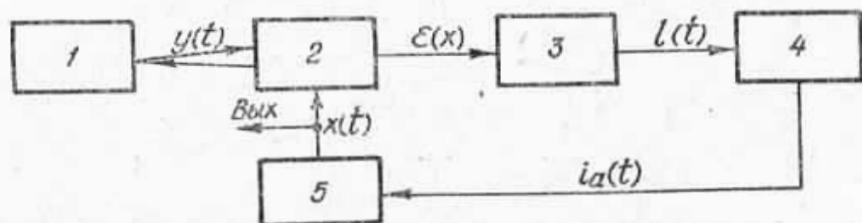


СЛЕДЯЩАЯ УГЛОИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ СИСТЕМА (ВОПРОСЫ ОПТИМИЗАЦИИ ПАРАМЕТРОВ)

В настоящее время актуальной проблемой является разработка инженерно-геодезических систем (ИГИС) для измерения геодезических координат стохастически перемещающихся объектов. Поскольку геодезические координаты объекта будут меняться случайным образом, ИГИС необходимо проектировать для ведения непрерывных измерений в реальном масштабе времени и она долж-



Функциональная схема ИГИС для измерения углового положения объекта:

1 — мишень, расположенная на объекте, на которую падает и отражается излучаемый системой лазерный пучок; 2 — измерительное устройство, обрабатывающее входной сигнал $y(t)$ об угловом положении объекта и выходящий сигнал $x(t)$, снимаемый с рабочей меры системы, и формирующее сигнал рассогласования (разностный сигнал $e(t) = y(t) - x(t)$ об угловом положении объекта); 3 — преобразователь информации об угловом положении объекта в электрический сигнал $e(t)$; 4 — усилитель, выходящий сигнал $i_a(t)$ которого — ток управления электродвигателем привода; 5 — электропривод с редуктором и вращаемая им рабочая мера системы, с которой снимается информация о значении угла поворота (выходной сигнал $x(t)$).

на быть оптимальной для заданных условий измерений. При этом критерием оптимальности следует выбрать критерий минимума средней квадратической погрешности, который широко применяется в геодезии как универсальный [1].

Покажем порядок оптимизации однокоординатной системы. В качестве примера возьмем ИГИС, измеряющую угловое положение объекта посредством определения отклонения отраженного от него лазерного пучка, поступающего на объект от системы. Функциональная схема такой ИГИС показана на рисунке.

При смещении объекта измерительное устройство вырабатывает сигнал рассогласования, который система стремится свести к нулю. Поворот рабочей меры дает информацию об угловом положении объекта.

Если производить измерение сигнала (в нашем случае угла), изменяющегося случайным образом, итоговая погрешность измерений будет определяться ошибкой измерений в стационарных условиях и ошибкой слежения, вызванной инерционностью ИГИС. Тогда для средней квадратической погрешности $\varepsilon_{\text{угл}}$ оптимизируемой ИГИС можно записать [4]

$$\varepsilon_{\text{угл}} = \varepsilon_{\text{угл}}(W, S_{y_{\text{угл}}}, S_{N_{\text{угл}}}),$$

где W — передаточная функция разомкнутой системы; $S_{y_{\text{угл}}}$, $S_{N_{\text{угл}}}$ — спектральные плотности «сигнала» (значения угла) и «помехи» (ошибки геодезических измерений в стационарных условиях).

В большинстве случаев для произвольно перемещающегося объекта функция значения угла не является стационарной случайной функцией, зато ее производную можно считать стационарной. Поэтому для расчета воспользуемся формулой [5]

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\text{угл}}^2 = & \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{1 - \Phi(j\omega)}{j\omega} \right|^2 S_{y_{\text{угл}}}(\omega) d\omega + \\ & + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\Phi'(j\omega)|^2 S_{N_{\text{угл}}}(\omega) d\omega, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\Phi(j\omega)$ — передаточная функция замкнутой ИГИС; $S_{y_{\text{угл}}}$ — спектральная плотность производной входного сигнала $y_{\text{угл}}$ ИГИС. В свою очередь

$$\Phi(j\omega) = W(j\omega)/(1 + W(j\omega)). \quad (2)$$

Перейдем к определению значений параметров, входящих в (1). Предварительно найдем вид передаточной функции разомкнутой ИГИС. Если измерения производить лазерным геодезическим угломером с автоматическим съемом информации [3], модифицированным для работы в режиме слежения за случайно изменяющимся углом поворота объекта, то дифференциальные уравнения и соответствующие преобразования Лапласа имеют вид:

для погрешности $\varepsilon(t) = y(t) - x(t)$;

для преобразователя информации о значении угла $e = k_0 \varepsilon$, т. е.

$e(s)/\varepsilon(s) = k_0$;

для усилителя $i_a = k_y e$, т. е. $i_a(s)/e(s) = k_y$;

для двигателя электропривода $I \frac{d^2 x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} = K_d i_a$, т. е.

$$\frac{x(s)}{i_a(s)} = \frac{k_d}{bs \left(\frac{I}{b}s + 1 \right)}$$

Здесь e — напряжение на входе усилителя; i_a — ток якоря двигателя; k_y — коэффициент усиления усилителя; I — приведенный момент инерции; b — коэффициент вязкого трения (в приведенном моменте инерции и коэффициенте вязкого трения учитывается кинематика как собственно двигателя, так и редуктора и вращающихся частей автоматического угломера. Методика расчета этих величин изложена в [2]); k_o , k_d — постоянные коэффициенты.

