

Р. М. РУДЫЙ

**О ДИНАМИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЯХ
ФОТОГРАММЕТРИЧЕСКИХ ПРИБОРОВ**

Известно, что качество фотограмметрического прибора определяется математической моделью, положенной в его основу, точностью изготовления элементов его конструкции и динамическими характеристиками инструмента. В данной статье будут проанализированы погрешности, возникающие из-за люфтов, мертвых ходов и упругих деформаций в звеньях фотограмметрических приборов механического типа.

Исследование приборов по контрольным сеткам дает сведения об их геометрической точности в статическом состоянии, хотя большинство процессов (рисовка рельефа и ситуации, профилирование и другие) выполняются в динамическом состоянии. Динамические характеристики приборов определяют взаимную точность передачи неискаженно геометрических фигур, микродеталей, и во многом зависят от величины масс и скоростей подвижных частей инструмента. Динамический анализ фотограмметрических приборов может базироваться на теоретическом или экспериментальном исследованиях.

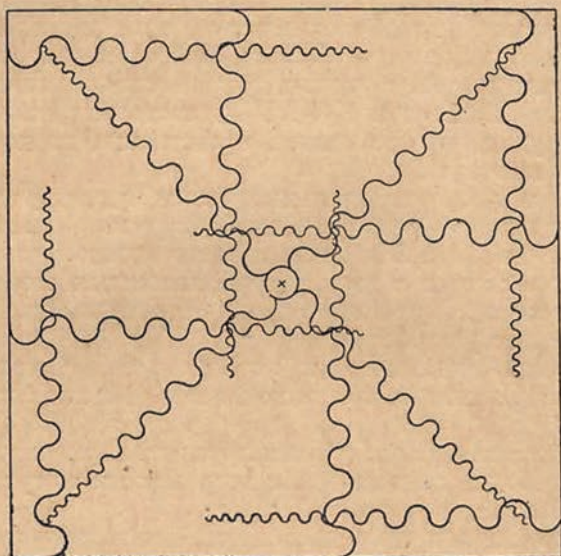
В работе [7] приводится методика экспериментального исследования динамических погрешностей приборов. Она заключается в следующем. В кассету прибора закладывают макет, представляющий собой стеклянную пластинку или пленку, с нанесенными вдоль осей X , Y и по диагоналям псевдосинусоидами (кривыми, образованными полуокружностями с постепенно уменьшающимся радиусом, рис. 1, б). Затем проводится марка прибора по линиям макета и на планшете, расположенном на координатографе, вычерчиваются аналогичные кривые. Сравнивая кривые на планшете с псевдосинусоидами макета можно обнаружить в приборе погрешности.

Динамические ошибки в [7] фотограмметрических приборов подлежат следующей классификации. В первую группу отнесены случайные ошибки, зависящие от погрешностей в проведении марки, реакции оператора, инерционности масс и чувствительности проектирующей системы прибора, а также чертежного устройства и координатографа. Во вторую группу отнесены систематические ошибки, вызванные действием люфтов и упругих деформаций в следующих системах прибора: механизме наблюдения снимка; проектирующей системе; координатографе и чертежном устройстве.

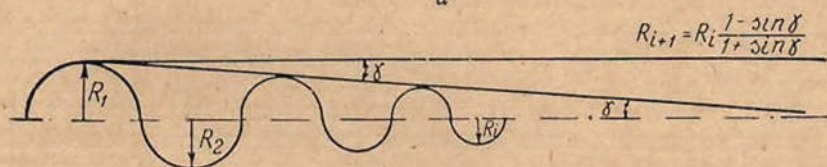
Общая ошибка при проверке прибора по псевдосинусоиде будет состоять из суммы динамической ошибки, зависящей от упругих деформаций звеньев, и статической ошибки возврата. Статической ошибкой возврата является разность отсчетов по счетчикам или несовпадение карандаша координатографа при установке марки на измеряемую точку с двух противоположных направлений. Эти ошибки будут тем больше, чем длиннее кинематическая цепь, и действовать они могут по трем координатным направлениям. При подведении марки на все измеряемые

точки с одной стороны статические ошибки возврата компенсируются, как одинаковые по величине и по знаку.

Действие перечисленных ранее групп ошибок в каждой из систем зависит от масштаба проектирования V и коэффициента увеличения координатографа W . Так, например, динамические ошибки в плоскости наблюдения снимка передаются в координатограф с коэффициентом



а



б

Рис. 1. Макет для исследования динамических погрешностей (а) с нанесенными на нем псевдосинусоидами (б).

