

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ КОЭФФИЦИЕНТАМИ РЕФРАКЦИИ РАЗЛИЧНЫХ НАПРАВЛЕНИЙ НАД МОРСКОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Коэффициент вертикальной рефракции над морской поверхностью изменяется в широких пределах как во времени, так и в пространстве [3], [9] и полностью зависит от распределения основных метеорологических элементов, которые формируют светопреломляющие свойства приводного слоя атмосферы.

Первичные причины, то есть совокупность атмосферных микро- и макропроцессов, определяющие оптические свойства воздушной массы, можно условно разделить на две группы: общие для всех направлений и характерные для одного направления.

В один и тот же физический момент времени следует предположить, что факторы второй группы будут несущественны. При этом должна существовать некоторая функциональная зависимость между коэффициентами различных направлений. Отметим, что аналогичные исследования над сушей [5] и [10] дали положительные результаты и позволили найти эмпирическую зависимость, а также предложить методику определения коэффициента рефракции любого направления по коэффициенту эталонного направления.

При определении связи коэффициентов различных направлений над морской поверхностью сразу же возникает вопрос о стратификации приводного слоя. При этом, на первый взгляд, следует ожидать различную зависимость. Однако, как показали исследования [1], [4], [6] и [7], в условиях приводного слоя атмосферы независимо от стратификации (нормальная, инверсионная), кроме изотермической, абсолютная

Таблица 1

Средние почасовые значения коэффициентов вертикальной рефракции за весь период наблюдений в Кандалакшском заливе (Белое море)

Время наблюдения	Остров О			Остров Б		Берег К		
	Б ₁	Б ₂	К	О	К	О	Б ₁	Б ₂
7	0,341	0,302	0,292	0,304	0,271	0,268	0,264	0,252
8	0,302	0,264	0,261	0,270	0,258	0,232	0,226	0,225
9	0,288	0,251	0,250	0,260	0,233	0,228	0,221	0,218
10	0,276	0,245	0,241	0,255	0,240	0,226	0,223	0,216
11	0,301	0,253	0,250	0,261	0,241	0,234	0,231	0,221
12	0,329	0,281	0,285	0,291	0,262	0,256	0,250	0,242
13	0,378	0,319	0,308	0,336	0,294	0,271	0,263	0,257
14	0,419	0,358	0,349	0,361	0,324	0,297	0,289	0,282
15	0,442	0,383	0,374	0,396	0,339	0,326	0,311	0,303
16	0,501	0,409	0,397	0,412	0,355	0,342	0,334	0,321
17	0,525	0,431	0,427	0,439	0,388	0,358	0,352	0,332
18	0,506	0,425	0,415	0,432	0,372	0,352	0,342	0,336
19	0,498	0,413	0,403	0,421	0,358	0,341	0,339	0,332
20	0,475	0,394	0,387	0,406	0,364	0,321	0,320	0,315
Среднее	0,399	0,338	0,331	0,346	0,307	0,289	0,283	0,275

где i — количество определений коэффициентов рефракции по каждому направлению ($i=98$); j — количество наблюдаемых направлений ($j=8$).

Оценивая связь между коэффициентами различных направлений путем вычисления коэффициента корреляции всевозможных пар системы (2), составим нормированную корреляционную матрицу вида

$$\|r_{jj}\| = \begin{vmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & \dots & r_{1j} \\ & r_{22} & r_{23} & \dots & r_{2j} \\ & & r_{33} & \dots & r_{3j} \\ & & & \dots & \\ & & & & r_{jj} \end{vmatrix}, \quad (3)$$

элементами которой являются вышеуказанные коэффициенты корреляции. Коэффициенты корреляции являются мерой тесноты линейной связи и вычисляются по формуле

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (K_{ji} - \bar{K}_{j*})(K_{ji} - \bar{K}_{j*})}{(n-1) \tau(K_j) \tau(K_j)}, \quad (4)$$

где $\bar{K}_{j*} = \frac{\sum_{i=1}^n K_{ji}}{n}$ — среднее арифметическое величин K_{ji} , или оценка

математического ожидания K_j по j -му направлению; $\tau(K_j)$ — эмпирическое среднее квадратическое отклонение (стандарт K) по j -му направлению; n — число наблюдений.

