

## МОДЕЛЮВАННЯ МАНТІЙНОЇ КОНВЕКЦІЇ ТА РУХУ КОНТИНЕНТІВ НА ОСНОВІ МЕТОДУ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Теплова конвекція в мантії Землі є рушійною силою тектоніки плит. Розроблено узагальнену модель - в'язка нестислива мантія як термопружна тонка пластина. Із застосуванням підходу методу скінчених елементів реалізовано чисельне моделювання геодинамічних процесів.

**Ключові слова:** конвекція; мантія; метод скінчених елементів; чисельне моделювання.

Моделі конвекції, запропоновані для пояснення того, як процеси, що проходять в мантії, можуть надавати рух шарам літосфери. Конвекція полягає в тому, що тепла речовина піднімається нагору, а холодна опускається вниз. Різні гіпотези про можливий механізм цього процесу включають великі конвекційні контури, що охоплюють усю товщу мантії. Альтернативна схема базується на аргументах, що поглинання тепла при фазових переходах може обмежувати область конвекції поверхневими шарами мантії. Нарешті, є ще одна модель, у якій передбачається, що конвекційний механізм складається в утворенні всередині мантії теплових «стовпів». Зустрічний (спадний) потік складається з повільного зниження усієї речовини мантії. Проте можливості геофізичних методів обмежені, а тому на сучасному етапі використовують дані комп'ютерного моделювання. Донедавна всі глобальні конвективні моделі розраховували на підставі припущення, що мантіїні неоднорідності густини зумовлені винятково варіаціями поля температур. Однак, мабуть, це припущення не справджується для верхньої мантії континентів. Для того, щоб узгодити цю суперечність, Т. Джордан запропонував гіпотезу [Phillips V.R. et al., 2005], відповідно до якої збільшення густини, зумовлене зниженням температури, скомпенсоване під кратонами завдяки змінам хімічного складу, що спричинені виплавленням з первинної мантії речовини деяких компонентів на формування кори.

Правильність гіпотези Т. Джордана підтверджена експериментальними даними, що отримані на підставі аналізу зразків перидотитів з різних кратонів, згідно з якими густина мантії речовини під ними може бути знижена (за однакових  $P-T$  умовах) на 1,5–2,5 % щодо верхньої мантії молодих континентальних або океанічних структур [Deschamps F. et al., 2004; Anderson D.L., 2002; Ghent E.D. et al., 2004]. Проте ступінь цієї компенсації дотепер не визначений, також не з'ясовано, до яких глибин можуть поширюватися теплові й хімічні аномалії під континентами. За цих умов уже наявні в мантії великі неоднорідності густини повинні спливати або тонути (залежно від того, легші чи важчі вони від мантії) на порядок швидше, ніж малі плюми під час зародження в низах мантії.

Одним з найважливіших чинників, що зумовлює глобальні процеси (дрейф континентів, сейсмічність), є конвекція в мантії Землі, на поверхні якої сформувалася континентальна та значно молодша океанічна кора. В масштабі геологічного часу мантіїну речовину вважають в'язкою. Теплову конвекцію в'язкої мантії описують вектор швидкостей  $V_i$ , температура  $T$  і тиск  $p$ . Математична модель у наближенні Бусінеска має вигляд [Трубицын В.П. и др., 2001]:

$$-p_{,i} + \mu e_{ij,j} + R_a T \delta_{i3} = 0, \quad (1)$$

$$e_{ij} = V_{i,j} + V_{j,i} = 0, \quad (2)$$

$$\partial T / \partial t + V_i T_{,i} = (k T_{,i})_{,i} + Q, \quad (3)$$

де нижній індекс після коми означає часткову похідну по просторовій змінній  $x_i$ ;  $Q$  – густина внутрішніх джерел тепла,  $R_a$  – число Рейля,  $\mu$  – коефіцієнт в'язкості,  $e_{ij} = V_{i,j} + V_{j,i}$  – швидкості деформацій,  $k$  – коефіцієнт теплопровідності.

Систему взаємозв'язаних рівнянь (1)-(3) доповнюють початкові та граничні умови для температури і швидкостей  $V_i$  на верхній  $S^+$  і нижній  $S^-$  поверхнях мантії.

Запропоновано ітераційну процедуру роздільного розв'язування задач для рівняння теплопровідності (3), а знайдене температурне поле використовуємо для знаходження швидкостей конвективних потоків, продовжуючи ітерації до досягнення потрібної точності. Варіаційну постановку задачі, як основу подальшого застосування методу скінчених елементів, отримаємо, помноживши рівняння (1)-(3) на варіації швидкостей  $\delta V_i$ , тиску  $\delta p$  й температури  $\delta T$  відповідно та інтегруючи по області мантії конвекції [Коннор Дж. et al., 1979]. Після лінеаризації окремо для механічних і теплових полів матимемо варіаційні рівняння

$$\int_V [-p \delta e_{ij} - e_{ij} \delta p + 2\mu e_{ij} \delta e_{ij} + R_a T \delta V_{3,i}] dV = 0, \quad (4)$$

$$\int_V [-(\partial T / \partial t + V_i T_{,i}) \delta T + k T_{,i} \delta T_{,i} - Q \delta T] dV - \int_{S^-} \bar{q}_3 \delta T dS = 0, \quad (5)$$

де похідну від температури по часу в подальшому замінюємо різницевою схемою Кранка-Ніколсона.

