

ЗНАХОДЖЕННЯ РОЗВ'ЯЗКУ НЕЛІНІЙНОЇ ЗАДАЧІ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ З ВИКОРИСТАННЯМ ВИПАРОВУВАННЯ ДЛЯ ІНТЕНСИФІКАЦІЇ ТЕПЛОВІДВЕДЕННЯ

© Федасюк Д., Муха Т., 2011

Побудовано нелінійну модель нестационарного процесу теплообміну в тепловідвідній пластині мікроелектронного пристрою, тепло від якої відводиться за рахунок випаровування рідини з її поверхні. Отримано числовий розв'язок нелінійної модельної задачі методом Ньютона–Канторовича з використанням дискретизації за часом. Досліджено зміну температурного поля з часом та вплив випаровування на процес тепловідведення.

Ключові слова: теплообмін, випаровування, нелінійна модель, числовий розв'язок, метод Ньютона-Канторовича.

The non-linear model of the transient heat exchange process in a heat dissipation plate of a microelectronic device, heat from which is dissipated due to evaporation from its surface, has been built. The numerical solution of the non-linear model problem has been obtained by the Newton-Kantorovich method. Changes of temperature field in time and evaporation influence on the heat dissipation process have been investigated.

Key words: heat transfer, evaporation, non-linear model, numerical solution, Neuton-Kantorovich method.

1. Постановка проблеми

Протягом останніх десятиліть мініатюризація електронних компонентів є домінуючою тенденцією у світі електроніки. Закон Мура передбачає збільшення густоти транзисторів вдвічі приблизно кожні вісімнадцять місяців. У зв'язку із таким різким збільшенням густоти транзисторів проблема тепловідведення зумовлює виникнення обмежень у потужності та швидкості електронних пристроїв. Згідно з прогнозами фахівців, через декілька років для категорії високопродуктивних чипів максимальне споживання енергії перевищить 300 Вт, а середнє тепловиділення перевищить 150 Вт/см² [1]. Тому під час розроблення електронних пристроїв проблеми енергоспоживання та тепловідведення відіграють важливу роль.

Сьогодні активно розвиваються методи охолодження, які використовують випаровування для інтенсифікації тепловідведення. Охолодження за рахунок переходу між агрегатними станами забезпечує краще тепловідведення, ніж повітряне охолодження. Відведення тепла в такий спосіб має багато переваг: потік тепла, який відводиться, набагато більший за рахунок відведення тепла у вигляді питомої теплоти пароутворення, не спричиняє акустичного шуму, не сприяє потраплянню порошку в електронні компоненти. Оскільки тепловідведення з використанням випаровування дає можливість відводити значно більші потоки тепла, ніж завдяки конвекції, то доцільно дослідити

можливість використання випаровування для додаткового тепловідведення в мікроелектронних пристроях (МЕП) у разі критичних ситуацій. Моделювання має переваги порівняно з проведенням практичних експериментів. Тому для проведення досліджень необхідно побудувати модель процесу теплообміну з врахуванням впливу випаровування на тепловідведення.

2. Аналіз останніх досліджень та публікацій

Автори [2] дослідили нестационарний процес випаровування рідини за сталої температури у циліндричній камері. Було досліджено вплив радіуса джерела рідини та вихідного отвору на швидкість випаровування. Результат отримано числовим методом – методом скінченних різниць, а також порівняно його із аналітичними розв'язками двох часткових випадків: одновимірного випадку та випадку нескінченного півпростору. В статті [3] наведено математичну модель процесу тепло-, масообміну під час непрямого рідинного охолодження. Для опису процесу теплообміну та масообміну використано одновимірні диференціальні рівняння. Результати моделювання тепло-, масообміну в системах теплового захисту з використанням випромінювання та випаровування наведені в [4]. У статті зроблено порівняльний аналіз параметрів різних систем теплового захисту. Авторами [5] для дослідження процесу випаровування рідини при високих температурах використали метод молекулярної динаміки. Знайдено функцію розподілу швидкостей атомів у разі випаровування у вакуум. Модель неізотермічного процесу випаровування рідини з поверхні диска, що обертається, описано у [6]. У статті показано, що результати, отримані за допомогою представленої моделі, є ближчими до експериментальних, ніж результати, отримані за допомогою моделі, в якій припускається, що температура є сталою.

Однак для дослідження теплових режимів за критичних умов необхідна модель, яка б враховувала додаткове тепловідведення за рахунок випаровування, яке застосовується у разі перевищення критичного рівня температури.

3. Мета дослідження

Метою дослідження є побудова математичної моделі нестационарного процесу тепло-масообміну, який виникає в нагрітій пластині, з поверхні якої тепло розсіюється шляхом конвективного теплообміну та масообміну під час випаровування; оцінювання кількості тепла, яке відводиться з поверхні плоскої пластини конвекцією та випаровуванням.