Тогда передаточная функция разомкнутой системы как отношение сигнала выхода к сигналу входа имеет вид

$$W(s) = \frac{x(s)}{\varepsilon(s)} = k_o k_y \frac{k_d}{bs \left(\frac{I}{b}s + 1 \right)} = \frac{k}{s(Ts + 1)}, \quad (3)$$

где

$$k = k_o k_y k_d / b; \quad (4)$$

$$T = I/b. \quad (5)$$

По формуле (2) определим передаточную функцию замкнутой системы

$$\Phi(s) = \frac{W(s)}{1 + W(s)} = \frac{k}{Ts^2 + s + k}. \quad (6)$$

Согласно [5], спектральные плотности $S_{N_{\text{угл}}}$ и $S_{\dot{y}_{\text{угл}}}$ имеют вид

$$S_{N_{\text{угл}}} = \sigma^2, \quad S_{\dot{y}_{\text{угл}}} = a^2 \frac{2\mu}{\omega^2 + \mu^2}. \quad (7)$$

Здесь σ — среднее квадратическое отклонение (статистическая геодезическая ошибка); a — среднее значение скорости углового перемещения; $\mu = 1/\tau$, где τ — среднее значение интервала времени, когда скорость изменения угла можно считать постоянной. Таким образом, τ характеризует случайный процесс (изменение геодезической координаты) в отличие от T , определяющего инерционность измерительной системы (ИГИС).

Подставляя значения $\Phi(j\omega)$, $S_{\dot{y}_{\text{угл}}}$ и $S_{N_{\text{угл}}}$ из формул (6) и (7) в (1), после вычисления интегралов, принимая $s = j\omega$, получаем:

$$\varepsilon_{\text{угл}}^2 = a^2 \frac{\mu T^2 k + \mu T + 1}{k(k + \mu + \mu^2 T)} + \frac{\sigma^2}{2} k = \frac{(\mu T + 1) a^2}{k} + \frac{(Ta)^2 \mu}{(\mu T + 1) \mu + k} + \frac{\sigma^2}{2} k. \quad (8)$$

Обыкновенно ИГИС оптимизируют, когда известны статистические характеристики «сигнала» и «помехи». Поэтому выберем

значения коэффициентов a и μ , определяющие спектральную плотность $S_{\dot{y}_{\text{угл}}}$, исходя из характера перемещения объекта. Пусть для исследуемого процесса эти коэффициенты будут $a=13''/\text{с}$; $\mu=0,1 \text{ с}^{-1}$. Известными можно считать также величины δ и τ . В частности, для системы, описанной в [3], можно принять, что средняя квадратическая погрешность измерения угла в стационарных условиях $\sigma=20''$, а величина, определяемая параметрами применяемого привода, $T=1/b=5 \text{ с}$. Тогда задача оптимизации сводится к поиску такого положительного k^* , при котором функция $\epsilon^2=\epsilon^2(k)$ будет иметь минимум. Произведя вычисления численными методами, получаем $k^*=1,75 \text{ с}^{-1}$. При этом средняя величина квадрата суммарной погрешности будет $\epsilon^2=\epsilon^2(k=1,75)=648(\text{''})^2$, а само значение средней квадратической ошибки $\epsilon=25''$.

Согласно формуле (4) коэффициент k является функцией нескольких параметров, описывающих передаточные свойства отдельных блоков ИГИС. Поэтому итоговый шаг оптимизации — выбор таких значений параметров системы, при которых коэффициент k принял бы расчетное значение. Если считать, например, что коэффициенты b , k_d и k_0 не подлежат изменению в процессе проектирования ИГИС, то из формулы (4) получим необходимо значение коэффициента усиления для оптимальной ИГИС

$$k_y = \frac{b}{k_0 k_d} k. \quad (9)$$

Отметим, что на практике не удастся синтезировать систему, передаточная функция которой была бы строго равна рассчитанной как при сборке системы, так и в течение ее эксплуатации. Поэтому дополнительно зададимся еще и целью определить такой интервал изменения параметра k , на границах которого $\epsilon^2(k)$ не будет превышать $\epsilon^2(k^*)$ более, чем на заданную величину, например на 5%, т. е. $\epsilon^2(k_{\min})=\epsilon^2(k_{\max})=1,05 \epsilon^2(k^*)$. Тогда в нашем случае мы получим $\epsilon^2(k_{\min})=\epsilon^2(k_{\max})=681(\text{''})^2$, откуда $k_{\min}=1,4$, $k_{\max}=2,3$. При этом $(k^*-k_{\min})/k^*=0,2$; $(k_{\max}-k^*)/k^*=0,3$, т. е. при уменьшении k до 20%, либо при увеличении его до 30% по отношению к k^* , квадрат средней квадратической погрешности возрастет не более чем на 5%.

Список литературы: 1. *Большаков В. Д.* Теория ошибок наблюдений. — М.: Недра, 1983. 2. *Зайцев Г. Ф., Костюк В. И., Чинаев П. И.* Основы автоматического управления и регулирования. — К.: Техника, 1978. 3. *Колодеж Ю. В.* А. с. 879 301 (СССР). Углоизмерительное устройство. — Оpubл. в Б. И., 1981. № 41. 4. *Пугачев В. С.* Теория случайных функций. — М.: Физматгиз, 1962. 5. *Файвушинский Ю. Л.* Вопросы оптимизации автоматических измерительных систем геодезического назначения. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1984, вып. 39.