

СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ АНОМАЛИЙ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ МЕТОДОМ КОЛЛОКАЦИИ И ЛИНЕЙНЫМ ИНТЕРПОЛИРОВАНИЕМ

В настоящее время важное практическое значение имеет изучение гравитационного поля области морей, шельфовых зон и Мирового океана с целью выявления и освоения их природных ресурсов. На поверхности Земли существует еще немало районов, где характеристики гравитационного поля изучены очень слабо. Эти районы, как правило, расположены в труднодоступных для прямых измерений участках суши и занимают почти всю площадь морей и океанов.

Для решения многих задач теории фигуры Земли необходимо знание аномалий силы тяжести в любой точке земной поверхности. До настоящего времени характеристики гравитационного поля в таких районах определялись с помощью интерполирования (линейного или косвенного) [1, 2].

Большой интерес вызывает метод оптимальной линейной регрессии, или метод коллокации [3, 4].

Нами предпринята попытка сравнить результаты прогнозирования аномалий силы тяжести методом коллокации и линейным интерполированием. Исходным материалом послужил каталог гравиметрических пунктов I и II классов на территории Чехословакии [5], из которого использованы географические координаты гравиметрических пунктов и аномалии силы тяжести Буге.

Общее количество гравиметрических пунктов — 607, средняя их плотность — 1 пункт на 210 км², перепад высот пунктов — немногим более 1000 м.

Основные этапы данного исследования — линейная интерполяция прогнозируемых аномалий для указанного района; интерполирование тех же аномалий с помощью метода коллокации.

Линейную интерполяцию аномалий силы тяжести Буге и оценку точности для указанного района проводили по известной методике [1].

При интерполировании аномалии силы тяжести методом коллокации вначале необходимо составить эмпирическую ковариационную функцию, которую определяют по формуле

$$C(\psi) = M\{\Delta g_i \Delta g_j\}, \quad (1)$$

где $M\{\Delta g_i \Delta g_j\}$ — средняя сумма произведений аномалий $\Delta g_i \Delta g_j$ в разных точках i и j , находящихся на постоянном расстоянии ψ . Если пункты расположены на сфере, то расстояние между ними определяется из известного соотношения

$$\cos \psi = \cos \Theta \cdot \cos \Theta' + \sin \Theta \cdot \sin \Theta' \cos (\lambda' - \lambda), \quad (2)$$

где θ и θ' — полярные расстояния; λ и λ' — долготы пунктов на сфере.

Нами была составлена эмпирическая ковариационная функция до сферического расстояния $\psi = 0,84^\circ$ с шагом $\Delta\psi = 0,08^\circ$ (положительной определенности и монотонности).

Затем эмпирическую функцию аппроксимировали модельными функциями [3], при этом были апробированы следующие восемь модельных ковариационных функций:

$$C(\psi) = A\psi + B; \quad (3) \quad C(\psi) = C_0 \cdot e^{-a\psi^2}; \quad (4)$$

$$C(\psi) = C_0 \cdot e^{-\psi/a}; \quad (5) \quad C(\psi) = C_0 \cdot e^{-a\psi^{3/2}}; \quad (6)$$

$$C(\psi) = C_0/1 + (\psi/\alpha)^2; \quad (7) \quad C(\psi) = \sum_{k=0}^2 (-1)^k a_k \psi^{2k}; \quad (8)$$

$$C(\psi) = C_0/(1 + A^2 \psi^2)^m; \quad (9) \quad C(\psi) = \frac{C_0}{A} \ln \frac{2e^A}{1 + \sqrt{1 + k^2 \psi^2}}, \quad (10)$$

где C_0 — дисперсия поля аномалий силы тяжести (значение эмпирической ковариационной функции при $\psi = 0^\circ$); A, B, a, α, k — некоторые постоянные, определяемые по эмпирическим значениям ковариационной функции согласно методу наименьших квадратов.

Апробацию аналитических функций (9) и (10) выполняли методом проб и ошибок. При этом, согласно рекомендациям Г. Моритца [3], задавали априорные значения параметра $m = 0,5; 1; 2; 3; 4$ для функции (9) и параметра $A = 0,001; 0,1; 1; 5$ для функции (10).