На формування конвективних комірок суттєвий вплив створюють занурені у мантию Землі континенти, які плавають за рахунок меншої густини. На відміну від моделей з твердим недеформованим континентом [Трубицын В.П. и др., 2001], у даній роботі пропонується модель континенту у вигляді тонкої термопружної пластини [Максимук О.В. та ін., 2005].

Континент рухається під дією сили в'язкого зчеплення з мантийними плинами на зануреній поверхні кожного континенту, де задають умови повного прилипання, а також неперервність температури й теплового потоку. В рівняннях руху континенту можна знехтувати інерційними членами, а переміщення, отримані з квазістатичного розв'язку в деякий момент часу вважати швидкостями руху, які узгоджуються з швидкостями мантийних потоків на підшві континенту. Тоді, знаючи початкове положення континенту, знаходимо його координати в наступні моменти часу. Рівняння для розподілу температури усередині континентальної плити у початковій нерухомій системі координат зводиться до рівняння теплопровідності з адвективним перенесенням тепла. Використовуючи розвинення у ряди Лежандра від поперечної координати [Максимук О.В. та інш., 2005], його можна записати аналогічно до рівняння (3) відносно коефіцієнтів  $T_0$  і  $T_1$  для представлення температури  $\theta = T_0 + z/h_c T_1$ , де  $2h_c$  – товщина континентальної плити.

Отже, математична проблема зводиться до розв'язування рівнянь комбінованої моделі "мантия - континентальна плита" на основі нелі-

нійної нестационарної системи рівнянь (1)-(3) та рівнянь уточненої теорії теплопровідності для пружних пластин за умов механічного і теплового контакту на підшві континенту.

#### Література

- Коннор Дж., Бреббиа К. Метод конечных элементов в механике жидкости. Пер. с англ. – Л.: Судостроение, 1979, 264 с.
- Максимук О.В., Махніцький Р.М., Щербина Н.М. Математичне моделювання та методи розрахунку тонкостінних композитних конструкцій /. – Львів: Національна академія наук України. Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, 2005. — 396 с.
- Трубицын В.П., Рыков В.В., Трубицын А.П. Роль конвективных процессов при образовании высоковязкой континентальной литосферы //Вестник ОГТТН РАН.–2001.–№4(19) [http://www.scgis.ru/russian/cp1251/h\\_dgggms/4-2001/trubitsyn.htm](http://www.scgis.ru/russian/cp1251/h_dgggms/4-2001/trubitsyn.htm).
- Anderson D.L. The power balance at the core–mantle boundary//Physics of the Earth and Planetary Interiors. – 2002. – Vol. 131. – P.1–17.
- Deschamps F., Trampert J.. Towards a lower mantle reference temperature and composition// Earth and Planetary Science Letters. – 2004. – Vol. 222. – P. 161– 175.
- Ghent E.D., Dipple G.M., Russell J.K. Thermodynamic models for eclogitic mantle lithosphere// Earth and Planetary Science Letters. – 2004. – Vol. 218 . – P. 451–462.
- Phillips B.R., Bunge H.-P. Heterogeneity and time dependence in 3D spherical mantle convection models with continental drift// Earth and Planetary Science Letters. – 2005. – Vol.233. – P. 121– 135.

### МОДЕЛИРОВАНИЕ МАНТИЙНОЙ КОНВЕКЦИИ И ДВИЖЕНИЯ КОНТИНЕНТОВ НА ОСНОВЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

В.В. Фурман, М.М. Хомяк

Тепловая конвекция в мантии Земли является движущей силой тектоники плит. Разработана обобщенная модель - вязкая несжимаемая мантия как термоупругая тонкая пластина. С применением подхода метода конечных элементов реализовано численное моделирование геодинамических процессов.

**Ключевые слова:** конвекция; мантия; метод конечных элементов; численное моделирование

### FINITE ELEMENT MODEL OF MANTLE CONVECTION AND MOVING CONTINENTS

V. Fourman, M. Khomjak

Thermal convection in Earth's mantle are driving forces of plate tectonics. Combine model –viscous uncompressed mantle and thermo-elastic thin plate – is developed. The finite element approach in numerical modelling of geodynamical processes is presented.

**Key words:** convection; mantle; finite element numerical modelling.

Львівський національний університет імені Івана Франка, м. Львів, вул. Грушевського, 4