4. Постановка модельної задачі

Оскільки непряме рідинне охолодження з використанням випаровування дає можливість уникати контакту рідини, яка випаровується, з МЕП, то розглядається теплообмін в МЕП із застосуванням цього підходу до охолодження. Конструкцію МЕП з непрямым рідинним охолодженням описано в роботі [7]. Автори [8] показали, що найефективнішим з погляду тепловідведення є використання для кожного МЕП окремої тепловідвідної пластини, тому під час моделювання розглядали саме таку конструкцію. Врахувавши це, розглядали МЕП такої конструкції: на підкладці встановлений кристал, який захищений корпусом. До корпусу приєднана пластина, яка забезпечує відведення тепла від МЕП у довкілля. Між пластиною та корпусом знаходиться теплопровідна паста для покращення теплового контакту.

На практиці здебільшого визначають та задають допустиму температуру корпусу [9]. Також для МЕП виробники задають або потужність тепловиділення, яку необхідно відводити [10, 11], або тепловий потік, який виділяє МЕП. Температура корпусу МЕП перевищує критичну у випадку, якщо тепловідведення є недостатнім для того, щоб розсіяти тепло, яке виділяє МЕП. Тому моделюється процес теплообміну в тепловідвідній пластині, оскільки він найбільшою мірою відображає розсіяння тепла, яке виділяє МЕП. Знизу пластина нагрівається потоком тепла, який виділяє МЕП, а на верхній поверхні тепло розсіюється за рахунок конвекції. У випадку, якщо температура нижньої поверхні пластини перевищує критичну, то на верхню поверхню виливається рідина, яка додатково відводить тепло за рахунок кипіння. Тому в моделі враховують два режими теплообміну: 1) за звичайних умов, коли тепловідведення відбувається за рахунок конвекції; 2) за

перевищення критичної температури на поверхню пластини подається рідина, кипіння якої забезпечує додаткове тепловідведення при критичному режимі.

Зазвичай товщина пластини набагато менша за ширину та довжину, тому доцільно припустити [12, 13], що на однаковій відстані від нижньої поверхні пластини температура однакова по всій ширині та довжині. Враховуючи це, припускаємо, що теплообмін відбувається лише вздовж осі x .

Теплова модель МЕП представляється у вигляді нескінченної пластини (рис. 1) завтовшки D , з однорідною початковою температурою T_b . Знизу пластину нагріває потік тепла величиною q_0 , згори пластина охолоджується за рахунок конвекції. Коли температура нижньої поверхні пластини стає більшою за T_{cr} , на верхню поверхню виливається рідина, яка, випаровуючись, відводить тепло з її поверхні. Утворений шар рідини має набагато меншу товщину, ніж товщина пластини. Температура навколишнього середовища T_∞ , атмосферний тиск P_{atm} . Коефіцієнт теплопровідності пластини залежить від температури.

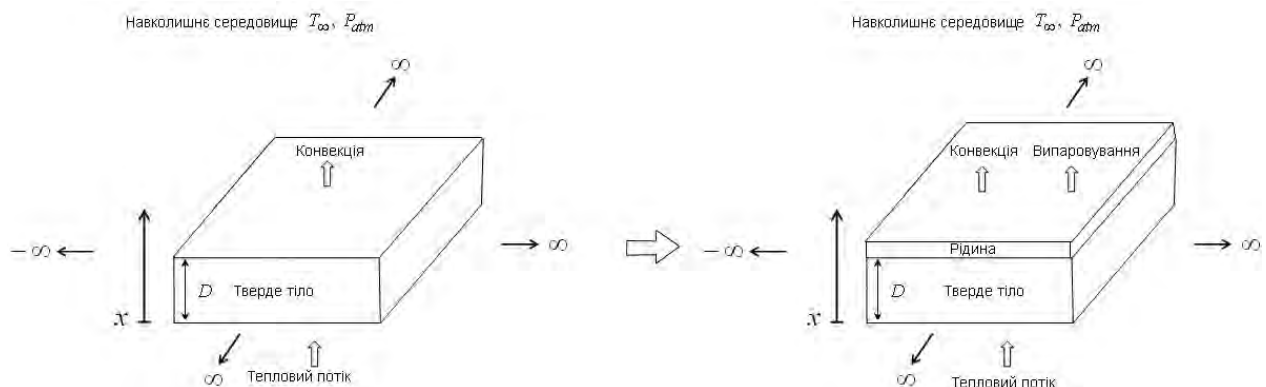


Рис. 1. Теплова модель МЕП

Процес теплопровідності у пластині в звичайному режимі описується таким нелінійним диференціальним рівнянням в частинних похідних

$$c_s \rho_s \frac{\partial T_1}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k(T_1) \frac{\partial T_1}{\partial x} \right) \quad (1)$$

з граничними та початковими умовами

$$k(T_1) \frac{\partial T_1}{\partial x} \Big|_{x=0} = -q_0'', \quad (2)$$

$$-k(T_1) \frac{\partial T_1}{\partial x} \Big|_{x=D} = q_{conv}'', \quad (3)$$

$$T_1(x, t=0) = T_b, \quad (4)$$

де $T_1 = T_1(x, t)$ – температура пластини в точці з координатою x , в момент часу t у звичайному режимі; $k(T_1)$, c_s , ρ_s – коефіцієнт теплопровідності $\left[\frac{Bm}{M \cdot K} \right]$, питома теплоємність $\left[\frac{Дж}{кг \cdot K} \right]$ і густина $\left[\frac{кг}{M^3} \right]$ відповідно, q_{conv}'' – потік тепла, який відводиться від поверхні за рахунок конвекції $\left[\frac{Bm}{M^2} \right]$, q_0'' – величина потоку тепла, який нагріває тіло $\left[\frac{Bm}{M^2} \right]$, T_b – початкова температура пластини $[K]$.

