

В. Л. ГУТКИН

## УВЯЗКА КООРДИНАТ И ВЫСОТ ФОТОТЕОДОЛИТНЫХ ТОЧЕК ПО СВЯЗУЮЩИМ ТОЧКАМ

Процесс увязки координат и высот фототеодолитных точек необходим при камеральной обработке материалов наземной съемки и завершает весь комплекс работ по плано-высотной подготовке аэроснимков методом наземной стереофотограмметрии. Цель этого процесса — устранение в той или иной степени остаточного влияния большинства ошибок, возникающих при фототеодолитной съемке, и приведение координат и высот точек, полученных с разных базисов фотографирования при нормальном и отклоненных случаях съемки в единую систему, максимально близкую к геодезической. Он состоит из увязки координат и высот по связующим точкам, общим для разных случаев съемки одного базиса, по точкам, общим для разных базисов, и по геодезическим точкам на фототеодолитных снимках.

Принципиально решение задачи может основываться на том, что ряд ошибок, действуя систематически на координаты точек одной стереопары или отдельного базиса, носит случайный характер при совместной обработке нескольких стереопар или базисов фотографирования.

Увязка по связующим точкам, являясь частью полного процесса увязки, решает задачу уменьшения влияния ошибок, действующих систематически на координаты точек, полученных на одной стереопаре данного базиса фотографирования.

К таким ошибкам можно отнести ошибки определения мест нулей шкал стереокомпаратора, неточное знание положения фотопластины в кассете фотокамеры в момент экспонирования, остаточное влияние элементов внешнего ориентирования из-за неточного измерения теодолитом горизонтальных и вертикальных углов на точки контрольных направлений и из-за ошибок опознавания этих точек на фототеодолитных негативах в процессе измерений на стереокомпараторе, а также ошибки из-за неточного ориентирования теодолита и камеры относительно противоположного конца базиса фотографирования.

Эти ошибки в конечном счете приводят к введению неверных поправок в измеренные прямоугольные координаты фототеодолитных точек.

В подтверждение сказанного в плоские прямоугольные координаты 85 связующих точек были введены поправки за нарушение элементов ориентирования, а затем вычислены их пространственные координаты и высоты для смежных случаев съемки.

По разностям двойных измерений была произведена оценка точности. При этом получены следующие средние квадратические ошиб-

ки:  $m_{x,y} = \pm 6,4$  м,  $m_H = \pm 1,3$  м, свидетельствующие о весьма существенном влиянии указанных ошибок.

Очевидно, что при совместной обработке нескольких стереопар одного базиса они будут иметь случайный характер.

Увязка координат по связующим точкам может быть выполнена при условии, что угол  $\varphi$  между оптическими осями фотокамеры при нормальном и отклоненном случаях съемки должен соответствовать заданному его значению.

Пусть угол между оптической осью камеры и направлением на точку, определенный по негативам нормального случая съемки будет  $t_N$ , а по негативам отклоненного случая  $t_{L,R}$ , тогда в идеальном случае должно быть соблюдено равенство  $\varphi = |t_N| + |t_{L,R}|$ , где  $\varphi = \text{const}$ . Практически же мы имеем:  $\varphi - (|t_N| + |t_{L,R}|) = \Delta\varphi$ , причем невязка  $\Delta\varphi$  обусловлена двумя ошибками: в угле  $t_N - \Delta t_N$  и в угле  $t_{L,R} - \Delta t_{L,R}$ .

В производстве при обработке фототеодолитной съемки аналитическим методом часто выбирают на стереопаре нормального случая съемки две точки контрольных направлений, а на стереопарах левого и правого случаев — по одной. Поэтому угол  $t_N$ , определяемый по ординате  $x_N$ , исправляется за нарушение элементов внешнего ориентирования по двум контрольным направлениям, а угол  $t_{L,R}$ , вычисляемый по координате  $x_{L,R}$ , исправляется по одному контрольному направлению. Считая, что все перечисленные выше ошибки возможны как при нормальном, так и отклоненных случаях съемки, запишем:

$$\Delta t_N = \frac{\Delta t_{L,R}}{\sqrt{2}} \text{ или } 1,5 \Delta t_N \simeq \Delta t_{L,R}. \quad (1)$$

Это условие можно распространить и на измеренные координаты  $x_N$  и  $x_{L,R}$ , так как  $x_i = f_k \text{tg } t_i$ , а углы  $t_i$  для связующих точек примерно одинаковы. Это обстоятельство может послужить основой для ослабления указанных ошибок до вычисления пространственных координат.

