

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ КОЭФФИЦИЕНТОВ ВЕРТИКАЛЬНОЙ РЕФРАКЦИИ ОТ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ И АБСОЛЮТНЫХ ВЫСОТ В ГОРНЫХ УСЛОВИЯХ

Зависимость коэффициентов вертикальной рефракции от эквивалентных высот в равнинных и всхолмленных районах хорошо исследована [2].

Несколько иначе обстоит дело с изучением этого вопроса в горных районах. На основании [1, 4] можно утверждать, что коэффициент рефракции уменьшается с увеличением абсолютных высот луча над уровнем моря. Однако кроме фактора абсолютной высоты на коэффициент рефракции действует эквивалентная высота. Поэтому в горных условиях актуален вопрос о взаимодействии двух факторов: эквивалентной и абсолютной высот луча.

Днем при малых эквивалентных высотах луча имеют место небольшие положительные или даже отрицательные рефракции, обусловленные сверхadiaбатическими градиентами температуры. С ростом высоты луча над подстилающей поверхностью вертикальные градиенты температуры уменьшаются. Следовательно, должно наблюдаться увеличение коэффициентов рефракции. Далее при значительных эквивалентных высотах вертикальные градиенты температуры стабилизируются, приближаются к 0,65 К на 100 м. Такие градиенты характерны для свободной атмосферы. Зависимость коэффициентов рефракции от эквивалентной высоты постепенно ослабляется.

При дальнейшем поднятии луч попадает в более однородные по вертикали слои, кривизна его уменьшается, радиус растет, в связи с этим коэффициент рефракции должен уменьшаться. Таковы априорные предположения, требующие подтверждения и уточнения.

Цель статьи — на основании теоретических предпосылок и экспериментальных данных установить закономерность изменения коэффициентов рефракции при изменении эквивалентных высот от 10...20 до нескольких сотен метров; взаимодействие в условиях горного района двух факторов: эквивалентной и абсолютной высот.

Рассмотрим вначале теоретические предпосылки.

Как известно, пренебрегая действием влажности, показатель преломления воздуха  $n$  для оптического излучения белого цвета можно представить формулой

$$n - 1 = 78,85 \frac{B}{T} \cdot 10^{-6}, \quad (1)$$

где  $B$  — давление, гПа;  $T$  — абсолютная температура воздуха.

Для определения показателя изменяемости преломления с высотой в зависимости от изменения метеоэлементов продифференцируем (1) по высоте  $h$ :

$$\frac{dn}{dh} = \frac{78,85}{T} \frac{dB}{dh} 10^{-6} - \frac{78,85 \cdot B}{T^2} \cdot \frac{dT}{dh} \cdot 10^{-6}. \quad (2)$$

В данных расчетах удобнее пользоваться не показателем преломления  $n$ , а индексом показателя преломления  $N$ .

Так как

$$N = (n - 1) \cdot 10^{-6}, \quad (3)$$

то (2) с учетом (3) принимает вид

$$\frac{dN}{dh} = \frac{78,85}{T} \frac{dB}{dh} - \frac{78,85}{T^2} \frac{dT}{dh}. \quad (4)$$

Для определения вертикального градиента давления воспользуемся уравнением статики атмосферы для сухого воздуха

$$\frac{dB}{dh} = -g \frac{B}{RT}. \quad (5)$$

После подстановки значения газовой постоянной  $R$  и силы тяжести  $g$  получим

$$\frac{dB}{dh} = -0,0342 \frac{B}{T}. \quad (6)$$

Днем, когда обычно и ведется тригонометрическое нивелирование, наблюдается неустойчивая стратификация воздуха по вертикали, для которой характерны сверхadiaбатические вертикальные градиенты температуры

$$\frac{dT}{dh} = ch^{-4/3}, \quad (7)$$

где  $c$  — аномальный градиент температуры на высоте 1 м.

Запишем (4) с учетом градиентов давления и температуры

$$\frac{dN}{dh} = -2,6967 \frac{B}{T^2} - \frac{78,85 B}{T^2} ch^{-4/3}. \quad (8)$$

В свою очередь, градиенты индекса показателя, радиуса световой кривой  $R_c$  и коэффициенты рефракции находятся в соотношении [3]

$$\frac{1}{R_c} = -\frac{dN}{dh} \cdot 10^{-6} = -\frac{K}{R_3}. \quad (9)$$

На основании (9) находим коэффициент рефракции

$$K = -R_3 \frac{dN}{dh} \cdot 10^{-6}. \quad (10)$$

Учитывая  $\frac{dN}{dh}$ , выводим для коэффициента рефракции формулу, дающую представление о раздельном вкладе в значение коэффициента рефракции вертикальных градиентов давления и температуры:

$$K = 17,1788 \frac{B}{T^2} + 502,3534 \frac{B}{T^2} ch^{-4/3}. \quad (11)$$

Предположив, что  $B=1000$  гПа,  $T=300$  К,  $c=-1$ К на 1 мм при различных эквивалентных высотах  $h$ , получим на основании (11) теоретические коэффициенты рефракции. Изменение соотношения  $B/T^2$  с высотой не принималось во внимание (см. таблицу).