Величины $\tau(K_j)$ находим из формулы

$$\tau(K_j) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (K_{ji} - \bar{K}_{j*})^2}{n-1}}. \quad (5)$$

При использовании этого математического аппарата, естественно, возникает вопрос: с какой надежностью вычисляется само значение коэффициента корреляции и при каком минимальном значении еще можно считать связь существующей.

При числе наблюдений $n \geq 50$ В. И. Романовский [8] рекомендует для средней квадратической ошибки коэффициента корреляции применять формулу

$$\tau(r) \approx \frac{1-r^2}{\sqrt{n}}. \quad (6)$$

Связь считается установленной, если выполняется условие

$$|r| \geq 3\tau(r). \quad (7)$$

На основании изложенного выше проанализируем результаты обработки экспериментального материала, приведенного в табл. 2, где даны значения коэффициентов корреляции между коэффициентами рефракции различных направлений, существенно различающихся по расстоянию, условиям прохождения визирного луча и пространственной ориентации над морской поверхностью; приводятся средние квадратические ошибки коэффициента корреляции, которые показывают, что корреляционная связь считается установленной, так как во всех случаях выполняется условие (7).

Таблица 2

Нормированная корреляционная матрица по результатам экспериментальных исследований в зоне заполярного континентального шельфа

№ направления	Остров О			Остров Б		Берег К		
	Б ₁	Б ₂	К	О	К	О	Б ₁	Б ₂
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	I	0,752 0,044	0,879 0,023	0,822 0,032	0,767 0,041	0,668 0,055	0,675 0,054	0,568 0,068
2		I	0,780 0,039	0,632 0,060	0,565 0,068	0,764 0,042	0,797 0,036	0,699 0,051
3			I	0,700 0,051	0,706 0,050	0,788 0,038	0,773 0,040	0,671 0,055
4				I	0,948 0,010	0,540 0,071	0,481 0,077	0,329 0,089
5					I	0,586 0,066	0,500 0,075	0,344 0,088
6						I	0,971 0,006	0,841 0,029
7							I	0,923 0,015
8								I
Средняя и эквивалентная высота, м	7,0/5,3	14,8/9,2	16,2/9,9	7,0/8,8	19,7/15,1	16,2/22,6	19,7/24,4	27,5/28,3

Результаты вычислений позволяют утверждать, что несмотря на существенные различия в условиях прохождения визирного луча, существует хорошая корреляционная связь между коэффициентами рефракции различных направлений над морской поверхностью. Главным фактором, определяющим эту зависимость, является эквивалентная

высота визирного луча. Поэтому чем ближе направление по эквивалентным высотам, тем больше коэффициенты корреляции. Такое обстоятельство может быть объяснено тем, что светопреломляющие свойства приводного слоя полностью определяются вертикальным распределением основных метеоэлементов и их вертикальных градиентов. При этом различие направлений в расстоянии и пространственное удаление друг от друга не является существенным.

Указанные выше выводы позволяют нам отыскать функциональную связь между коэффициентами рефракции различных направлений при любых погодных условиях, считая основными аргументами связи коэффициент эталонного направления и эквивалентные высоты наблюдаемых направлений. Эту связь находим, что особенно важно, без привлечения градиентных измерений.