Пусть исправленное за нарушение элементов ориентирования значение абсциссы связующей точки на негативе нормального случая съемки —  $x_N$ , тогда на негативе отклоненного случая будет:

$$x_{L,R} = f_k \text{tg} (\varphi - t_N),$$

где

$$t_N = \text{arc tg } \frac{x_N}{f_k}.$$

Однако, вследствие влияния указанных ошибок, измеренное и исправленное за нарушение элементов ориентирования значение  $x_{L,R}$  не будет соответствовать вычисленному, а разность их даст невязку:

$$\Delta x = x_{L,R \text{ изм}} - x_{L,R \text{ выч}}.$$

Распределив ее таким образом, чтобы

$$\Delta x_N + \Delta x_{L,R} = \Delta x$$

и

$$1,5 \Delta x_N = \Delta x_{L,R}$$

найдем

$$\Delta x_N = \frac{\Delta x}{2,5},$$

$$\Delta x_{L,R} = \frac{3}{5} \Delta x. \quad (2)$$



Если полученные значения  $\Delta x_N, \Delta x_{L,R} \leq \pm 0,15$  мм, то поправку можно считать постоянной для всех точек стереопары. В случае же больших значений абсциссы точек исправляются на величину, определенную по формуле

$$\delta x_i = \left( f_k + \frac{x_i^2}{f_k} \right) \Delta \varphi,$$

где  $\Delta \varphi$  — вычисляется по невязкам на связующих точках, вычисленным по формулам (2) \*.

Условие постоянства угла  $\varphi$  можно выполнить и после вычисления пространственных координат точек, полученных при нормальном и отклоненном случаях съемки. Известно, что

$$Y_N = f_k \frac{B_0}{p_N} \text{ — для нормального случая съемки,}$$

$$Y_{L,R} = f_k \frac{B_0}{p_{L,R}} \cdot k \text{ для съемки с равноотклоненными оптическими осями,}$$

$$k = \frac{f_k \cos \varphi \pm x_n \sin \varphi}{f_k}.$$

Остаточные ошибки в абсциссах вызовут соответствующие ошибки в параллаксах, тогда

$$\Delta Y_N = f_k \frac{B_0}{p_N^2} \cdot \Delta p_N, \text{ а } \Delta Y_{L,R} = f_k B_0 \frac{p_{L,R} \cdot \Delta k + k \Delta p_{L,R}}{p_{L,R}^2},$$

полагая для связующих точек  $p_N \approx p_{L,R}$  и разделив одно на другое, получим

$$\frac{\Delta Y_N}{\Delta Y_{L,R}} = \frac{\Delta p_N}{k \Delta p_{L,R} + p_{L,R} \Delta k};$$

Подсчет показывает, что второй член знаменателя значительно меньше первого \*\*, поэтому, пренебрегая им, получим:

$$\frac{\Delta Y_N}{\Delta Y_{L,R}} = \frac{\Delta p_N}{k \cdot \Delta p_{L,R}} \quad (3)$$

По аналогии с (1) и (2), запишем

$$\frac{\Delta Y_N}{\Delta Y_{L,R}} = \frac{\Delta p_N}{k \cdot 1,5 \Delta p_N} = \frac{1}{1,5k} \text{ и } 1,5 \Delta Y_N \cdot k \approx \Delta Y_{L,R},$$

полагая для связующих точек  $k$  весьма близким к единице, можно считать

$$\Delta Y_N \approx \frac{\Delta Y}{2,5},$$

$$\Delta Y_{L,R} \approx \frac{3}{5} \Delta Y, \quad (4)$$

где  $\Delta Y$  — невязка на связующей точке.

\* Гельман Р. Н. Еще о вычислении поправок  $\delta x$  и  $\delta p$  по контрольным направлениям при наземной стереофотограмметрической съемке «Геодезия и картография», № 12, 1964. Гуткин В. Л. Из опыта обработки материалов фототеодолитной съемки, «Геодезия и картография», № 11, 1963.