У момент часу t_{cr} , коли температура пластини досягає критичного значення $T_1 \geq T_{cr}$ на поверхню тепловідвідної пластини подається рідина, яка, випаровуючись, додатково відводить

тепло. Процес теплопровідності у пластині в критичному режимі описується таким нелінійним диференціальним рівнянням у частинних похідних

$$c_s \rho_s \frac{\partial T_2}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k(T_2) \frac{\partial T_2}{\partial x} \right) \quad (5)$$

з граничними та початковими умовами

$$k(T_2) \frac{\partial T_2}{\partial x} \Big|_{x=0} = -q_0'', \quad (6)$$

$$-k(T_2) \frac{\partial T_2}{\partial x} \Big|_{x=D} = q_{conv}'' + q_{evap}'', \quad (7)$$

$$T_1(x, t = t_{cr}) = T_2(x, t = t_{cr}). \quad (8)$$

За законом Ньютона

$$q_{conv}'' = h(T(D, t) - T_\infty), \quad (9)$$

де h – коефіцієнт конвективного теплообміну з навколишнім середовищем $\left[\frac{Вт}{м^2 \cdot К} \right]$.

Потік тепла, який відводиться за рахунок випаровування, обчислюється [14]

$$q_{evap}'' = h_{fg} h \frac{M_A}{R \rho_a c_a} Le^{-\frac{2}{3}} \left(\frac{p_{A,sat}(T_2(D, t))}{T_2(D, t)} - \frac{p_{A,\infty}}{T_\infty} \right), \quad (10)$$

де h_{fg} – питома теплота випаровування рідини $\left[\frac{Дж}{кг} \right]$, M_A – молярна маса рідини $\left[\frac{кг}{моль} \right]$, R – універсальна газова стала, $p_{A,sat}(T(D, t))$, $p_{A,\infty}$ – тиск насиченої пари рідини біля поверхні поділу “рідина–газ” за температури T і тиску насиченої пари рідини в навколишньому середовищі за температури T_∞ [Па] відповідно, ρ_a – густина повітря, c_a – питома теплоємність повітря за сталого тиску, $Le = \frac{\alpha_a}{D_{AB}}$ – число Льюїса, α_a – коефіцієнт теплопровідності повітря, D_{AB} – коефіцієнт дифузії для двокомпонентної суміші.

Модель є нелінійною, оскільки коефіцієнт теплопровідності твердого тіла k залежить від температури, а також рівняння (10) містить доданок $\frac{p_{A,sat}(T(D, t))}{T(D, t)}$, що робить його, а отже, й всю модель, нелінійними.

5. Числове розв’язування

Оскільки задача (1) – (8) є нелінійною, то для її розв’язування не можна застосовувати методи, які використовуються для розв’язування лінійних початково-крайових задач.

Для зручності задачу перетворено до вигляду:

$$c_s \rho_s \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right), \quad (11)$$

$$k(T) \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = -q_0'', \quad (12)$$

$$-k(T) \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=D} = A(F(T) - B) + h(T - T_\infty), \quad (13)$$

$$T(x, t = 0) = T_b. \quad (14)$$

де $A = h'_{fg} \cdot h \cdot \frac{M_A}{R \rho_a c_a} Le^{-\frac{2}{3}}$, $B = \frac{p_{A,\infty}}{T_\infty}$, $F(T) = \frac{p_{A,sat}(T(D, t))}{T(D, t)}$.

$$h'_{fg} = \begin{cases} h_{fg}, & t > t_{cr} \\ 0, & t < t_{cr} \end{cases}. \quad (15)$$

Спочатку здійснюється дискретизація задачі за часом за методом Роте. Згідно з методом Роте, похідні за часом замінюються скінченно-різницевиими співвідношеннями:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial t} \right|_{(x,t_n)} = \frac{T_{n+1} - T_n}{\tau}, \quad (16)$$

де τ – крок розбиття за часом, $t_n = n \cdot \tau$, $n = 1, 2, 3, \dots$.

З урахуванням (16) задача (11) – (14) перетвориться на систему рівнянь:

$$c_s \rho_s \frac{T_{n+1} - T_n}{\tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k(T_{n+1}) \frac{\partial \left(\frac{1}{2} T_{n+1} + \frac{1}{2} T_n \right)}{\partial x} \right), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (17)$$

$$k(T_{n+1}) \left. \frac{\partial T_{n+1}}{\partial x} \right|_{x=0} = -q_0'', \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (18)$$

$$-k(T_{n+1}) \left. \frac{\partial T_{n+1}}{\partial x} \right|_{x=D} = A(F(T_{n+1}) - B) + h(T_n - T_\infty), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (19)$$

з початковою умовою

$$T_0 = T_b. \quad (20)$$

Задача звелася до послідовності нелінійних граничних задач, які розв'язуються послідовно, починаючи з $n = 0$.

