

Б. Л. СКУИН

## ЗАВИСИМОСТЬ АНОМАЛИИ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ ОТ ВЫСОТ В ГОРНОЙ ОБЛАСТИ

Факт зависимости гравитационных аномалий от высот пунктов наблюдения известен давно. Ряд исследователей занимались ее изучением и определением высотных коэффициентов для отдельных районов и для всей Земли.

Обычно применяемый при этом метод состоит в том, что эту зависимость представляют в виде системы условных уравнений

$$\begin{aligned} \Delta g_1 &= A + BH_1 \\ &\vdots \\ &\vdots \\ &\vdots \\ \Delta g_n &= A + BH_n, \end{aligned} \tag{1}$$

число которых равно количеству гравиметрических пунктов. Решая эти уравнения по способу наименьших квадратов, определяют неизвестные  $A$  и  $B$ .

Этот метод, привлекательный своей простотой, имеет, однако, ограниченную сферу применения, так как величина  $A$ , принимаемая за постоянную величину, может сильно меняться.

Нетрудно видеть, что правильное значение коэффициента  $B$  можно получить только в том случае, если величина  $A$  в изучаемой области близка к постоянной.

Малая вариация высот  $H$  тоже значительно снижает точность определения коэффициента  $B$ . Игнорирование этих обстоятельств, вычисление высотных коэффициентов из любой произвольной совокупности пунктов приводит к получению самых различных значений высотных коэффициентов, не имеющих реального смысла [3, 4].

В предлагаемой работе на материале детальной гравиметрической съемки горной области вычислены коэффициенты зависимости аномалий Фая от высот пунктов.

Использованные данные представляют собой 1883 гравиметрических пункта, равномерно размещенных на площади около  $8000 \text{ км}^2$ . Расстояние между пунктами составляет 2—2,5 км. Диапазон изменения высот в области — около 2 км. На каждом пункте вычислена аномалия Фая по формуле:

$$\Delta g_F = g - \gamma + 0,3086 H + \text{поправка за рельеф},$$

где  $g$  — измеренное значение силы тяжести;

$\gamma$  — нормальное значение силы тяжести, вычисленное по формуле Гельмерта 1901—1909 гг.;

$H$  — высота пункта над уровнем моря.

Рельеф учтен в радиусе 167 км.

Для получения высотных коэффициентов исследуемая область была разбита на 137 равновеликих участка размерами  $5' \times 5'$ , схема расположения которых изображена на рис. 1. Площадь участков около  $57 \text{ км}^2$ . В среднем на каждом участке размещено 14 пунктов. Диапазоны изменения высот на участках — от 200 до 1000 м. Небольшие размеры участков дают основание полагать, что вариации  $A$  на каждом