\*\* При  $\Delta x = 0,1$  мм  $\Delta k = \frac{\Delta x \sin \varphi}{f_k} = 0,00025$   $\Delta p = 0,1$  мм и  $p \cdot \Delta k = 0,005$  мм,  $k = 1$ ,  $p = 20$  мм а  $k \cdot \Delta p = 0,1$  мм.

Поправки в координаты остальных точек стереопары могут быть вычислены на основании следующего:

а) Для нормального случая съемки

$$Y_{св} = f_k \frac{B_0}{p_{св}}, \quad \Delta Y_{св} = f_k \frac{B_0}{p_{св}^2} \Delta p_{св}, \quad (5)$$

$$Y_i = f_k \frac{B_0}{p_i}, \quad \Delta Y_i = f_k \frac{B_0}{p_i^2} \Delta p_i$$

или

$$Y_i p_i = Y_{св} p_{св}$$

и

$$p_i = \frac{Y_{св}}{Y_i} p_{св}. \quad (6)$$

Несложный расчет показывает, что при отстояниях связующей и  $i$ -й точек порядка 8000 м и  $p_{св} = 15$  мм, изменение  $Y_i$  на  $\pm 5$  м вызывает изменение в  $p_i$  на величину, меньшую 0,01 мм. Влияние остаточных ошибок практически не превосходит величины  $\pm 5-7$  м (точность вычисления координат фототеодолитных точек из многочисленных источников  $\pm 5,5$  м — 7,5 м), поэтому считая  $Y_i$  неизменным, можно записать

$$\Delta p_i = \frac{Y_{св}}{Y_i} \Delta p_{св},$$

но из формул (5)

$$\Delta p_{св} = p_{св} \frac{\Delta Y_{св}}{Y_{св}},$$

тогда ошибка в параллаксе  $i$ -й точки, определенная по ошибке на связующей точке выразится формулой

$$\Delta p_i = \frac{Y_{св}}{Y_i} p_{св} \frac{\Delta Y_{св}}{Y_{св}} = \Delta Y_{св} \frac{p_{св}}{Y_i} \quad (7)$$

или на основании формул (5)

$$\Delta Y_i = \Delta Y_{св} \frac{p_{св}}{p_i}, \quad (8)$$

аналогично

$$\Delta X_i = \Delta X_{св} \frac{p_{св}}{p_i}.$$

б) Для съемки с равномерно отклоненными оптическими осями

$$Y_{св} = f_k \frac{B_0}{p_{св}} k_{св}, \quad \Delta Y_{св} = f_k \frac{B_0}{p_{св}^2} \cdot k_{св} \cdot \Delta p_{св}^*, \quad (9)$$

$$Y_i = f_k \frac{B_0}{p_i} k_i, \quad \Delta Y_i = f_k \frac{B_0}{p_i^2} \cdot k_i \Delta p_i,$$

то есть

$$\frac{Y_{св} p_{св}}{k_{св}} = \frac{Y_i p_i}{k_i},$$

или

$$p_i = \frac{Y_{св} p_{св} \cdot k_i}{Y_i k_{св}}.$$

\* При изменении  $K$  на 0,00025 из-за ошибки в  $x$  равной  $\pm 0,1$  мм, отстояние меняется на  $\sim 1$  м. Следовательно, ошибкой  $\Delta k$  в формулах (9) можно пренебречь.

Невязка на связующей точке обусловлена ошибкой в параллаксе  $\Delta p_{св}$ , которая в свою очередь характеризует ошибку в параллаксе  $i$ -й точки

$$\Delta p_i = \frac{Y_{св} k_i}{Y_i k_{св}} \cdot \Delta p_{св},$$

но из (9)

$$\Delta p_{св} = \frac{\Delta Y_{св}}{Y_{св}} p_{св},$$

тогда

$$\Delta p_i = \frac{Y_{св}}{Y_i} \cdot \frac{k_i}{k_{св}} \cdot \frac{\Delta Y_{св}}{Y_{св}} \cdot p_{св} = \Delta Y_{св} \frac{k_i}{k_{св}} \cdot \frac{p_{св}}{Y_i}$$