Оскільки для будь-якого значення n гранична задача (17) – (19) є нелінійною, то для її розв'язування на кожному часовому шарі використовується метод продовження за параметром. При цьому, якщо не вдається розв'язати задачу для заданого значення потоку q_0'' (розв'язок розбігається), то розв'язується задача із значенням потоку $p \cdot q_0''$, де $p \in (0, 1]$. Якщо вдається знайти розв'язок T^0 задачі для деякого p , тоді параметр збільшують на деяку величину Δp і шукають функцію ΔT , на яку зміниться розв'язок задачі із зміною параметра з p до $p + \Delta p$.

Для розв'язування задачі із конкретним значенням параметра p використано метод Ньютона–Канторовича. Будеться ітераційний процес. Нехай відомо значення розв'язку T^0 задачі із значенням параметра p і деяке наближення розв'язку $T^0 + T^{(j)}$ задачі із значенням параметра p . Тоді точний розв'язок $T(x)$ можна подати у вигляді:

$$T(x) = T^0(x) + T^{(j)}(x) + \Delta T^{(j)}(x). \quad (21)$$

Для зменшення розмірів та спрощення математичних формул введемо позначення

$$\bar{T}^{(j)}(x) = T^0(x) + T^{(j)}(x). \quad (22)$$

Підставимо розв'язок (21) у задачу (17)–(20):

З розкладу деякої функції $f(T)$ в ряд Тейлора в околі точки $\bar{T}^{(j)}_{n+1}$ випливає

$$f(T) \approx f\left(\bar{T}^{(j)}_{n+1}\right) + \frac{\partial f}{\partial T}\left(\bar{T}^{(j)}_{n+1}\right) \cdot \Delta T^{(j)}_{n+1} \quad (23)$$

Підставивши співвідношення (22) у задачу (17) – (20), з врахуванням співвідношення (23) та провівши перетворення, отримаємо:

$$c_s \rho_s \frac{\bar{T}_{n+1}^{(j)} + \Delta \bar{T}_{n+1}^{(j)} - T_n}{\tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \left(\bar{T}_{n+1}^{(j)} \right) + \frac{\partial k}{\partial T} \left(\bar{T}_{n+1}^{(j)} \right) \cdot \Delta \bar{T}_{n+1}^{(j)} \right) \cdot \frac{\partial \left(\frac{1}{2} \left(\bar{T}_{n+1}^{(j)} + \Delta \bar{T}_{n+1}^{(j)} \right) + \frac{1}{2} T_n \right)}{\partial x} +$$

$$+ \left(k \left(\bar{T}_{n+1}^{(j)} \right) + \frac{\partial k}{\partial T} \left(\bar{T}_{n+1}^{(j)} \right) \cdot \Delta \bar{T}_{n+1}^{(j)} \right) \cdot \frac{\partial^2 \left(\frac{1}{2} \left(\bar{T}_{n+1}^{(j)} + \Delta \bar{T}_{n+1}^{(j)} \right) + \frac{1}{2} T_n \right)}{\partial x^2}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (24)$$

$$\left(k \left(\bar{T}_{n+1}^{(j)} \right) + \frac{\partial k}{\partial T} \left(\bar{T}_{n+1}^{(j)} \right) \cdot \Delta \bar{T}_{n+1}^{(j)} \right) \cdot \frac{\partial \left(\bar{T}_{n+1}^{(j)} + \Delta \bar{T}_{n+1}^{(j)} \right)}{\partial x} \Bigg|_{x=0} = -p \cdot q_0'', \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (25)$$

$$- \left(k \left(\bar{T}_{n+1}^{(j)} \right) + \frac{\partial k}{\partial T} \left(\bar{T}_{n+1}^{(j)} \right) \cdot \Delta \bar{T}_{n+1}^{(j)} \right) \cdot \frac{\partial \left(\bar{T}_{n+1}^{(j)} + \Delta \bar{T}_{n+1}^{(j)} \right)}{\partial x} \Bigg|_{x=D} =$$

$$(26)$$

$$= A \left(F \left(\bar{T}_{n+1}^{(j)} \right) + \frac{\partial F}{\partial T} \left(\bar{T}_{n+1}^{(j)} \right) \cdot \Delta \bar{T}_{n+1}^{(j)} - B \right) + h(T_n - T_\infty), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$T_0 = T_b. \quad (27)$$