$V \times W$, ошибки в проектирующей системе вносятся с коэффициентом V , а погрешности координатографа и чертежного устройства входят с коэффициентом 1.

Чтобы выявить, в какой из систем прибора есть динамические погрешности, предлагается выполнять исследование при трех различных сочетаниях масштаба проектирования V и коэффициента увеличения координатографа W : 1) V_{\max} , W_{\max} ; 2) V_{\min} , W_{\max} ; 3) V_{\max} , W_{\min} . Аналогичным образом исследуются оба проектора. Если в первом случае при V_{\max} и W_{\max} динамических погрешностей не обнаружено, дальнейшее исследование можно прекратить.

Для апробирования данной методики в лаборатории кафедры аэрофотогеодезии ЛОЛПИ автором и студентами-дипломниками А. Е. Мариневичем и В. Д. Другановым были исследованы два стереографа СД-3 и два стереопроектора СПР-3М. Макет (рис. 1, а) был изготовлен фотографированием на фотопластинку вычерченного на бумаге и увеличенного в четыре раза образца. Полученный затем диапозитив закладывался в кассету прибора. На стереографах $V_{\max} \times W_{\max} = 4,5$; а на стереопроекторах — 10. Марка проводилась по каждой линии макета в прямом и обратном направлениях со скоростью приблизительно 2 мм/сек.

В одной из камер СПР-3М № 67 несовпадение одноименных линий, проводимых в разных направлениях, достигло 0,8—1,0 мм, что было вызвано расслаблением подшипников каретки аэроснимка. На остальных приборах несовпадение одноименных линий не превышало 0,2—0,3 мм, как и в СПР-3М № 67 после устранения неисправности механиком.

Характерно, что в стереографах и стереопроекторах динамические погрешности приблизительно одного порядка, хотя произведение $V \times W$ для стереопроектора в два раза больше. Несовпадение одноименных псевдосинусоид, проведенных в разных направлениях, носит в основном случайный характер. Даже при V_{\max} , W_{\max} систематические погрешности обнаружить трудно, что указывает, в частности, на хорошие динамические качества приборов.

На наш взгляд, экспериментальный метод исследования динамических характеристик приборов позволяет обнаружить лишь значительные люфты и мертвые хода. Эти ошибки часто можно выявить подведением марки к точке снимка с двух противоположных сторон и сравнением отсчетов по соответствующему счетчику или сравнением положения карандаша чертежного устройства.

Полного анализа динамических характеристик фотограмметрических приборов экспериментальный метод дать не может из-за следующих недостатков:

1. Метод позволяет исследовать инструментальные характеристики лишь в плоскости XU , а динамические погрешности могут действовать и вдоль оси Z прибора.

2. Исследование прибора по приведенной методике не может дать исчерпывающих данных об их динамических качествах из-за низкой (графической) точности снятия результатов.

3. Поскольку скорость проведения марки по кривой макета меньше скорости проведения горизонталей или контуров, динамические ошибки при исследованиях могут проявить себя не полностью.

Остановимся на возможностях теоретического анализа динамических характеристик приборов. Теоретически величину статической ошибки возврата можно вычислить следующим образом. Максимальный мертвый ход в кинематической цепи представим в виде суммы мертвых ходов, вызванных различными независимыми источниками, например: зазорами в сопряжениях передач, люфтами в опорах вращения, изгибами и скручиванием валиков.

Кинематическая погрешность цепи показывает разницу в положениях ведомых звеньев действительного и соответствующего ему идеального механизмов.

$$\Delta\varphi = \varphi_p - \varphi_{и} = \varphi_p - \frac{\varphi_{и1}}{i_{1к}}, \quad (1)$$

где φ_p — значение угла поворота ведомого звена в реальной кинематической цепи, а $\varphi_{и}$ — в идеальной цепи; $\varphi_{и1}$ — значение угла поворота ведущего звена; $i_{1к}$ — передаточное число, представляющее собой отношение углов поворота ведущего и ведомого звеньев.

В реальном приборе все источники мертвого хода не могут одновременно принять максимальное значение, поэтому их суммирование выполняют по методу суммирования случайных величин. Кроме этого, зависимость (1) справедлива для определенного момента нагрузки, приложенного к ведомому звену. Изменение значения $\Delta\varphi$ зависит от момента нагрузки, так как изменяется величина упругой деформации элементов цепи.