В результате анализа апробации функций (3)–(10) оптимальной модельной ковариационной функцией считаем функцию (9) при $m = 2$ со средней квадратической ошибкой аппроксимации $11,7 \cdot 10^{-10} \text{ (м/с}^2\text{)}^2$. В численном виде она выглядит:

$$C(\psi) = 338,9 / [1 + (1,751 \psi)^2]^2. \quad (11)$$

Наконец, последним этапом интерполирования методом коллокации был непосредственный прогноз аномалий силы тяжести с помощью модельной функции (9) на основе известного соотношения [3]

$$\Delta g_P = C_{P_i} (C_{ik} + D_{ik})^{-1} \Delta g_k, \quad (12)$$

где C_{P_i} — ковариационная матрица известных и искомого значений Δg_i ; C_{ik} — ковариационная матрица известных значений Δg_i ; D_{ik} — дисперсионная матрица известных значений Δg_i ; Δg_k — матрица известных значений аномалий силы тяжести.

Прогноз выполняли для восьми гравиметрических пунктов на основе тридцати опорных пунктов, расположенных в локальной области территории Чехословакии радиусом около $0,5^\circ$. Результаты линейной интерполяции аномалий силы тяжести и прогнозирования методом коллокации представлены в таблице. Затем были подсчитаны по формуле М. С. Молоденского средние квадратические ошибки интерполяций линейной и методом коллокации

ции. Их значения для линейной интерполяции $\pm 4,85 \cdot 10^{-5}$ м/с²; для интерполяции методом коллокации $\pm 5,80 \cdot 10^{-5}$ м/с².

Составлена программа алгоритма решения данной задачи на языке Фортран-IV и непосредственный прогноз аномалий произведен с помощью ЭВМ ЕС-1020.

Выполненные исследования свидетельствуют о том, что надежные значения аномалий силы тяжести с помощью метода коллокации можно получить на участках плавного изменения изоано-

Результаты интерполяции аномалий силы тяжести

Номер пункта	Координаты		H, м	Действительное значение Δg 10^{-3} м/с ²	Интерполированные значения Δg , 10^{-3} м/с ²	
	φ	λ			линейное	методом коллокации
1	49° 03' 23"	20° 18' 18"	673	-37,12	-33,19	-35,45
2	48 50 57	19 56 43	405	-3,12	0,33	-3,68
3	48 43 37	20 25 05	355	-4,16	-3,75	-4,46
4	48 18 17	20 04 38	190	22,59	17,04	21,72
5	48 37 58	20 14 14	260	1,96	2,78	7,23
6	48 30 40	19 56 32	257	9,84	10,00	7,39
7	48 46 44	20 34 05	461	-13,28	-2,98	0,16
8	48 43 54	20 44 26	553	-6,28	-1,47	1,00

мал (первые четыре пункта таблицы); в пунктах, где поле аномалий силы тяжести изменяется по сложному закону, метод коллокации, как, впрочем, и «классической интерполяции», дает неудовлетворительный результат.

Несмотря на то что ошибка линейной интерполяции меньше ошибки интерполяции методом коллокации, вопрос о предпочтении одного метода интерполяции другому нельзя решить однозначно. Результаты прогнозирования методом коллокации можно было бы улучшить, если бы для прогноза выбрать равнинный район, и если бы плотность гравиметрических пунктов была выше. Кроме того, на результатах интерполирования методом коллокации, вероятно, отрицательно сказалось то, что локальная область для прогноза была выбрана с максимальным сферическим расстоянием — около 1°, тогда как эмпирическая ковариационная функция составлена до расстояния $\psi = 0,84^\circ$.

Список литературы: 1. Грушинский Н. П. Теория фигуры Земли. — М.: Недра, 1976. 2. Огородова Л. В., Шимбирев Б. П., Юзефович А. П. Гравиметрия. — М., Недра, 1978. 3. Moritz H. Least-squares collocation. — Publ. Deuf. Geod. Komm. A, 1973, v. 75. 4. Moritz H. Least-squares collocation. — Rev. Geophys. Space Phys, 1978, v. 16. 5. Picha J. Gezeitenbeobachtungen in Brezove Hory aus den Jahren 1926—1928. — Geofysikalny Sbornik, 1957.

Статья поступила в редколлегию 13.01.84