Ітераційне розв'язування граничної задачі (24) – (27) на кожному часовому шарі для заданого значення параметра p здійснюється методом сіток. Вводиться рівномірна сітка з кроком $\Delta x = \frac{D}{N}$ за координатою x , де N – кількість проміжків, на які розбивається товщина пластини. Невідома температура $T_n(x)$ апроксимується значеннями $T_n(x_i) \approx T_{n,i}$, де $x_i = i \cdot \Delta x$. Похідні замінюються скінченно-різницевиими співвідношеннями за схемою Кранка–Ніколсона [7]:

$$\frac{\partial T}{\partial x} \Bigg|_{(x_i, t_n)} \approx \frac{T_{n,i+1} - T_{n,i}}{\Delta x}, \quad (28)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \Bigg|_{(x_i, t_n)} \approx \frac{1}{2} \cdot \frac{T_{n+1,i+1} - 2T_{n+1,i} + T_{n+1,i-1}}{\Delta x^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{T_{n,i+1} - 2T_{n,i} + T_{n,i-1}}{\Delta x^2}.$$

Застосувавши дискретизацію (28) до системи диференціальних рівнянь (24) – (27), згрупувавши доданки при відповідних $\Delta \bar{T}^{(j)}$ та знехтувавши доданками при $\left(\Delta \bar{T}^{(j)} \right)^2$ при взаємному множенні в силу їх малості, отримуємо таку систему лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{aligned}
& \left(-\frac{1}{\Delta x^2} \left(\frac{1}{2} \bar{T}_{n+1,i+1} + \frac{1}{2} T_{n,i+1} - \frac{1}{2} \bar{T}_{n+1,i} - \frac{1}{2} T_{n,i} \right) \frac{\partial k}{\partial T} \left(\bar{T}_{n+1,i+1} \right) - \frac{1}{2\Delta x^2} k \left(\bar{T}_{n+1,i+1} \right) \right) \cdot \Delta T_{n+1,i+1} + \\
& + \left(\frac{1}{\Delta x^2} \left(\frac{1}{2} \bar{T}_{n+1,i+1} + \frac{1}{2} T_{n,i+1} - \frac{1}{2} \bar{T}_{n+1,i} - \frac{1}{2} T_{n,i} \right) \frac{\partial k}{\partial T} \left(\bar{T}_{n+1,i} \right) + \frac{1}{2\Delta x^2} \left(k \left(\bar{T}_{n+1,i+1} \right) - k \left(\bar{T}_{n+1,i} \right) \right) \right) + \\
& + \frac{1}{\Delta x^2} k \left(\bar{T}_{n+1,i} \right) + \frac{c_s \rho_s}{\tau} - \frac{1}{\Delta x^2} \left(\frac{1}{2} \bar{T}_{n+1,i+1} + \frac{1}{2} T_{n,i+1} - \frac{1}{2} \bar{T}_{n+1,i} - T_{n,i} + \frac{1}{2} \bar{T}_{n+1,i-1} + \frac{1}{2} T_{n,i-1} \right) \frac{\partial k}{\partial T} \left(\bar{T}_{n+1,i} \right) \Bigg) \cdot \\
& \cdot \Delta T_{n+1,i} - \frac{1}{2\Delta x^2} k \left(\bar{T}_{n+1,i} \right) \cdot \Delta T_{n+1,i-1} = -c_s \rho_s \frac{\bar{T}_{n+1,i} - T_{n,i}}{\tau} + \frac{1}{\Delta x^2} \left(k \left(\bar{T}_{n+1,i+1} \right) - k \left(\bar{T}_{n+1,i} \right) \right) \cdot \\
& \cdot \left(\frac{1}{2} \bar{T}_{n+1,i+1} + \frac{1}{2} T_{n,i+1} - \frac{1}{2} \bar{T}_{n+1,i} - \frac{1}{2} T_{n,i} \right) + \frac{1}{\Delta x^2} \left(\frac{1}{2} \bar{T}_{n+1,i+1} + \frac{1}{2} T_{n,i+1} - \frac{1}{2} \bar{T}_{n+1,i} - T_{n,i} + \frac{1}{2} \bar{T}_{n+1,i-1} + \right. \\
& \left. + \frac{1}{2} T_{n,i-1} \right) k \left(\bar{T}_{n+1,i} \right) \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad i = \overline{1, N-1}
\end{aligned} \tag{29}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{1}{\Delta x} \frac{\partial k}{\partial T} \left(\bar{T}_{n+1,0} \right) \cdot \left(\bar{T}_{n+1,1} - \bar{T}_{n+1,0} \right) - \frac{1}{\Delta x} k \left(\bar{T}_{n+1,0} \right) \right) \Delta T_{n+1,0} + \frac{1}{\Delta x} k \left(\bar{T}_{n+1,0} \right) \Delta T_{n+1,1} = \\
& = -\frac{1}{\Delta x} k \left(\bar{T}_{n+1,0} \right) \cdot \left(\bar{T}_{n+1,1} - \bar{T}_{n+1,0} \right) - p \cdot q_0'', \quad n = 0, 1, 2, \dots
\end{aligned} \tag{30}$$

