

УЧЕТ НЕРАВНОТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ ПРИ АПРИОРНОЙ ОЦЕНКЕ ТОЧНОСТИ НЕКОТОРЫХ МОДЕЛЕЙ ТРИЛАТЕРАЦИИ

Выход формул априорной оценки точности сетей трилатерации обычно осуществляют, предполагая равноточность измерений. На самом деле линейные измерения не являются равноточными. Среднюю квадратическую ошибку измерения m_s стороны s часто определяют по формуле

$$m_s = c + k \cdot s \cdot 10^{-6}. \quad (1)$$

Неучет неравноточности измерений может существенно ухудшить качество априорной оценки проекта. В [2] на примере прямой цепи трилатерации из геодезических квадратов (см. рисунок)

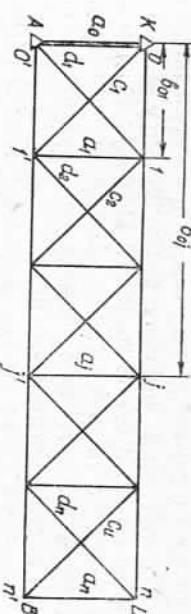


Схема рядов трилатерации.

показана возможность сведения задачи предрасчета точности от неравноточного случая к случаю с равноточными измерениями. Для оценки точности продольного и поперечного сдвигов пункта i в цепи трилатерации, изображенной на рисунке, получено выражение

$$1/P_p = 1/P_p \cdot 1.21 \cdot \frac{a}{c}. \quad (2)$$

Здесь $1/P_p$ и $1/P_n$ — обратные веса оцениваемых элементов, соответствующие равно- и неравноточным измерениям; c и a — коэффициенты уравнения регрессии прибора; a — сторона квадрата, км. При вычислении средних квадратических сдвигов пункта i следует принять $\mu_s = c$.

Рассмотрим две модели трилатерации из квадратов, звенья диагоналей AB и KL (см. рисунок), которых измеряются соответственно в комбинациях (т. е. измеряются стороны b_{ij} , $i=0, n-1, j=1, n$) и во всех комбинациях (т. е. измеряются стороны b_{ij} , $i=0, n-1, j=1, n$). Первую из указанных моделей будем называть сети вида II, вторую — сети вида III. В обеих моделях, кроме указанных сторон, измеряются также стороны $a_i, c_j, d_j, j=1, n$.

Выполним оценку точности указанных моделей в предположении неравноточности измерений.

Для определения искомых формул была выполнена сплошная оценка точности указанных моделей при $n=7,9, 12$; $a=0,4, 1$ км и разных значениях c и k . Оценку выполнили на ЭВМ с помощью Фортран-программы «Сетка», в которой реализован параметрический метод.

В результате аппроксимации полученных данных были определены искомые функции для оценки j -го элемента в сетях вида II и n -го элемента в сетях вида III. Эти формулы имеют вид:

$$1/P_n = 1/P_p \cdot (0,008 \cdot j^2 + 0,174 \cdot j + 1,104)^{\beta(r)},$$

где

$$r = 0,94 - 0,040 \cdot j, \quad 1/P_p = 0,900; \quad (3)$$

$$1/P_{n_1} = 1/P_{n_p} \cdot (0,026 \cdot j^2 + 0,060 \cdot j + 1,13)^{\beta(r)},$$

где

$$r = 0,90 - 0,011 \cdot j, \quad 1/P_{n_p} = 3 \cdot j - 1,31; \quad (4)$$

где

$$r = 0,075 - 0,025 \cdot j, \quad 1/P_{n_p} = 2 \cdot \frac{r^2}{a^2}; \quad (5)$$

для модели III

$$1/P_{n_1} = 1/P_{n_p} \cdot (0,010 \cdot n^2 - 0,036 \cdot n + 1,682)^{\beta(r)},$$

где

$$r = 0,737 - 0,001 \cdot n, \quad 1/P_{n_p} = 1,99(n+1,17); \quad (6)$$

$$1/P_{n_1} = 1/P_{n_p} \cdot (0,055 \cdot n + 1,28)^{\beta(r)},$$

где

$$r = 0,865 - 0,015 \cdot n, \quad 1/P_{n_p} = 2,98 \cdot n - 1,47; \quad (7)$$

где

$$r = 0,522 + 0,180 \cdot n, \quad 1/P_{n_p} = \frac{4}{n+1} \cdot \frac{r^2}{a^2}. \quad (8)$$

В приведенных формулах для сокращения записи принято

$$\beta(r) = \frac{1 - r^{a/k/c}}{1 - r}. \quad (9)$$

В результате сравнения приближенных значений обратных весов оцениваемых элементов, полученных с помощью (3) — (8), и точных значений этих же величин, полученных из строгого решения систем нормальных уравнений, видно (см. табл. 1, 2), что погрешность найденных формул не превышает 5%.

