всегда будет меньше уклона прямой, соединяющей конечные точки профиля.

Интегрируя (5) по переменной i, получим функцию распределения уклонов трассы

$$F(i)=\begin{cases}\dfrac{C}{2}\dfrac{\exp(-\eta)}{\left(1-\dfrac{i}{\Lambda}\right)^{\alpha}}, & \text{если } -\infty<i\leqslant I;\\[2ex] 1-\dfrac{C}{2}\dfrac{\exp\eta}{\left(1+\dfrac{i}{\Lambda}\right)^{\alpha}}, & \text{если } I\leqslant i<\infty,\end{cases}\qquad(16)$$

при помощи которой рассчитывается вероятность того, что уклон окажется в заданном интервале.

Итак, установлен закон распределения вероятностей уклонов поверхности по трассе линейного сооружения. Однако практическая ценность любой математической модели, как бы хорошо она не была обоснована, может оказаться весьма сомнительной, если она плохо согласуется с реальной действительностью. Вот почему мерилом достоверности распределения (5) будет согласие эмпирических распределений с теоретическими. Поверка согласия выполнена по десяти трассам линейных сооружений на основе критерия χ^2. Результаты представлены в таблице. На основании приведенных данных можно констатировать удовлетворительное согласие между эмпирическими и теоретическими распределениями.

В заключение рассмотрим возможное практическое приложение закона распределения уклонов. Пусть задан уклон трассы $i_{\text{тр}}$. Используя функцию распределения (16), можно рассчитать вероятность того, что естественный уклон вдоль трассы будет меньше заданного. Действительно,

$$P(|i|\leqslant i_{\text{тр}})=P(-i_{\text{тр}}\leqslant i\leqslant i_{\text{тр}})=F(i_{\text{тр}})-F(-i_{\text{тр}}).$$

Умножив полученную вероятность на длину трассы L, мы найдем приближенно ту ее часть, где трассирование возможно вести вольным ходом. Параметр распределения α для данной местности достаточно устойчив и, как видно из таблицы, изменяется в очень узких пределах. Поэтому для сравнения различных вариантов трассы можно использовать в качестве статистических критериев оценки местности математическое ожидание (12а), моду (14) и медиану (15).

Список литературы: 1. *Браунли К. А.* Статистическая теория и методология в науке и технике. — М.: Наука, 1977. 2. *Вентцель Е. С.* Теория вероятностей. — М.: Физматгиз, 1962. 3. *Войславский Л. К.* Информационная модель профиля местности. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1982, вып. 35. 4. *Кендалл М., Стъюарт А.* Теория распределений. — М.: Наука, 1966. 5. *Райфельд В. Ф.* Инженерно-геодезические работы при изысканиях линейных сооружений. — М.: Недра, 1983.

Статья поступила в редколлегию 07. 03. 84

УДК 528.27.026+528.56

П. Д. ДВУЛИТ, В. Г. ПАВЛЫК

СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ АНОМАЛИЙ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ МЕТОДОМ КОЛЛОКАЦИИ И ЛИНЕЙНЫМ ИНТЕРПОЛИРОВАНИЕМ

В настоящее время важное практическое значение имеет изучение гравитационного поля области морей, шельфовых зон и Мирового океана с целью выявления и освоения их природных ресурсов. На поверхности Земли существует еще немало районов, где характеристики гравитационного поля изучены очень слабо. Эти районы, как правило, расположены в труднодоступных для прямых измерений участках суши и занимают почти всю площадь морей и океанов.

Для решения многих задач теории фигуры Земли необходимо знание аномалий силы тяжести в любой точке земной поверхности. До настоящего времени характеристики гравитационного поля в таких районах определялись с помощью интерполирования (линейного или косвенного) [1, 2].

Большой интерес вызывает метод оптимальной линейной регрессии, или метод коллокации [3, 4].

Нами предпринята попытка сравнить результаты прогнозирования аномали силы тяжести методом коллокации и линейным интерполированием. Исходным материалом послужил каталог гравиметрических пунктов I и II классов на территории Чехословакии [5], из которого использованы географические координаты гравиметрических пунктов и аномалии силы тяжести Буге.

Общее количество гравиметрических пунктов — 607, средняя их плотность — 1 пункт на 210 км², перепад высот пунктов — немногим более 1000 м.

Основные этапы данного исследования — линейная интерполяция прогнозируемых аномалий для указанного района; интерполирование тех же аномалий с помощью метода коллокации.

Линейную интерполяцию аномалий силы тяжести Буге и оценку точности для указанного района проводили по известной методике [1].

При интерполировании аномалии силы тяжести методом коллокации вначале необходимо составить эмпирическую ковариационную функцию, которую определяют по формуле

$$C(\psi)=M\{\Delta g_i\Delta g_j\},\qquad(1)$$

где $M\{\Delta g_i\Delta g_j\}$ — средняя сумма произведений аномалий $\Delta g_i\Delta g_j$ в разных точках i и j, находящихся на постоянном расстоянии ψ. Если пункты расположены на сфере, то расстояние между ними определяется из известного соотношения

$$\cos\psi=\cos\Theta\cdot\cos\Theta'+\sin\Theta\cdot\sin\Theta'\cos(\lambda'-\lambda),\qquad(2)$$

где θ и θ' — полярные расстояния; λ и λ' — долготы пунктов на сфере.

Нами была составлена эмпирическая ковариационная функция до сферического расстояния $\psi=0{,}84°$ с шагом $\Delta\psi=0{,}08°$ (положительной определенности и монотонности).