При вычислении теоретических коэффициентов для эквивалентных высот 400, 500 м допускалось наличие постоянных вертикальных градиентов температуры, характерных для свободной атмосферы и равных 0,0065 К на 1 м. В этом случае (11) принимает вид

$$K = 13,9135 \frac{B}{T^2}. \quad (12)$$

Следовательно, значения  $K$  для 400 и 500 м, приведенные в таблице, вычислены по (12). В соответствии с допущениями коэффициенты  $K$  при  $h > 300$  м равны 0,155.

Фактическое изменение коэффициентов рефракции с изменением эквивалентных высот исследовано на основании экспериментальных наблюдений в горном районе Крыма. Экспериментальная тригонометрическая сеть содержит 19 пунктов и 41 сторону со средней длиной 8,2 км. По каждой стороне вели взаимные одновременные измерения зенитных расстояний четырьмя приемами теодолитом ОТ-02М. Предполагали равенство взаимных одновременных коэффициентов рефракции, полученные коэффициенты относили к средней эквивалентной высоте, т. е. допускали, что для некоторой линии 1—2 средняя эквивалентная высота  $h$  будет

$$h_3 = \frac{1}{2} (h_{31-2} + h_{32-1}). \quad (13)$$

Средние эквивалентные высоты изменялись от 12 до 550 м, а абсолютные — от 177 до 1537 м.

При математической обработке результатов измерений зависимость  $K$  от  $h$  представлена трехчленом такого вида

$$K = K_0 + \alpha h + \beta h^2. \quad (14)$$

Теоретические  $K_T$  и экспериментальные  $K_3$  коэффициенты рефракции при различных эквивалентных высотах

Эквивалентные высоты $h$ , м	Коэффициенты	
	$K_T$	$K_3$
10	-0,063	+0,111
20	+0,087	+0,116
30	+0,131	+0,123
50	+0,160	+0,132
100	+0,179	+0,154
200	+0,186	+0,185
300	+0,188	+0,198
400	+0,155	+0,193
500	+0,155	+0,170

Значения  $K_0$ ,  $\alpha$  и  $\beta$  найдены по способу наименьших квадратов. Запишем (14) с численными значениями параметров и оценкой их точности

$$K = 0,018 \pm 0,0323 \pm 0,0059 \pm 0,105 + 0,058 h - 0,009 h^2. \quad (15)$$

При обработке измерений эквивалентные высоты выражали в сотнях метров, что необходимо иметь в виду, используя (15). К сожалению, точность определения коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$  низкая. Средние квадратические погрешности составляют примерно половину самих величин. Тем не менее полученные данные выведены из обработки всего материала без какой-либо отбраковки и вполне удовлетворительно согласуются с теоретическими расчетами.

Значения коэффициентов рефракции ( $K_s$ ), вычисленные по (15), также приведены в таблице. Начиная с высот  $h_s = 20$  м,  $K_T$  и  $K_s$  не различаются более чем на  $0,03 \dots 0,04$ . Учитывая допущения, сделанные в теоретических расчетах, а также сравнительно низкую точность определения коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$ , вряд ли можно было ожидать лучшего совпадения теоретических и экспериментальных коэффициентов рефракции.

Сравнивая результаты, замечаем, что и теоретические и экспериментальные данные указывают на рост коэффициентов рефракции до эквивалентных высот 300 м. При  $h > 300$  м начинается уменьшение коэффициентов рефракции, что можно объяснить ростом абсолютных высот. Заметим, что при эквивалентных высотах более 50 м последний член формулы (15) фактически отражает влияние абсолютных высот, так как  $h^2 \approx H$ . Действительно, учитывая, что в (15)  $h$  выражено в сотнях метров, и начиная с  $h = 100$  м и до  $h = 500$  м имеем абсолютные высоты соответственно 100, 400, 900, 1600 и 2500 м.

Как показала обработка имеющихся данных по Карпатам, в этом горном районе наблюдаются аналогичные закономерности.

**Список литературы:** 1. Ващенко В. И., Джуман Б. М., Островский А. Л. Об исследовании зависимости коэффициента рефракции от абсолютной высоты. — Геодезия и картография, 1974, № 10. 2. Изотов А. А., Пеллинен Л. П. Исследования земной рефракции и методов геодезического нивелирования. — Тр. ЦНИИГАиК, 1955, вып. 102. 3. Островский А. Л. Методы учета атмосферных влияний на геодезические измерения, основанные на решении обратных задач рефракции. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1983, вып. 37. 4. Садовский И. И. О зависимости коэффициента вертикальной рефракции от абсолютной высоты земной поверхности. — Геодезия и картография, 1966, № 11.

Статья поступила в редколлегию 20.04.84