Для подсчета максимального мертвого хода, его представляют в виде суммы мертвых ходов, вызванных различными независимыми

источниками, указанными ранее. При этом необходимо знать производственные погрешности изготовления деталей и сборки узлов, силовые и температурные деформации деталей, а также величины ошибок, возникающих вследствие износа. Упругую деформацию звеньев цепи можно принять по закону Гука пропорционально величине нагрузки. Учитывая сказанное выше и зная величины первичных ошибок, можно подсчитать величину динамической погрешности универсального стереофотограмметрического прибора.

Так как новые отечественные и зарубежные фотограмметрические приборы обладают точностью не ниже нескольких микрон и способны

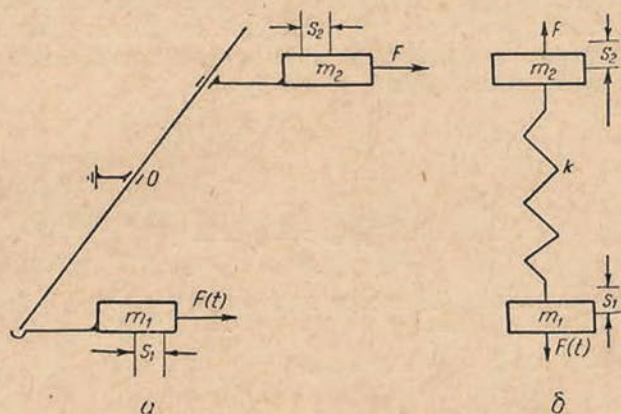


Рис. 2. Действительная (а) и приведенная (б) схемы передвижения кареток СПР.

производить различные операции, в том числе профилирование и построение ортофотоплана, остановимся детальнее на погрешностях, возникающих вследствие упругих деформаций в звеньях инструмента.

Динамику прибора можно проанализировать, если его работу представить при помощи системы дифференциальных уравнений, в которые будут входить массы звеньев, их упругости, приложенные силы, коэффициенты трения и т. д. Представим схематически работу одной камеры аналогового фотограмметрического прибора с механической формой засечки (рис. 2). Масса базисной каретки m_1 связана упругим звеном (проектирующим рычагом) с массой каретки аэроснимка m_2 . Для стереопроектора такая схема применима в случае передвижения кареток прибора вдоль оси X . При движении кареток вдоль оси Y массой m_1 следует считать приведенную массу каретки Y и базисного устройства.

Естественно, m_1 будет приведенной ведущей массой, а m_2 приведенной ведомой массой. Жесткость проектирующего рычага, как наиболее упругого звена, будем считать приведенной жесткостью системы k , хотя деформации подвержены и подшипники, и кронштейны карданов, в которых движется проектирующий рычаг, и другие детали, но, поскольку они деформируются меньше, их деформацией будем пренебрегать.

К массе m_2 приложена сила ручного привода, электромотора, при помощи которой через проектирующий рычаг передвигается каретка аэроснимка. Обозначим эту силу $F(t)$. К массе m_1 приложена сила F , являющаяся ее статическим сопоставлением. Разгон и торможение кареток осуществляется за счет разности сил $F(t)$ и F . Наибольшей деформации подвержен проектирующий рычаг во время «пуска» и «остановки», то есть в период неустоявшихся процессов. Причем, в период «пуска» сила $F(t)$ изменяется в функции скорости.

Дифференциальные уравнения движения масс m_1 и m_2 будут иметь вид

$$m_1 \frac{d^2 s_1}{dt^2} + (s_1 - s_2) k = F(t) \left(1 - \frac{1}{V_0} \frac{ds_1}{dt} \right); \quad (2)$$

$$m_2 \frac{d^2 s_2}{dt^2} - (s_1 - s_2) k = -F,$$

где s_1 — координата массы m_1 ; s_2 — координата массы m_2 ; v_0 — скорость движения кареток при установившемся процессе.

Максимальное значение силы $F(t)$ может быть найдено, представив нагружение нашей системы, как квазиударное. В момент «соприкосновения» масс разность их скоростей движения не равна нулю. При установившемся движении ведущей массы ее координата $s_1 = v_0 t$.

Уравнение движения ведомой массы будет

$$m_2 \frac{d^2 s_2}{dt^2} - (s_1 - s_2) k = -F, \quad (3)$$

или

$$\frac{d^2 s_2}{dt^2} + \frac{k}{m_2} s_2 = \frac{v_0}{m_2} t - \frac{F}{m_2}. \quad (4)$$

Общее решение уравнения (4) имеет вид

$$s_2 = A \sin \sqrt{\frac{k}{m_2}} t + B \cos \sqrt{\frac{k}{m_2}} t + v_0 t - \frac{F}{k},$$

а

$$s_1 - s_2 = -A \sin \sqrt{\frac{k}{m_2}} t - B \cos \sqrt{\frac{k}{m_2}} t + \frac{F}{k}.$$