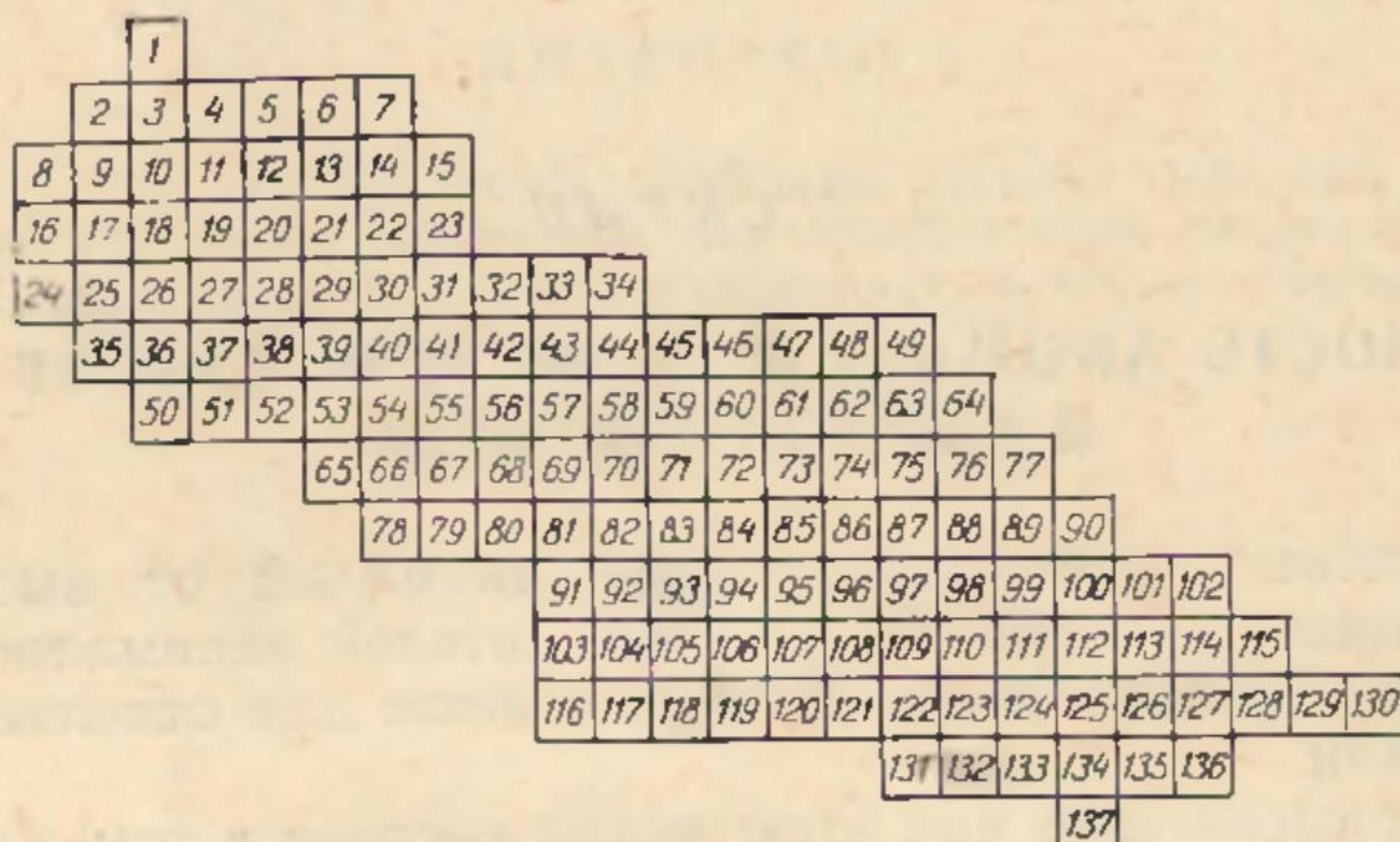


Рис. 1. Схема расположения участков.

участке незначительны и во всяком случае меньше, чем во всей области.

На каждом участке обычным методом были определены величины  $A$  и  $B$ .

Оценка точности полученных значений произведена по формулам:

$$m_0 = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n - k}}; \quad m_A = \pm \frac{m_0}{\sqrt{P_A}}; \quad m_B = \pm \frac{m_0}{\sqrt{P_B}};$$

$$P_A = n - \frac{[H][H]}{[H^2]}; \quad P_B = [H^2] - \frac{[H][H]}{n},$$

где  $[vv]$  — сумма квадратов остаточных погрешностей;

$n$  — число условных уравнений;

$k$  — число неизвестных, равное 2;

$P_A$  — вес определения  $A$ ;

$P_B$  — вес определения  $B$ ;

$m_0$  — средняя квадратическая ошибка одного измерения;

$m_A$  — средняя квадратическая ошибка определения  $A$ .

$m_B$  — средняя квадратическая ошибка определения  $B$ .

В табл. 1 приведены данные, характеризующие в среднем численные значения и точность полученных величин.

Таблица 1

Средние значения величин  
 $A, B, m_0, m_A, m_B$

$A$	$m_A$	$B$	$m_B$	$m_0$
-13,9	$\pm 2,4$	+0,1061	$\pm 0,0043$	+2,71

Результаты вычислений показывают, что коэффициент  $B$  изменяется мало и в среднем равен коэффициенту редукции Буге с плотностью  $\sigma = 2,53$ .

Здесь важно отметить, что при составлении гравиметрической карты средняя плотность пород, слагающих рельеф в данной области, выведенная из многочисленных денситометрических измерений, принята равной 2,5.

В табл. 2 показаны фактическое и теоретическое распределение частот появления  $B$  различной величины.

