЫЕ ИСКАЖЕНИЯ ЗА РЕЛЬЕФ ПРИ ОБРАБОТКЕ СНИМКОВ НА ГОРНОМ ФОТОТРАНСФОРМАТОРЕ

При значительных превышениях рельефа для составления фотопланов производится трансформирование снимков по зонам. Считается, что трансформирование снимков при числе зон более 5—6 нецелесообразно и фотоплан следует изготавливать с использованием горного фототрансформатора. Как известно, сущность этого оригинального метода сводится к фотографированию обратной модели, что приводит к компенсации искажений за рельеф.

Теория горного фототрансформатора развита для горизонтального снимка. В пособии по работе на горном фототрансформаторе [1] рекомендуется при обработке плановых аэроснимков для изготовления обратной модели использовать нетрансформированные, увеличенные отпечатки. Полученный, путем фотографирования такой обратной модели, негатив трансформируют для устранения перспективных искажений и приведения снимков к масштабу составляемого фотоплана. Считается, что при такой методике остаточные искажения за рельеф на фотоплане находятся в пределах допуска.

Однако, как показывают приводимые ниже расчеты, при такой методике на «исправленном» негативе возникают остаточные искажения за рельеф, которые не устраняются при последующем трансформировании, и в результате этого искажения на фотоплане в ряде случаев могут значительно превышать допуск.

Целью настоящей статьи является рассмотрение теории «обратной модели» применительно к наклонному снимку и на основании этого уточнить существующую методику обработки снимков на горном фототрансформаторе.

Пусть на рис. 1 P_0 — увеличенный трансформированный снимок, P — соответствующий ему увеличенный нетрансформированный снимок, S — совмещенные центры проектирования АФА и горного фототрансформатора.

На трансформированном снимке точка A местности изобразилась в точке a , исправленное за рельеф положение соответствует точке a_0 . Для получения обратной модели точка a трансформированного снимка поднята на высоту z . При фотографировании полученной обратной модели искажение за рельеф на «исправленном» негативе p_0 будет полностью отсутствовать.

Как видно из рис. 1, при фотографировании обратную модель из трансформированного снимка на экране горного фототрансформатора следует центрировать так, чтобы точка надира n снимка P_0 находилась на одной вертикали с центром проектирования S .

Если обратную модель из трансформированного снимка при фото-графировании центрировать по главной точке*, то, как это видно из рис. 2, при этом возникнут остаточные искажения за рельеф, величина которых на фотоплане Δl_t определится из выражения

$$\Delta l_t = \Delta l \frac{k_t}{k_y}, \quad (1)$$

где Δl — остаточное искажение за рельеф в масштабе начальной плоскости трансформированного увеличенного снимка;

k_y — коэффициент увеличения снимка, использованного для получения обратной модели;

k_t — коэффициент трансформирования «исправленного» негатива.

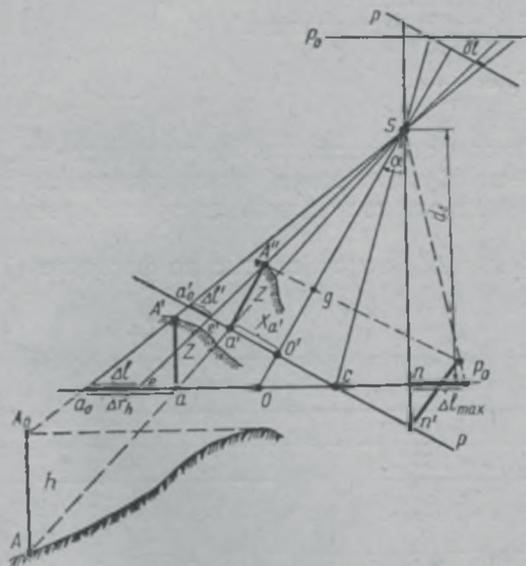


Рис. 1.

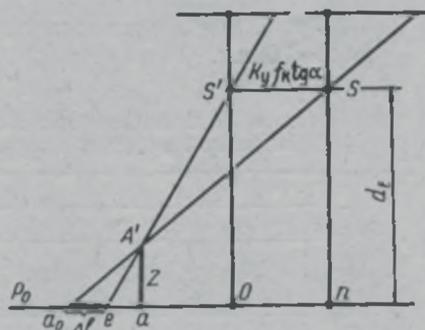


Рис. 2.