Причем начальные условия

$$s_1 - s_2 \Big|_{t=0} = \frac{F}{k}; \quad \frac{ds_1}{dt} - \frac{ds_2}{dt} \Big|_{t=0} = v_0.$$

Получим

$$s_1 - s_2 = v_0 \sqrt{\frac{m_2}{k}} t + \frac{F}{k}. \quad (5)$$

Максимальное значение силы

$$F_{\max} = (s_1 - s_2) k = v_0 \sqrt{m_2 k} + F. \quad (6)$$

С учетом (6) система (2) примет вид

$$m_1 \frac{d^2 s_1}{dt^2} + k(s_1 - s_2) = (v_0 \sqrt{m_2 k} + F) \left(1 - \frac{1}{v_0} \frac{ds_1}{dt} \right);$$

$$m_2 \frac{d^2 s_2}{dt^2} - k(s_1 - s_2) = -F. \quad (7)$$

Отсюда находим

$$s_1 - s_2 = \frac{1}{k} \left(m_2 \frac{d^2 s_2}{dt^2} + F \right); \quad (8)$$

$$s_1 = \frac{1}{k} \left(m_2 \frac{d^2 s_2}{dt^2} + F + k s_2 \right); \quad (9)$$

$$m_1 \frac{d^2 s_1}{dt^2} + k(s_1 - s_2) = F - v_0 \sqrt{m_2 k} - \frac{ds_1}{dt} \left(\sqrt{m_2 k} + \frac{F}{v_0} \right). \quad (10)$$

Подставив выражение (9) в (10), переходим от системы уравнений (7) к одному дифференциальному уравнению четвертого порядка с постоянными коэффициентами.

$$\frac{m_1 m_2}{k} \frac{d^4 s_2}{dt^4} + \left(\sqrt{m_2 k} + \frac{F}{v_0} \right) \frac{m_2}{k} \frac{d^3 s_2}{dt^3} + (m_1 + m_2) \frac{d^2 s_2}{dt^2} + \left(\sqrt{m_2 k} + \frac{F}{v_0} \right) \frac{ds_2}{dt} = v_0 \sqrt{m_2 k}. \quad (11)$$

Характеристическое уравнение имеет вид

$$n \left[n^3 + \frac{1}{m_1} \left(\sqrt{m_2 k} + \frac{F}{v_0} \right) n^2 + \frac{(m_1 + m_2) k}{m_1 m_2} n + \frac{k}{m_1 m_2} \left(\sqrt{m_2 k} + \frac{F}{v_0} \right) \right] = 0, \quad (12)$$

Один из корней этого уравнения равен 0, один — действительное число, а два — комплексно-сопряженные числа. Поэтому общее решение однородного уравнения записывается в виде

$$s_2(t) = C_1 + C_2 e^{xt} + C_3 e^{zt} \sin ut + C_4 e^{zt} \cos ut,$$

где C_1, C_2, C_3, C_4 — постоянные интегрирования; $x, z+iu, z-iu$ — корни характеристического уравнения.

Общее решение линейного неоднородного уравнения (11) равно сумме частного решения неоднородного и общего решения соответствующего однородного уравнения.

Частное решение неоднородного уравнения будем искать в виде $y = At$, отсюда $y' = A$; $y'' = 0$; $y''' = 0$; $y^{IV} = 0$. Подставив эти значения производных в уравнение (11), находим

$$A = \frac{v_0^2 \sqrt{m_2 k}}{\sqrt{m_2 k} v_0 + F}. \quad (13)$$

Общее решение уравнения (11) имеет вид

$$s_2(t) = C_1 + C_2 e^{xt} + C_3 e^{zt} \sin ut + C_4 e^{zt} \cos ut + \frac{v_0^2 \sqrt{m_2 k}}{\sqrt{m_2 k} v_0 + F} t. \quad (14)$$

Для стереопроектора СПР-3М на весах были определены массы кареток — $m_1 = 30$ кг и $m_2 = 10$ кг. Высота проектирования и фокусное расстояние прибора принимались одинаковыми и равными 250 мм. Диаметр проектирующего рычага равен 25 мм. Жесткость проектирующего рычага, вычисленная по известной формуле из сопротивления материалов, равна 80 000 кг/м.

В крайнем положении каретки аэроснимка, кроме статического сопротивления, действует потенциальная энергия веса проектирующего рычага. Реакция каретки m_2 определялась с помощью динамометра и составляла 0,5 кг.