Анализ полученных формул показал, что (6) и (8) можно также использовать и для оценки внутренних элементов сетей. В этом случае погрешность формул не превышает 10%. Сравнение фор-

Таблица 1

Результаты проверки формул (3)–(5)

$1/P_t$		$1/P_u$		$1/P_a (\alpha^2/\rho^2)$	
Строгое решение	По формуле (3)	Строгое решение	По фор- муле (4)	Строгое решение	По фор- муле (5)
$m_{\Delta} = 1,0 + 1,0 \cdot s \cdot 10^{-6}$					
2	1,16	1,15	6,0	5,9	2,38
4	1,53	1,52	15,1	15,1	3,24
6	1,93	1,94	26,5	26,4	4,23
8	2,38	2,40	40,3	40,3	5,36
$m_{\Delta} = 1,0 + 2,0 \cdot s \cdot 10^{-6}$					
2	1,56	1,53	7,4	7,2	2,70
4	2,44	2,44	20,4	19,4	4,53
6	3,48	3,49	39,0	38,8	6,81
8	4,68	4,60	64,5	61,3	9,64
$m_{\Delta} = 1,0 + 3,0 \cdot s \cdot 10^{-6}$					
2	2,03	1,97	9,1	8,7	2,95
4	3,56	3,50	26,6	26,1	5,72
6	5,46	5,20	54,4	53,4	9,28
8	7,72	6,78	95,2	93,1	13,68
$m_{\Delta} = 0,5 + 2,0 \cdot s \cdot 10^{-6}$					
2	2,55	2,45	10,8	10,1	3,14
4	4,88	4,11	33,7	32,4	6,73
6	7,86	6,82	72,5	69,7	11,17
8	11,50	8,56	132,4	127,7	18,00
$m_{\Delta} = 0,5 + 2,0 \cdot s \cdot 10^{-6}$					
2	2,55	2,45	10,8	10,1	3,14
4	4,88	4,11	33,7	32,4	6,73
6	7,86	6,82	72,5	69,7	11,17
8	11,50	8,56	132,4	127,7	18,00

Результаты проверки формул (6)–(8)

Таблица 2

Мул (3)–(8) с (2) показывает, что для моделей II и III обратные веса определяемых элементов с увеличением отношения k/c возрастают быстрее и пренебрежение неравноточностью измерений может привести к более значительным ошибкам. Так, при создании сети вида III электронным дальномером с уравнением регрессии

$$m_a = 1,0 + 2,0 \cdot s \cdot 10^{-6} \quad (10)$$

и стороной квадратов $a=1$ км пренебрежение неравноточностью измерений вызывает погрешность в прогнозе величин $1/P_t$, $1/P_u$, $1/P_a$ элементов сетей, удаленных от ее края на пять фигур, соответственно 360, 211, 272, а на десять — 745, 342, 625%.

Сравнение результатов оценки точности моделей I [2], II, III (см. табл. 1, 2) показывает, что и при неравноточных измерениях жесткость модели II и III значительно большая, чем жесткость модели I [2]. Причем, это справедливо как при равноточных измерениях неравноточных измерениях. Поэтому вывод о том, что при равноточных измерениях выгодней измерять возможно длины сторон, можно обобщить на случай неравноточных измерений [1].

Список литературы: 1. Бутлер С. А. Уравнивание тригонометрических сетей, определенных длинами сторон. — Геодезист, 1939, № 8, 9. 2. Вильенский В. А. Вопросы применения приближенных формул для оценки точности геодезических сетей. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1982, вып. 35. 3. Кутузов И. А. Накопление погрешностей в рядах триангуляции с измерениями сторонами. — Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка, 1957, вып. 72.

Статья поступила в редакцию 20.02.84

УДК 525.485.519.21

Л. К. ВОЛОСЛАВСКИЙ

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ УКЛОНОВ НА ТРАССАХ ЛИНЕЙНЫХ СООРУЖЕНИЙ

$\frac{a}{km}$	n	Коэффициенты уравнений регрессии		$1/P_t$		$1/P_u$		$1/P_a (\alpha^2/\rho^2)$	
		c	k	Строгое решение	По фор- муле (6)	Строгое решение	По фор- муле (7)	Строгое решение	По фор- муле (8)
0,4	9	1,0	0,0	0,197	0,196	25,3	25,3	0,400	0,400
		1,0	1,0	0,284	0,275	32,9	31,9	0,536	0,521
		1,0	2,0	0,378	0,370	41,0	40,1	0,662	0,663
		1,0	3,0	0,478	0,482	49,6	50,5	0,780	0,792
		0,5	2,0	0,585	0,607	58,6	63,5	0,891	0,934
		2,0	5,0	0,427	0,424	45,3	45,0	0,722	0,716
1,0	7	1,0	0,0	0,245	0,244	19,3	19,4	0,500	0,500
		1,0	1,0	0,476	0,468	31,8	32,2	0,808	0,795
		1,0	2,0	0,746	0,753	45,9	47,4	1,066	1,073
		1,0	3,0	1,056	1,066	61,9	63,7	1,287	1,304
		0,5	2,0	1,405	1,374	79,6	79,6	1,477	1,477
		2,0	5,0	0,896	0,908	53,7	55,7	1,181	1,196

При изыскании и проектировании ряда линейных сооружений (железные и автомобильные дороги и т. д.) одной из важных инженерных характеристик рельефа является **уклон** местности i . Так, если уклон трассы $i_{tr} \geq i$, трассирование ведут напряженным ходом, и, наоборот, если $i_{tr} < i$, трассирование ведут налегом [5]. Вот почему распределение уклонов по трассе может стать одним из критериев инженерной оценки местности.

Как известно, на профилном профиле трассы естественная поверхность земли аппроксимируется обычно ломаной линией. Уклоны отрезков этой ломаной можно рассматривать как непрерывную совокупность случайных величин. Отсюда возникает задача установления связи между возможными значениями уклонов и соответствующими им вероятностями, т. е. установить закон распределения случайной величины i .