$$\begin{aligned}
& \left(-\frac{1}{\Delta x} \frac{\partial k}{\partial T} \left(\bar{T}_{n+1,N} \right) \left(\bar{T}_{n+1,N} - \bar{T}_{n+1,N-1} \right) - \frac{1}{\Delta x} k \left(\bar{T}_{n+1,N} \right) - A \cdot \frac{\partial F}{\partial T} \left(\bar{T}_{n+1,N} \right) \right) \cdot \Delta T_{n+1,N} + \\
& + \frac{1}{\Delta x} k \left(\bar{T}_{n+1,N} \right) \cdot \Delta T_{n+1,N-1} = \frac{1}{\Delta x} k \left(\bar{T}_{n+1,N} \right) \left(\bar{T}_{n+1,N} - \bar{T}_{n+1,N-1} \right) + A \cdot F \left(\bar{T}_{n+1,N} \right) - A \cdot B + h(T_{n,l})
\end{aligned} \tag{31}$$

$$T_{0,i} = T_b, \quad i = \overline{0, N} \tag{32}$$

Оскільки з метою забезпечення безумовної стійкості використовується неявна схема, то для знаходження температури на кожній ітерації розв'язується система лінійних алгебраїчних рівнянь.

Матриця системи (29) – (32) тридіагональна, тому її доцільно розв'язувати методом прогонки.

6. Отримані результати

Для знаходження числового розв'язку задачі (1) – (8) розроблено програмне забезпечення мовою Visual C++.

Для проведення модельних експериментів використовували декілька рідин з такими теплофізичними властивостями.

Етиловий спирт [15]:

$$h_{fg} = 846000, \quad M_A = 0,04607, \quad p_{A,\infty} = 0, \quad D_{AB} = 1,05 \cdot 10^{-5} \text{ [16]}.$$

Для апроксимації функції $p_{A,sat}(T(D, t))$ було використано вузли та значення тиску насичення (табл. 1) [17]

Таблиця 1

Залежність тиску насичення етанолу від температури

T[K]	273	283	293	303	313	323	333	343	353	363	373
p[Па]	1588	3137	5870	10469	17892	29436	46800	72154	108193	158196	226065

Ацетон [18]:

$$h_{fg} = 501000, M_A = 0,05808, p_{A,\infty} = 0, D_{AB} = 1,09 \cdot 10^{-5} \text{ [16]}.$$

Для апроксимації функції $p_{A,sat}(T(D,t))$ було використано такі вузли та значення тиску насичення (табл. 2) [17]

Таблиця 2

Залежність тиску насичення ацетону від температури

T[K]	273	283	293	303	313	323	333	343	353	363	373
p[Па]	9283	15413	24574	37798	56315	81549	115113	159544	215513	285700	372333

FC-72 [19]:

$$h_{fg} = 88000, M_A = 0,338, p_{A,\infty} = 0, D_{AB} = 1 \cdot 10^{-5}.$$

Таблиця 3

Залежність тиску насичення FC-72 від температури

T[K]	273	283	293	303	313	323	333	343	353	363	373
p[Па]	10171	16201	25000	37487	54775	78178	109221	149645	190045	266667	347802

FC-87 [20]:

$$h_{fg} = 103000, M_A = 0,288, p_{A,\infty} = 0, D_{AB} = 1 \cdot 10^{-5}.$$

Таблиця 4

Залежність тиску насичення FC-87 від температури

T[K]	273	283	293	303	313	323	333	343
p[Па]	27019	42858	65875	98421	143322	203906	284021	388043

Вода [12]:

$$h_{fg} = 2257000, M_A = 0,01801, p_{A,\infty} = 2617, D_{AB} = 2,6 \cdot 10^{-5}, \varphi = 0,5.$$

Таблиця 5

Залежність тиску насичення води від температури

T[K]	295	305	315	325	335	345	355	365	373	383	393	403
p[Па]	2617	4712	8132	13510	21670	33720	51000	75140	101330	143696	199569	272213

Матеріал тепловідвідної пластини – мідь:

$$k_s = 401, c_s = 8933, \rho_s = 385.$$

В усіх модельних експериментах використовувались такі значення початкової температури: навколишнього середовища, товщини тепловідводу, потоку тепла та критичної температури:

$$T_b = 293 \text{ }^{\circ}\text{K}, T_{\infty} = 293 \text{ }^{\circ}\text{K}, D = 0,01 \text{ м}, q_0'' = 100000, T_{cr} = 323.$$

Вплив випаровування рідини на тепловідведення в критичних умовах досліджували на основі аналізу зміни температурного поля тепловідвідної пластини з часом при використанні випаровування та без випаровування, а також на основі аналізу теплових потоків, які відводяться тепловідвідною пластинною в процесі теплообміну. Під час модельних експериментів використано значення коефіцієнта конвективного теплообміну $h = 50$. Зміну температури тепловідвідної пластини з часом досліджували в точці $x = 0$, оскільки в цій точці температура пластини є максимальною.