Приведенные данные подставляем в характеристическое уравнение (12), в результате его решения получаем корни:

$$x = -1194,1; \quad z = -41,1; \quad u = 82,8.$$

Найдя постоянные интегрирования и подставив значение $s_2 t$ из (14) в уравнение (8), получаем искомую динамическую погрешность СПР

$$s_1 - s_2 = \frac{F}{k} + \frac{m_2}{k} (C_2 x^3 e^{xt} + A e^{zt} \sin ut + B e^{zt} \cos ut), \quad (15)$$

где $A = C_3(z^2 - u^2) - 2C_4zu$; $B = C_3(z^2 - u^2) + 2C_4zu$. Постоянные интегрирования $C_2 = -0,25 \cdot 10^{-6}$; $C_3 = -2 \cdot 10^{-6}$; $C_4 = -36 \cdot 10^{-6}$. Для их определения принимались следующие начальные условия:

$$s_1 - s_2|_{t=0} = \frac{F}{k}; \quad \frac{d}{dt}(s_1 - s_2)|_{t=0} = v_0; \quad \frac{ds_2}{dt}|_{t=0} = 0.$$

График изменения упругой деформации проектирующего рычага показан на рис. 3. Из графика и из анализа выражения (15) видно, что деформация стержня представляет собой затухающие колебания. Максимальное значение $s_1 - s_2 = 11$ мкм. В противоположном положении каретки аэроснимка погрешность $s_1 - s_2$ будет, естественно, с обратным знаком.

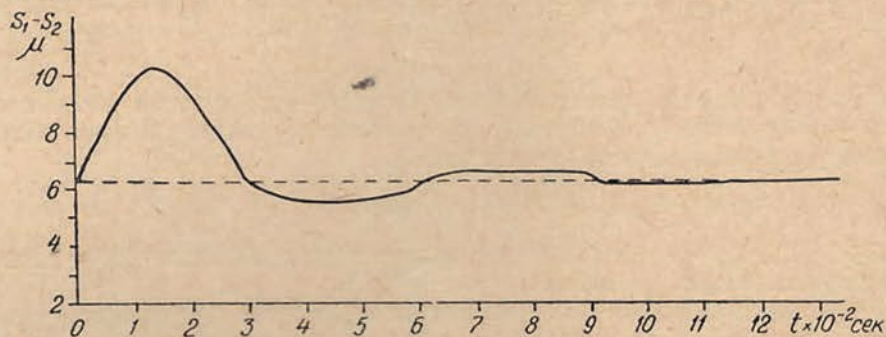


Рис. 3. График изменения упругой деформации проектирующего рычага СПР.

Следует подчеркнуть, что приведенный здесь теоретический анализ динамической погрешности стереопроектора является упрощенным. В нашем расчете не учтено влияние трения, смазки и других факторов. Кроме этого, жесткость проектирующего рычага является величиной переменной, а не постоянной. Учет этих факторов приводит к системе нелинейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами, решение которой позволит получить более надежные результаты.

В заключение отметим, что приведенный теоретический анализ динамических погрешностей может найти применение при конструировании универсальных приборов. Пользуясь формулой (15) и задав величину искажения $s_1 - s_2$, можно рассчитать допустимую массу каретки аэроснимка, жесткость и габариты проектирующего рычага.

Экспериментальная методика исследования динамических характеристик больше пригодна для проверки инструмента в производственных условиях, то есть во время эксплуатации приборов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Комаров М. С. Динамика механизмов и машин. М., «Машиностроение», 1969.
2. Куцоконь В. А., Шевченко-Грабский И. В. Расчет статических моментов и мертвых ходов в кинематических цепях точных приборов. Л., 1968.
3. Лебедев А. Н. Счетно-решающие устройства. М., «Машиностроение», 1966.
4. Сtryжкин И. И., Крылов О. Д. Некоторые вопросы динамики стереофотограмметрической обработки фотоснимков. — «Тр. МИИГАиК», 1970, вып. 57.
5. Халфман Р. Л. Динамика. М., «Наука», 1972.
6. Макаровић В. Testing of photogrammetric restitution instruments. — Tijdschr. Kadaster Landmeetkunde. 1967, 83.
7. Hempenius S. A., Makaroviћ B., Van der Weele A. I. Techniques for Conducting Comparative Tests of restitution instruments. — «Photogrammetria», 1962—1964, 19, N 6.
8. Waldnäuse P. Ein dynamisches Prüfverfahren für kartiergeräte. Österr. Z. Vermess., 1968, 56.

Работа поступила 13 мая 1974 г. Рекомендована кафедрой аэрофотогеодезии Львовского политехнического института.