Таблица 2  
Распределение коэффициента  $B$  по величине

Интервалы	Количество коэффициентов (фактич.)	Количество коэффициентов (теоретич.)
0,0800—0,0850	1	0
0,0851—0,0900	1	1
0,0901—0,0950	5	6
0,0951—0,1000	17	18
0,1001—0,1050	35	34
0,1051—0,1100	39	38
0,1101—0,1150	30	26
0,1151—0,1200	6	10
0,1201—0,1250	1	3
0,1251—0,1300	1	1
0,1301—0,1350	1	0
Итого	137	137

Теоретическое распределение частот вычислено в соответствии с нормальным законом. Проверка нормальности фактического распределения с помощью критерия Колмогорова показала, что фактическое распределение несущественно отличается от нормального.

Следовательно, можно заключить, что коэффициент  $B$  есть не что иное, как коэффициент редукции Буге, равный  $2\pi f\sigma$ , где  $f$  — постоянная тяготения;  $\sigma$  — средняя плотность горных пород. Отклонения от среднего случайны, как случайно распределение аномальных масс, вызывающих это отклонение. Таким образом, аномалию Фая можно представить так:

$$\Delta g_F = A + 0.1061 H \quad (2)$$

или в общем виде:

$$\Delta g_F = A + 2\pi f\sigma H. \quad (2')$$

Что касается величины  $A$ , то она может быть истолкована как средняя на участке аномалия в неполной топографической редукции, с учетом распределения аномальных масс.

Для выяснения связи  $A$  с высотой были построены графики зависимости  $A$  от средней высоты участка и от средней высоты местности в радиусах 50, 100, 167 км (рис. 2).

Средние высоты определялись по карте масштаба 1 : 700000. Коэффициенты корреляции, вычисленные для этих зависимостей, оказались соответственно равными:

$$r_1 = -0,80; \quad r_2 = -0,91; \quad r_3 = -0,61; \quad r_4 = -0,42.$$

Очевидно, наиболее тесная связь существует между значениями  $A$  и высотами, осредненными в радиусе 50 км.

Составив условные уравнения вида

$$A = A' + B'H$$

и решив их по способу наименьших квадратов, получим:

$$A = 56,3 - 0,1065 H,$$

причем  $m_0 = \pm 7,5$ ,  $m_{A'} = \pm 4,2$ ,  $m_{B'} = \pm 0,0041$ . (3)

В общем виде эту зависимость можно записать так:

$$A = A' - 2\pi f \sigma H, \quad (3')$$

где  $A'$  — некоторая постоянная для определенного района величина;

$H$  — средняя высота в пределах некоторого радиуса.

Подставив (3) в (2), получим для изучаемой области

$$\Delta g_F = 56,3 + 0,106 (H - \bar{H}) \quad (4)$$

или в общем виде

$$\Delta g_F = A' + 2\pi f \sigma (H - \bar{H}). \quad (4')$$

Возможность представить аномалии Фая в виде (4) была нами использована для интерполяции аномалий. Для этого во всей области было выбрано 8 гравиметрических пунктов, равномерно размещенных по всей территории. Эти пункты были использованы для вычисления интерполяционной формулы вида (4) и для составления гравиметрической карты в редукции Буге. Величина  $2\pi f \sigma$  принята равной 0,10.