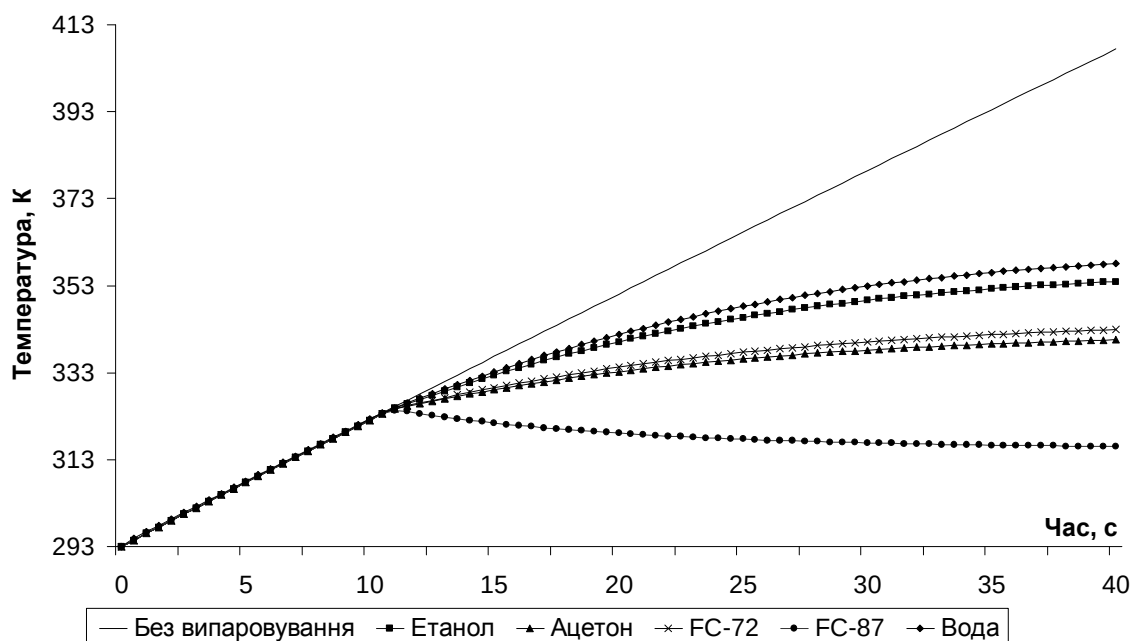


Рис. 2. Зміна температури із використанням випаровування

В момент, коли температура тепловідведення стає більшою за критичну і на поверхню пластини подається рідина, потік тепла, який відводиться з поверхні, різко зростає (рис. 3), що є наслідком інтенсифікації тепловідведення за рахунок випаровування рідини. При цьому у випадку використання FC-87 потік, який відводиться за рахунок випаровування, в критичний момент більш як в 35 разів більший за потік, який відводиться за рахунок конвекції.

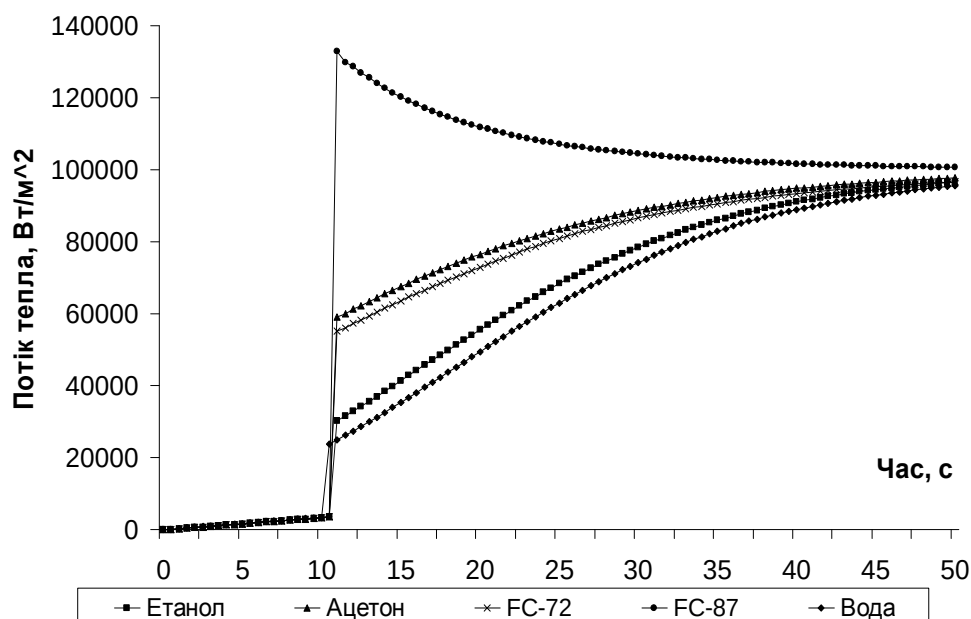


Рис. 3. Потоки тепла, які відводяться з використанням випаровування

Висновки

Побудовано нелінійну модель нестационарного процесу теплообміну в тепловідвідній пластині мікроелектронного пристрою, тепло від якої відводиться за рахунок випаровування рідини з її поверхні. Модель враховує додаткове тепловідведення за рахунок випаровування, яке застосовується у разі перевищення температурою критичного рівня. Отримано числовий розв'язок

нелінійної модельної задачі методом Ньютона–Канторовича з використанням дискретизації за часом. Досліджено зміну температурного поля з часом та вплив випаровування на процес тепловідведення. Показано ефективність використання випаровування як засобу додаткового тепловідведення за критичних умов.