или

$$\Delta Y_i = \frac{Y_i \Delta p_i}{p_i} = \Delta Y_{св} \frac{p_{св}}{p_i} \cdot \frac{k_i}{k_{св}}, \quad (10)$$

аналогично

$$\Delta X_i = \Delta X_{св} \frac{p_{св}}{p_i} \cdot \frac{k_i}{k_{св}}.$$

Переходя к решению задачи для отметок точек заметим, что превышение любой точки над станцией фотографирования определяется формулами

$$h_N = z_N \frac{B_0}{p_N} \quad \text{— для нормального случая съемки;}$$

$$h_{L,R} = z_{L,R} \frac{B_0}{p_{L,R}} \cdot k \quad \text{— для отклоненного случая съемки.}$$

Очевидно, что превышения  $h_N$  и  $h_{L,R}$  для связующих точек, общих для нормального и отклоненного случаев съемки, должны быть равны. Однако из-за остаточных ошибок

$$h_N - h_{L,R} = \Delta h.$$

Причем, применяя ранее приведенные рассуждения, можно приближенно записать

$$\Delta h_{N_{св}} \simeq \frac{\Delta h}{2,5} \quad \text{и} \quad \Delta h_{L,R_{св}} = \frac{3}{5} \Delta h.$$

Поправки в превышения остальных точек могут быть получены по формулам:

для нормального случая съемки

$$\Delta h_{iN} = \Delta h_{св} \frac{p_{св}}{p_i},$$

для отклоненного случая съемки

$$\Delta h_{iL,R} = \Delta h_{св} \frac{p_{св}}{p_i} \frac{k_i}{k_{св}}. \quad (11)$$

По формулам (8), (10) и (11) на участке площадью около 2000 км<sup>2</sup> в районе Восточных Саян были введены поправки в пространственные координаты 45 фототеодолитных точек, общих для двух или трех базисов фотографирования. Поправки вычислялись на основании невя-



зок на связующих точках. Затем по разностям двойных измерений была произведена оценка точности координат, полученных до и после введения поправок (см. таблицу).

Оценка точности координат

Расстояние до точки	Колич. точек	Процент повышения точности			
		для X	для Y	для S	для H
до 6,5 км	26	+23,4%	+12,8%	+20,4%	+ 1,5%
от 6,5 до 10 км	11	—	—	—	+ 0,6
свыше 10 км	8	—	—	—	+23,3

Приведенные в таблице данные говорят о том, что предложенные формулы поправок оказывают влияние, главным образом, на плановые координаты фототеодолитных точек, что вполне объясняется природой указанных ошибок. В этом случае повышение точности координат весьма значительно и составляет около 20%.

Проведенные исследования показали, что в случае, когда точки расположены от базиса фотографирования далее 6 км, влияние ошибок, действующих систематически, на отдельной стереопаре, сказывается меньше, чем других источников ошибок (ошибок в длине базиса фотографирования, дирекционного угла и т. д.), действующих систематически на координаты точек данного базиса.

Ослабление влияния подобных ошибок должно быть осуществлено по геодезическим точкам или точкам, полученным прямой фотограмметрической засечкой\*.

Большое повышение точности высот точек, расположенных от базисов далее 10 км, несколько преувеличено из-за незначительного количества точек, взятых для оценки точности.

Таким образом, введение поправок в пространственные координаты фототеодолитных точек из-за ошибок, действующих систематически на отдельных стереопарах нормального и отклоненного случаев съемки данного базиса, в совокупности с увязкой координат по точкам, общим для разных базисов, и геодезическим точкам, целесообразно и, несомненно, ведет к повышению точности фототеодолитных работ.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гельман Р. Н. Еще о вычисления поправок  $\delta x$  и  $\delta y$  по контрольным направлениям при наземной стереофотограмметрической съемке. «Геодезия и картография», № 12, 1964.

2. Гуткин В. Л. Из опыта обработки материалов фототеодолитной съемки. «Геодезия и картография», № 11, 1963.

3. ЦНИИГАиК «Сборник рефератов», вып. 33. М., 1963.

\* ЦНИИГАиК «Сборник рефератов», вып. 33. М., 1963.

Работа поступила  
7 апреля 1967 г.