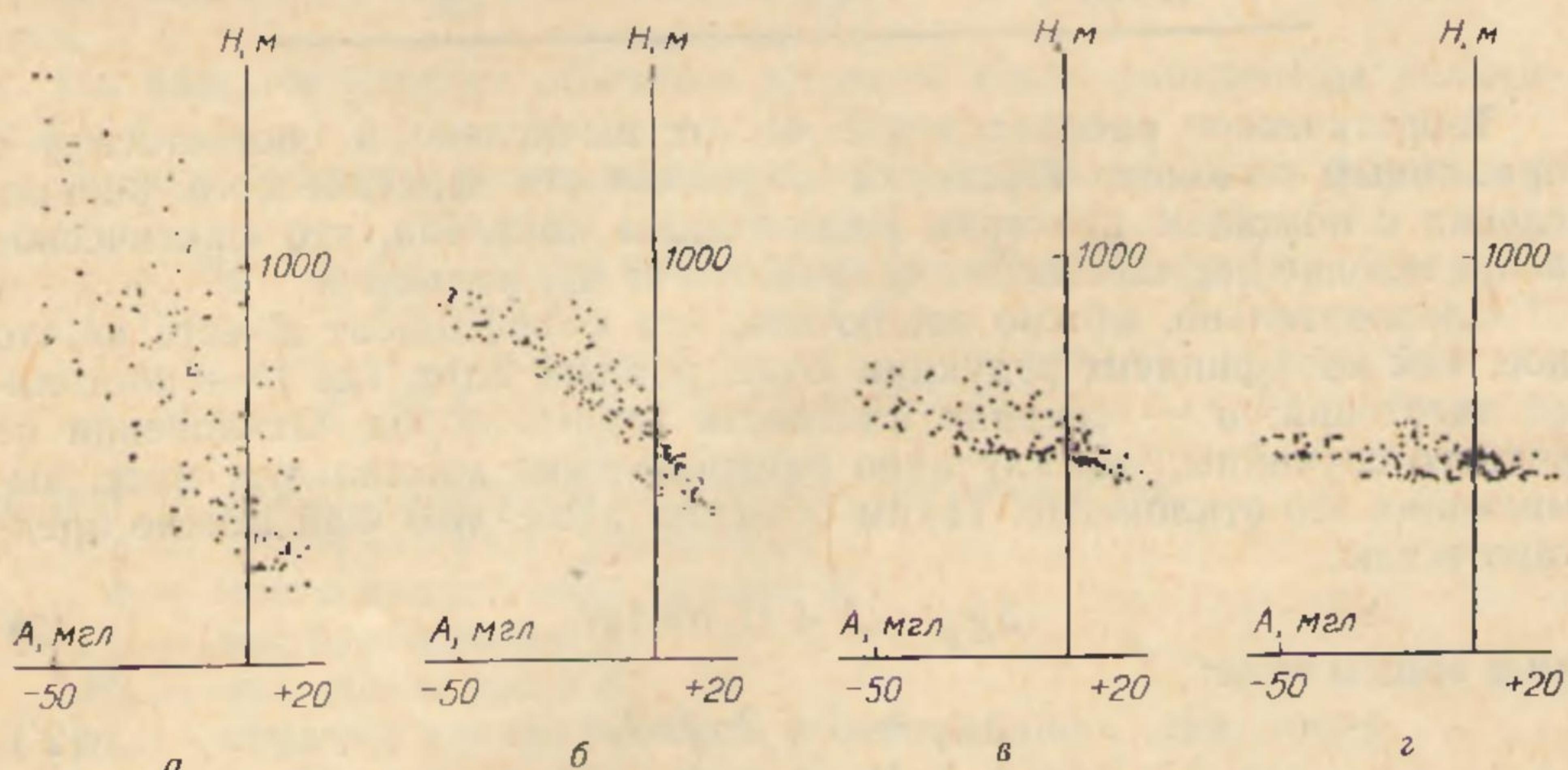


Рис. 2. Зависимость  $A$  от средней высоты:

а — участка; б — в радиусе 50 км; в — в радиусе 100 км; г — в радиусе 167 км.

Затем в 50 пунктах области выполнено интерполирование аномалий Фая двумя способами: косвенным способом при помощи аномалий Буге и по интерполяционной формуле.

Средние квадратические ошибки интерполяции получились соответственно равными:

$$m_1 = \pm 8,3, \quad m_2 = \pm 5,4.$$

Сравнение дисперсий обоих способов с помощью критерия Фишера [10]

$$F = \frac{m_1^2}{m_2^2}$$

позволяет сделать вывод, что различие между ними значимо при уровне значимости 0,01.

Вывод о том, что при правильном подходе к вычислению высотных коэффициентов их величина близка к  $2\pi f\sigma$  может найти применение в вопросе о представительстве аномалий силы тяжести.

Как известно, иногда возникает необходимость определения средних аномалий Фая для некоторых площадей. Зависимость аномалий от высот играет важную роль в этом вопросе, так как вследствие неравномерности расположения гравиметрических пунктов на земной поверхности среднее из высот пунктов не соответствует средней высоте местности и поэтому среднее из аномалий не соответствует гравиметрической характеристике, которая получалась бы, если бы гравиметрические пункты равномерно покрывали всю область.