Затем эмпирическую функцию аппроксимировали модельными функциями [3], при этом были апробированы следующие восемь модельных ковариационных функций:

$$C(\psi)=A\psi+B; \quad (3) \qquad C(\psi)=C_0\cdot e^{-a\psi^2}; \quad (4)$$

$$C(\psi)=C_0\cdot e^{-\psi/a}; \quad (5) \qquad C(\psi)=C_0\cdot e^{-a\psi^2/2}; \quad (6)$$

$$C(\psi)=C_0/1+(\psi/\alpha)^2; \quad (7) \qquad C(\psi)=\sum_{k=0}^{2}(-1)^k a_k \psi^{2k}; \quad (8)$$

$$C(\psi)=C_0/(1+A^2\psi^2)\,m; \quad (9) \qquad C(\psi)=\frac{C_0}{A}\ln\frac{2e^A}{1+\sqrt{1+k^2\psi^2}}, \quad (10)$$

где C_0 — дисперсия поля аномалий силы тяжести (значение эмпирической ковариационной функции при $\psi=0°$); A, B, a, α, k — некоторые постоянные, определяемые по эмпирическим значениям ковариационной функции согласно методу наименьших квадратов.

Апробацию аналитических функций (9) и (10) выполняли методом проб и ошибок. При этом, согласно рекомендациям Г. Морица [3], задавали априорные значения параметра $m=0{,}5$; 1; 2; 3; 4 для функции (9) и параметра $A=0{,}001$; 0,1; 1; 5 для функции (10).

В результате анализа апробации функций (3)—(10) оптимальной модельной ковариационной функцией считаем функцию (9) при $m=2$ со средней квадратической ошибкой аппроксимации $11{,}7\cdot10^{-10}$ (м/с²)². В численном виде она выглядит:

$$C(\psi)=338{,}9/[1+(1{,}751\,\psi)^2]^2. \quad (11)$$

Наконец, последним этапом интерполирования методом коллокации был непосредственный прогноз аномалий силы тяжести с помощью модельной функции (9) на основе известного соотношения [3]

$$\Delta g_P=C_{P_i}(C_{ik}+D_{ik})^{-1}\Delta g_k, \quad (12)$$

где C_{P_i} — ковариационная матрица известных и искомых значений Δg_i; C_{ik} — ковариационная матрица известных значений Δg_i; D_{ik} — дисперсионная матрица известных значений Δg_i; Δg_k — матрица известных значений аномалий силы тяжести.

Прогноз выполняли для восьми гравиметрических пунктов на основе тридцати опорных пунктов, расположенных в локальной области территории Чехословакии радиусом около 0,5°. Результаты линейной интерполяции аномалий силы тяжести и прогнозирования методом коллокации представлены в таблице. Затем были подсчитаны по формуле М. С. Молоденского средние квадратические ошибки интерполяций линейной и методом коллокации. Их значения для линейной интерполяции $\pm4{,}85\cdot10^{-5}$ м/с²; для интерполяции методом коллокации $\pm5{,}80\cdot10^{-5}$ м/с².

Составлена программа алгоритма решения данной задачи на языке Фортран-IV и непосредственный прогноз аномалий произведен с помощью ЭВМ ЕС-1020.

Выполненные исследования свидетельствуют о том, что надежные значения аномалий силы тяжести с помощью метода коллокации можно получить на участках плавного изменения изоаномал (первые четыре пункта таблицы); в пунктах, где поле аномалий силы тяжести изменяется по сложному закону, метод коллокации, как, впрочем, и «классической интерполяции», дает неудовлетворительный результат.

Результаты интерполяции аномалий силы тяжести

Номер пункта	Координаты φ	Координаты λ	H, м	Действительное значение Δg, 10^{-5} м/с²	Интерполированные значения Δg, 10^{-5} м/с²: линейное	методом коллокации
1	49°03′23″	20°18′18″	673	−37,12	−33,19	−35,45
2	48 50 57	19 56 43	405	−3,12	0,33	−3,68
3	48 43 37	20 25 05	355	−4,16	−3,75	−4,46
4	48 18 17	20 04 38	190	22,59	17,04	21,72
5	48 37 58	20 14 14	260	1,96	2,78	7,23
6	48 30 40	19 56 32	257	9,84	10,00	7,39
7	48 46 44	20 34 05	461	−13,28	−2,98	0,16
8	48 43 54	20 44 26	553	−6,28	−1,47	1,00

Несмотря на то что ошибка линейной интерполяции меньше ошибки интерполяции методом коллокации, вопрос о предпочтении одного метода интерполяции другому нельзя решить однозначно. Результаты прогнозирования методом коллокации можно было бы улучшить, если бы для прогноза выбрать равнинный район, и если бы плотность гравиметрических пунктов была выше. Кроме того, на результатах интерполирования методом коллокации, вероятно, отрицательно сказалось то, что локальная область для прогноза была выбрана с максимальным сферическим расстоянием — около 1°, тогда как эмпирическая ковариационная функция составлена до расстояния $\psi=0{,}84°$.

Список литературы: 1. *Грушинский Н. П.* Теория фигуры Земли. — М.: Недра, 1976. 2. *Огородова Л. В., Шимбирев Б. П., Юзефович А. П.* Гравиметрия. — М., Недра, 1978. 3. *Moritz H.* Least-squakes collocation. — Publ. Deuf. Geod. Komm. A, 1973, v. 75. 4. *Moritz H.* Least-squakes collocation. — Rev. Geophys. Space Phys, 1978, v. 16. 5. *Picha J.* Gezeitenbeobachtungen in Brezove Hory aus den Jahren 1926—1928. — Geofysikalny Sbornik, 1957.

Статья поступила в редколлегию 13. 01. 84