Учитывая логарифмический закон изменения основных метеорологических элементов и их градиентов, функциональная связь между коэффициентами двух направлений может быть записана формулой

$$K = K(P, T, \gamma = 0) + [K_{\text{эт}} - K(P, T, \gamma = 0)] \cdot \frac{\lg h_{\text{э.эт}}}{\lg h_{\text{э}}}, \quad (8)$$

где $K(P, T, \gamma = 0) = K_{\text{норм}} = 22,87 \frac{P}{T^2}$ — нормальное значение коэффициента рефракции при заданном давлении, температуре и нулевом вертикальном температурном градиенте; $K_{\text{эт}}$ — коэффициент рефракции эталонного направления; $h_{\text{э.эт}}$ — эквивалентная высота эталонного направления; $h_{\text{э}}$ — эквивалентная высота направления, коэффициент рефракции которого определяется.

Из уравнения (8) следует, что если аномалия коэффициента эталонного направления (выражение в квадратных скобках) принимает нулевые значения, то коэффициенты других направлений не зависят от высоты визирного луча и их величины равны нормальному значению коэффициента вертикальной рефракции. В этом случае в приводном слое существует изотермическая стратификация. При других же стратификациях аномалии коэффициентов обратно пропорциональны логарифмам эквивалентных высот.

На основании изложенного выше возникает принципиальная возможность определения коэффициента вертикальной рефракции любого направления при условии знания коэффициента вертикальной рефракции другого (эталонного) направления и эквивалентных высот этих направлений.

Проведем оценку точности и установим технические возможности предлагаемого способа определения коэффициента вертикальной рефракции на этом же экспериментальном материале (табл. 3). В качестве эталонного возьмем направление О—Б₁ с наименьшей эквивалент-

Таблица 3

Оценка точности определения коэффициента рефракции по коэффициенту эталонного направления

Ошибки определения коэффициента рефракции	Остров О			Остров Б		Берег К		
	Б ₁	Б ₂	К	О	К	О	Б ₁	Б ₂
Ср. кв. ошибка определения K по формуле (8)	—	0,013	0,017	0,012	0,021	0,016	0,024	0,028
Относительная ср. кв. ошибка, %	—	3,9	5,2	3,5	6,9	5,6	8,5	8,2

ной высотой. Коэффициенты вертикальной рефракции других направлений будем определять по формуле (8) и сравнивать с их значениями, полученными общеизвестным геодезическим методом по измеренным зенитным расстояниям.

Отметим, что коэффициенты рефракции определяемых направлений и принятого за эталонный полностью «независимы»: коэффициенты получены по результатам измерения в разных точках, разными инструментами и наблюдателями, но в один физический момент времени.

Таким образом, определение коэффициента вертикальной рефракции по коэффициенту эталонного направления над морской поверхностью по формуле (8) характеризуется относительной средней квадратической ошибкой 4—8% и находится на уровне точности определения коэффициента существующим геодезическим методом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Будыко М. И. Распределение метеорологических элементов в приземном слое воздуха. — Изв. АН СССР, 1946, № 4.
2. Гайдаев П. А., Большаков В. Д. Теория математической обработки геодезических измерений. М., «Недра», 1969.
3. Казанский К. В. Земная рефракция над обширными водными поверхностями. Л., Гидрометеоздат, 1966.
4. Кузьмин П. П. О вертикальном градиенте скорости ветра, температуры и влажности воздуха над морем. — «Тр. ГГИ», 1941, вып. 11.
5. Мигаль Н. К., Хижак Л. С. Исследования стохастической зависимости между коэффициентами рефракции различных направлений. — «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», 1973, вып. 18.
6. Огнева Т. А. О распределении метеоэлементов над водоемами. — «Тр. ГГО», 1957, вып. 59(122).
7. Преображенский Л. Ю. Расчет коэффициента турбулентного обмена в приповерхностном слое воздуха над морем. — «Физика атмосферы и океана», 1969, № 5.
8. Романовский В. И. Применение математической статистики в опытном деле. М.—Л., Гостехиздат, 1947.
9. Глусятк Б. Т. Исследования закономерностей изменения коэффициента земной рефракции в прибрежной зоне больших водных поверхностей. — «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», 1974, вып. 20.
10. Хижак Л. С. Определение эмпирической зависимости между коэффициентами рефракции различных направлений. — «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», 1973, вып. 18.