Чтобы приблизиться к этой характеристике, выполняют приведение к средней высоте рельефа [4, 6]. Существует несколько способов приведения к средней высоте.

С. В. Евсеевым [3] было предложено осуществлять приведение с постоянным коэффициентом, равным  $2\pi f\sigma$ . И. Д. Жонголович [6] выполнял приведение с высотными коэффициентами, вычисленными из любой совокупности пунктов.

Для выяснения этого вопроса в горной области, равномерно покрытой гравиметрической съемкой, было выделено 48 участков различной площади, на которых половина пунктов, находящихся на высоких местах, исключалась из обработки. Таким образом, было искусственно создано положение, существующее во многих горных районах.

Оставшиеся пункты были использованы для приведения к средней высоте при помощи вычисляемых высотных коэффициентов и с постоянным, равным  $2\pi f\sigma = 0,10$ . Средние аномалии, вычисленные двумя способами сравнивались затем со средней аномалией, полученной как простое среднее из всех пунктов, находящихся на данной площади.

Дисперсии отклонений составляют соответственно:

$$m_1^2 = 334,89, \quad m_2^2 = 123,21.$$

Применяя критерий Фишера можно заключить, что расхождение между ними не является случайным. Следовательно, приведение к средней высоте лучше производить с постоянным высотным коэффициентом, равным  $2\pi f\sigma$ .

## ВЫВОДЫ

1. Коэффициенты зависимостей аномалий Фая и Буге от высот весьма близки к выражениям соответственно  $+2\pi f\sigma$  и  $-2\pi f\sigma$ , где  $f$  — постоянная тяготения;  $\sigma$  — средняя плотность горных пород.

Это позволяет представить аномалию Фая в виде:

$$\Delta g_F = A' + 2\pi f\sigma (H - \bar{H}),$$

где  $A'$  — некоторая постоянная для данной области величина;

$H$  — высота пункта;

$\bar{H}$  — средняя высота местности в некотором радиусе вокруг пункта (в нашем случае в радиусе 50 км).

2. Использование этой формулы для интерполяции аномалий дает лучшие результаты по сравнению с косвенным методом по Буге примерно в 1,5 раза.

3. Приведение аномалий Фая к средней высоте рельефа вернее выполнять с постоянным высотным коэффициентом равным  $2\pi f\sigma$ . Работа выполнена под руководством С. В. Евсеева.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Грушинский Н. П. О связи поверхности Мохоровичча с рельефом и аномалиями силы тяжести. Сообщ. Госастрон. ин-та им. П. К. Штернберга, № 119. Изд-во МГУ, 1961.
2. Грушинский Н. П. Анализ зависимости аномалий океанических областей от глубины. Вестн. Моск. ун-та сер. астр. физика, математика, № 5, 1960.
3. Евсеев С. В. Аномалии силы тяжести в Средней Азии. Бюллетень астроном. ин-та № 51, Л., 1941.
4. Евсеев С. В. О некоторых закономерностях гравитационного поля Земли и их значение для геодезии и геофизики. Изд-во АН УССР, Киев, 1957.
5. Евсеев С. В. Закономерности гравитационного поля Земли и изостазия. Сб. Доклады советских геологов МГК XXII сессия. М., 1964.
6. Жонголович И. Д. Внешнее гравитационное поле и фундаментальные постоянные, связанные с ним. Тр. ин-та теоретической астрономии, вып. III, М., 1952.
7. Таранов В. А. Зависимость аномалий силы тяжести от высоты при вы воде средних гравиметрических характеристик больших площадей. Тр. Центр. н.-и. ин-та геод., аэросъемки и картографии, вып. 145. М., 1962.
8. Фролов А. И. Зависимость гравитационных аномалий от высот в Антарктиде. Изв. АН СССР, сер. физика Земли, № 3, 1965.
9. Фролов А. И. Связь между глубиной поверхности Мохоровичча, гравитационными аномалиями и рельефом. Изв. АН СССР, сер. физика Земли, № 7, 1965.
10. Романовский В. И. Математическая статистика. ГОНТИ, М.—Л., 1938.

Работа поступила  
16 ноября 1966 г.