Из подобия треугольников $SS'A$ и $A'a_0e$ найдем

$$\Delta l = z \frac{SS'}{d_E - z} = z \frac{k_y f_k \operatorname{tg} \alpha}{d_E - z}. \quad (2)$$

В соответствии с теорией горного фототрансформатора точки снимка для построения обратной модели поднимаются на высоту [1].

$$z = \frac{d_E h_{abc}}{H + h_{abc}}. \quad (3)$$

Подставив (3) в (2), получим

$$\Delta l = \frac{d_E h_{abc}}{H + h_{abc}} \cdot \frac{k_y \cdot f_k \cdot \operatorname{tg} \alpha}{d_E - \frac{d_E h_{abc}}{H + h_{abc}}} = \frac{h \cdot f_k \cdot \operatorname{tg} \alpha}{H} k_y. \quad (4)$$

Подставив значение Δl из (4) в (1), найдем

$$\Delta l_t = \frac{h \cdot f_k \cdot \operatorname{tg} \alpha}{H} k_t. \quad (5)$$

* В пособии [1] рекомендуется центрировать обратную модель по главной точке снимка или точке надира.

Полученную формулу можно представить в другом виде, исходя из следующих соображений.

Превышение в пределах снимка, выраженное через количество зон на снимке, определится по формуле

$$h = \frac{2\delta r_n \cdot n \cdot H}{r_{пл}} = \frac{n \cdot H}{r \cdot k_t}, \quad (6)$$

где $\delta r_n = 0,5$ мм — допустимое смещение за рельеф на плане;

n — количество зон на снимке;

$r_{пл}$ — расстояние на плане;

r — расстояние на снимке.

Подставив значение h из (6) в (5), определим

$$\Delta l_t = \frac{n f_k \alpha}{r} \alpha. \quad (7)$$

Полученная формула дает возможность рассчитать остаточное искажение за рельеф на фотоплане, обусловленное центрированием по главной точке снимка обратной модели, полученной из трансформированного снимка.

В таблице 1 приведены значения Δl_t , подсчитанные по формуле (7) при $r = 70$ мм.

Таблица 1

Остаточное искажение за рельеф при центрировании по главной точке обратной модели, полученной из трансформированного снимка

Количество зон	Δl_t (мм)											
	$f_k = 100$ мм				$f_k = 200$ мм				$f_k = 300$ мм			
	$\alpha = 20'$	$\alpha = 1^\circ$	$\alpha = 2^\circ$	$\alpha = 3^\circ$	$\alpha = 20'$	$\alpha = 1^\circ$	$\alpha = 2^\circ$	$\alpha = 3^\circ$	$\alpha = 20'$	$\alpha = 1^\circ$	$\alpha = 2^\circ$	$\alpha = 3^\circ$
5	0,04	0,1	0,2	0,4	0,07	0,2	0,5	0,8	0,1	0,4	0,8	1,1
10	0,07	0,2	0,5	0,7	0,15	0,5	1,0	1,5	0,2	0,7	1,5	2,2
15	0,1	0,4	0,7	1,1	0,2	0,7	1,5	2,2	0,3	1,1	2,2	3,4
20	0,15	0,5	1,0	1,5	0,3	1,0	2,0	3,0	0,4	1,5	3,0	4,5

Расчеты, приведенные в таблице 1, показывают, что при использовании гиростабилизированных снимков ($\alpha = 20'$) остаточное искажение за рельеф находится в пределах допуска. При использовании плановых снимков ($\alpha = 1^\circ \div 3^\circ$) остаточное искажение за рельеф может значительно превышать допуск, и в этих случаях обратную модель из трансформированных снимков следует центрировать по точке надира.

Рассмотрим вопрос использования для построения обратной модели нетрансформированного снимка p (рис. 1). Точка a' нетрансформированного снимка для построения обратной модели поднимается на высоту z , равную высоте поднятия трансформированного снимка. Обратную модель центрируем на экране горного фототрансформатора по главной точке снимка, как это изображено на рис. 1, тогда на «исправленном» негативе p возникает остаточное искажение за рельеф δl , которое на увеличенном нетрансформированном снимке характеризуется величиной отрезка $\Delta l' = a'_0 e'$.