1. Bar-Cohen A. *Direct Liquid Cooling of High Flux Micro and Nano Electronic Components* / A. Bar-Cohen, M. Arik, M. Ohadi // *Proceedings of the IEEE*. – 2006. – vol. 94. – No. 8. – P.1549-1570.
2. Yu. G. Izmailov, E. A. Utkin, and G. P. Vyatkin. Non-stationary isothermal evaporation of fluids in a cylindrical chamber. *Inzhenerno-fizicheskii Zhurnal*, Vol.61, No. 5, pp. 790-794, 1991.
3. Ren C. An analytical model for the heat and mass transfer processes in indirect evaporative cooling with parallel/counter flow configurations / Chengqin Ren, Hongxing Yang // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 2006. – 49. – P.617–627.
4. Kuryachii A.P. Modeling of heat and mass transfer in systems of radiation-evaporation thermal protection / A. P. Kuryachii // *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. – 2001. – Vol. 74, No. 6. – P.1412-1425.
5. Zhakhovski V.V. Molecular-dynamics simulation of evaporation of a liquid / V. V. Zhakhovski, S. I. Anisimov // *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. – April 1997. – 84 (4). – P.734-745.
6. Bulatov A.A. Evaporation of a highly volatile liquid on a rotary disk surface / A. A. Bulatov, N. Kh. Zinnatullin, and S. G. Nikolaeva // *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. – 1997. – Vol. 70, No. 2. – P.214-217.
7. Cheng Y. Thermal analysis for indirect liquid cooled multichip module using computational fluid dynamic simulation and response surface methodology / Yingjun Cheng, Gaowei Xu, Dapeng Zhu [and other] // *IEEE transactions on components and packaging technologies*. – 2006. – vol. 29. – №1. – 39–46 pp.
8. Ellsworth M. J. High powered chip cooling — Air and Beyond [Електронний ресурс] / M. J. Ellsworth, R. E. Simons // *Electronics Cooling*. – August 2005. – Режим доступу до журн. : <http://www.electronics-cooling.com/2005/08/high-powered-chip-cooling-air-and-beyond/>
9. Федасюк Д. В. Методи та засоби теплового проектування мікроелектронних пристроїв / Д. В. Федасюк. – Львів: Видавництво Державного університету “Львівська політехніка”, 1999. – 228 с.
10. Ваш источник информации по продукции Intel [Електронний ресурс] / Intel Corporation. – Режим доступу : <http://ark.intel.com/ProductCollection.aspx?series=33897>
11. Сравнение номеров моделей и характеристик процессоров AMD Phenom [Електронний ресурс] / Advanced Micro Devices, Inc. – 2011. – Режим доступу: <http://www.amd.com/ru/products/desktop/processors/phenom-ii/Pages/phenom-ii-model-number-comparison.aspx>
12. Incropera F.P. *Fundamentals of heat and mass transfer* / F.P. Incropera, D.P. DeWitt, T.L. Bergman, A.S. Lavine; 6th ed. – New York: John Wiley & Sons, 2007. – 925p.
13. Heat Transfer in a Thin Plate [Електронний ресурс] / COMSOL. – Режим доступу : <http://www.comsol.com/showroom/gallery/493/>
14. D. Fedasyuk, T. Mukha. Evaluation of Evaporation Influence on the Heat Dissipation Process from a Flat Plate Surface// *Proceedings of the 5-th International Conference on Computer Science and Information Technologies CSIT-2010, Lviv, Ukraine, 2010*, pp. 111–113.
15. Ethanol (CH₃CH₂OH; Ethyl Alcohol) [Електронний ресурс] / MatWeb, LLC. – Режим доступу : <http://www.matweb.com/search/DataSheet.aspx?MatGUID=672641fab584f8e85bc873b5817c68b>
16. Справочник химика / Под ред. Б. П. Никольского; 2-е изд. – М.: “Химия”, 1965. – т. 3. – С. 914–916.
17. Environmental Models. Free Tools. Vapour pressure calculation [Електронний ресурс] / Environmental Models – Режим доступу : <http://www.envmodels.com/freetools.php?menu=pression&action=send&lang=en>
18. Acetone (CH₃COCH₃; 2-Propanone) [Електронний ресурс] / MatWeb, LLC. – Режим доступу : <http://www.matweb.com/search/DataSheet.aspx?MatGUID=1f9fd4a5357e428f9a82e750f4fbbf0e>
19. Fluorinert Electronic Liquid FC-72. Product Information [Електронний ресурс] / 3M. – Режим доступу : <http://multimedia.3m.com/mws/mediawebserver?66666UuZjcFSLXTtnxTE5XF6EvuQEcuZgVs6EVs6E666666-->
20. Fluorinert Electronic Liquid FC-87. Product Information [Електронний ресурс] / 3M. – Режим доступу : http://multimedia.3m.com/mws/mediawebserver?mwsId=66666UuZjcFSLXTtnxTE5x F6EVuQEcuZgVs6EVs6E666666--&fn=proinfo_FC87.pdf