Примем на снимке за начало координат главную точку o' , тогда остаточная погрешность за рельеф на нетрансформированном увеличенном снимке будет равна

$$\Delta l' = X'_{a'_0} - X'_{e'} = X'_{a'_0} - (X'_{a'} + a'e') = (X'_{a'_0} - X'_{a'}) - a'e' = \Delta r_{h,\alpha} - a'e', \quad (8)$$

где $\Delta r_{h,a}$ — линейное смещение точки на снимке, обусловленное местным влиянием рельефа и угла наклона снимка (2)

$$\Delta r_{h,a} = \frac{d \cdot h \cos \alpha}{f_k \cdot m_h} k_y,$$

где k_y — коэффициент увеличения снимка;

$$d \cdot k_y = n'a' = X'_{a'} + o'n' = (x_a + f_k \cdot \operatorname{tg} \alpha) k_y,$$

x_a — абсцисса точки на нетрансформированном аэронегативе;

$\frac{1}{m_h}$ — масштаб аэроснимка по горизонтали, проходящей через точку a'_0 .

$$\frac{1}{m_h} = \frac{f_k}{H} \left(\cos \alpha - \frac{x_{a_0}}{f_k} \sin \alpha \right).$$

Тогда с этими обозначениями

$$\Delta r_{h,a} = \frac{(x_a + f_k \operatorname{tg} \alpha) h \cos \alpha}{H} \left(\cos \alpha - \frac{x_a}{f_k} \sin \alpha \right) k_y. \quad (9)$$

Из подобных треугольников $A''e'a'$ и $SA''g$ получим

$$a'e' = z \frac{A''g}{d_E - z} = z \frac{X'_{a'}}{d_E - z} = z \frac{x_a \cdot k_y}{d_E - z}.$$

С учетом формулы (3) будем иметь

$$a'e' = \frac{d_E h_{a6c}}{H + h_{a6c}} \cdot \frac{x_a \cdot k_y}{d_E - \frac{H + h_{a6c}}{H}} = \frac{d_E h_{a6c}}{H + h_{a6c}} \cdot \frac{x_a k_y (H + h_{a6c})}{d_E (H + h_{a6c}) - d_E h_{a6c}} = \frac{h x_a k_y \dots}{H} \quad (10)$$

Подставив значение из (9) и (10) в (8) получим

$$\begin{aligned} \Delta l' &= \frac{(x_a + f_k \operatorname{tg} \alpha) h \cos \alpha}{H} \left(\cos \alpha - \frac{x_a}{f_k} \sin \alpha \right) k_y - \frac{x_a h}{H} k_y = \\ &= \frac{h}{H} k_y \left[x_a (\cos^2 \alpha - 1) + \frac{1}{2} f_k \sin 2\alpha - \frac{x_a x_{a_0}}{2 f_k} \sin 2\alpha - x_{a_0} \sin^2 \alpha \right] = \\ &= \frac{h}{H} k_y \left[\frac{1}{2} \left(f_k - \frac{x_a x_{a_0}}{f_k} \right) \sin 2\alpha - (x_a + x_{a_0}) \sin^2 \alpha \right] \approx \\ &\approx \frac{h}{H} \left[\frac{1}{2} \left(f_k - \frac{x^2}{f_k} \right) \sin 2\alpha - 2x \sin^2 \alpha \right] k_y, \quad (11) \end{aligned}$$

где $x = \sqrt{x_0 \cdot x_{a_0}}$.

По формуле (11) найдется остаточное искажение за рельеф на нетрансформированном увеличенном снимке P .

Для определения соответствующей величины остаточного искажения за рельеф на трансформированном снимке воспользуемся формулой соотношения координат точек снимка и местности (2).

$$X = \frac{H \cdot x}{(f_k \cos \alpha - x \sin \alpha) \cos \alpha}. \quad (12)$$

Для нашего случая в формуле (12) $H=f_k=d_E$, тогда на трансформированном увеличенном снимке остаточное искажение будет равно (рис. 1):

$$\Delta l = a_0 e = X_{a_0} - X_e = \frac{d_E X'_{a_0}}{(d_E \cos \alpha - X'_{a_0} \sin \alpha) \cos \alpha} - \frac{d_E X'_e}{(d_E \cos \alpha - X'_e \sin \alpha) \cos \alpha}$$

В знаменателе можно принять

$$X'_{a_0} \approx X'_{e'}$$

поэтому

$$\begin{aligned} \Delta l &\approx (X'_{a_0} - X'_{e'}) \frac{d_E}{(d_E \cos \alpha - X'_{a_0} \sin \alpha) \cos \alpha} = \\ &= \Delta l' \frac{d_E}{(d_E \cos \alpha - X'_{a_0} \sin \alpha) \cos \alpha} = \\ &= \frac{h}{H} k_y \left[\frac{1}{2} \left(f_k - \frac{x_a \cdot x_{a_0}}{f_k} \right) \sin 2\alpha - (x_a + x_{a_0}) \sin^2 \alpha \right] \frac{d_E}{(d_E \cos \alpha - x_{a_0} \cdot k_y \cdot \sin \alpha) \cos \alpha} \end{aligned} \quad (13)$$

Остаточное искажение за рельеф на фотоплане с учетом коэффициента трансформирования k_t будет равно

$$\Delta l_t = \Delta l \frac{k_t}{k_y} = \frac{h}{H} \left[\frac{1}{2} \left(f_k - \frac{x_a x_{a_0}}{f_k} \right) \sin 2\alpha - (x_a + x_{a_0}) \sin^2 \alpha \right] \frac{d_E}{(d_E \cos \alpha - x_{a_0} k_y \sin \alpha) \cos \alpha} k_t. \quad (14)$$

При плановой аэрофотосъемке можно принять

$$\Delta l_t = \frac{h \left(f_k - \frac{x^2}{f_k} \right) \alpha}{H} k_t. \quad (15)$$

Из формулы (15) видно, что остаточные искажения за рельеф на краю снимка меньше, чем в центральной части. Максимальные искажения будут в центре снимка. При $x=0$

$$\Delta l_{t_{\max}} = \frac{h f_k \alpha}{H} k_t.$$

Таким образом, максимальные остаточные искажения за рельеф на фотоплане при использовании обратной модели из нетрансформированных снимков и центрировании по главной точке также определяются формулами (5) и (7) и характеризуются таблицей 1.

При центрировании обратной модели из нетрансформированного снимка по точке надира (рис. 3) остаточное искажение за рельеф $a'_0 e'$ равно

$$\Delta l' = a'_0 e' = a'' e' - \Delta r_{h, \alpha}. \quad (16)$$

Из подобия треугольников $A''l'a'$ и $S_n A''g$ найдем

$$a'e' = z \frac{A''g}{d_E - z} = \frac{d_E h_{a6c}}{H + h_{a6c}} \cdot \frac{(x_a + f_k \operatorname{tg} \alpha) \cdot k_y}{d_E - \frac{d_E h_{a6c}}{H + h_{a6c}}} = \frac{h}{H} (x_a + f_k \operatorname{tg} \alpha) k_y.$$

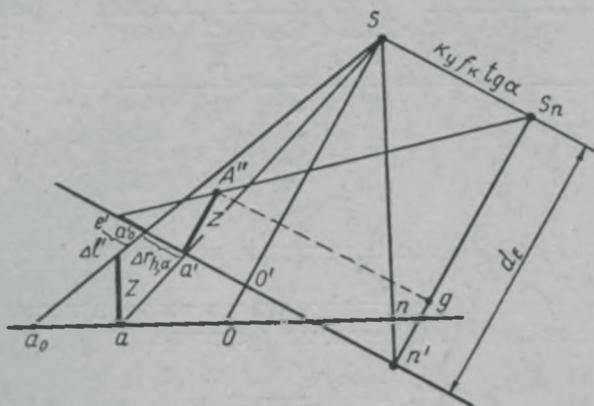


Рис. 3.

Подставив найденное значение в (16), получим

$$\begin{aligned} \Delta l' &= \frac{h}{H} (x_a + f_k \operatorname{tg} \alpha) k_y - \frac{(x_a + f_k \operatorname{tg} \alpha) k_y h \cos \alpha}{H} \left(\cos \alpha - \frac{x_{a_0}}{f_k} \sin \alpha \right) \approx \\ &\approx \frac{h}{H} \left[2x \sin^2 \alpha + f_k \operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{2} \left(\frac{x^2}{f_k} - f_k \right) \sin 2\alpha \right] k_y. \end{aligned} \quad (17)$$

Остаточное искажение за рельеф на фотоplane будет равно

$$\Delta l_t = \frac{h}{H} \left[\frac{2x \sin^2 \alpha + f_k \operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{2} \left(\frac{x^2}{f_k} - f_k \right) \sin 2\alpha}{(d_E \cos \alpha - x_{a_0} k_y \sin \alpha) \cos \alpha} \right] d_E k_t. \quad (18)$$

При плановой аэросъемке можно принять

$$\Delta l_t = \frac{h \cdot x^2 \alpha}{H \cdot f_k} k_t \quad (19)$$

или с учетом формулы (6) и приняв $x=r$

$$\Delta l_t = \frac{nr}{f_k} \alpha. \quad (20)$$

Из анализа формул (18)–(20) видно, что максимальные искажения получаются на краю снимка. В точке надира искажение равно нулю.

В таблице 2 приведены значения Δl_t , подсчитанные по формуле (20) при $r=100$ мм.

Из таблицы 2 видно, что при использовании гиростабилизированных снимков остаточные искажения малы. При использовании плановых снимков с $f_k \geq 200$ мм остаточные искажения находятся в преде-

Остаточное искажение за рельеф при центрировании по точке надира обратной модели, полученной из нетрансформированного снимка

К-во зон	Δl_i (мм)												
	$f_k = 70$ мм				$f_k = 100$ мм			$f_k = 200$ мм			$f_k = 300$ мм		
	$\alpha = 20^\circ$	$\alpha = 1^\circ$	$\alpha = 2^\circ$	$\alpha = 3^\circ$	$\alpha = 1^\circ$	$\alpha = 2^\circ$	$\alpha = 3^\circ$	$\alpha = 1^\circ$	$\alpha = 2^\circ$	$\alpha = 3^\circ$	$\alpha = 1^\circ$	$\alpha = 2^\circ$	$\alpha = 3^\circ$
5	0,04	0,1	0,2	0,4	0,1	0,4	0,25	0,04	0,08	0,12	0,03	0,05	0,08
10	0,08	0,2	0,5	0,8	0,2	0,35	0,5	0,1	0,2	0,25	0,08	0,14	0,2
15	0,12	0,4	0,8	1,1	0,3	0,5	0,8	0,15	0,25	0,4	0,1	0,2	0,3
20	0,16	0,5	1,0	1,5	0,4	0,7	1,0	0,2	0,35	0,5	0,1	0,2	0,4

лах допуска. При $f_k < 200$ мм остаточные искажения могут превышать допуск.

Если обратную модель центрировать по точке нулевых искажений, то остаточное искажение найдется по формуле

$$\Delta l_i = \frac{n\alpha}{r} \left(\frac{x^2}{f_k} - \frac{f_k}{2} \right). \quad (21)$$

Характер распределения искажений на снимке зависит от соотношения между x и f_k . При $x=0$ формула (21) приводится к виду

$$\Delta l = \frac{nf_k \alpha}{2r}. \quad (22)$$

Сравнивая формулы (22) и (7) видим, что искажения в главной точке при центрировании по точке нулевых искажений уменьшаются в два раза по сравнению со случаем, когда нетрансформированный снимок центрируется по главной точке.

ВЫВОДЫ

1. Для обработки снимков на горном фототрансформаторе целесообразно использовать гиросtabilизированные снимки. Обратную модель из гиросtabilизированных снимков можно центрировать по главной точке.

2. При использовании плановых аэроснимков необходимо одновременно с рисовкой рельефа на стереометрах определять абсолютные углы наклона аэроснимков [3] и, в зависимости от угла наклона $\alpha = \sqrt{\alpha_x^2 + \alpha_y^2}$, фокусного расстояния f_k и количества зон n выбрать методику обработки снимков, руководствуясь при этом таблицами 1, 2 и формулами (7) и (20).

По таблице 1 определяется с помощью параметров n , α , f_k величина остаточного искажения Δl_i . Если она находится в допуске, то обратную модель из нетрансформированного аэроснимка можно центрировать при фотографировании по главной точке снимка. Если искажение, определенное по таблице 1, превышает допуск, то обратную модель из нетрансформированного снимка следует центрировать по точке надира (см. таблицу 2).

3. В отдельных случаях, когда использование нетрансформированного снимка приводит к недопустимым остаточным искажениям за

рельеф, для обратной модели необходимо использовать трансформированные снимки и центрировать ее по точке надира. Ясно, что такая методика удовлетворяет всем случаям.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. В. Павлов. Составление фотопланов рельефных участков при помощи горного фототрансформатора. М., Гедезиздат, 1961.
2. Н. П. Кожевников, Г. Д. Крашенников, Н. П. Каликов. Фотограмметрия. М., Гедезиздат, 1960.
3. В. Я. Финковский. Пособие при работе на топографическом стереометре СТД-2. М., Гедезиздат, 1961.

Работа поступила
8 октября 1964 г.