УДК 621.396.69.002

І.І. Мотика[1], Л.А. Недоступ[2], Н.І. Нестор[3]
Національний університет "Львівська політехніка"
[1]кафедра систем автоматизованого проектування
[2]кафедра теоретичної радіотехніки та радіовимірювань
[3]технічний коледж Національного університету "Львівська політехніка"

БІБЛІОТЕКА МОДЕЛЕЙ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ОПЕРАЦІЙ ДЛЯ АНАЛІЗУ ТОЧНОСТІ ПРОЦЕСІВ ВИГОТОВЛЕННЯ

Розглядається склад бібліотеки моделей для аналізу точності технологічних процесів. Бібліотека містить клас основних структурних компонентів процесів виготовлення у сенсі об'єктно-орієнтованого підходу для побудови моделей і передбачає можливість доповнення його методами для конкретних технологічних операцій.

Composition of library of models for the analysis of exactness of technological processes is considered. A library contains the class of basic structural components of processes of making in sense objective – the oriented approach for construction of models and foresees possibility of addition by his methods for the concrete technological operations.

Вступ

Технологічні процеси серійного і масового виробництва радіоелектронної апаратури характеризуються тим, що кожна окремо взята операція і увесь процес загалом здійснюються приблизно в одних і тих самих виробничих умовах. Тому ці процеси можна розглядати як складні перетворюючі системи з великою кількістю вхідних і вихідних змінних, які мають випадковий характер, але з достатньо стабільними характеристиками. Це означає, що для побудови математичних моделей технологічних процесів серійного і масового виробництва можуть бути використані імовірнісні (теоретичні) і статистичні (експериментальні) методи.

У статті розглядаються моделі технологічних операцій дискретних технологічних процесів, тобто таких процесів, в яких матеріальні потоки змінюються в часі дискретно. Дискретні технологічні процеси здійснюються, як правило, на універсальному технологічному устаткуванні, яке призначене для випуску неоднорідної продукції. Це уможливлює виконання на одному і тому самому робочому місці декількох видів операцій. У дискретному виробництві, як правило, використовуються типові, добре відлагоджені технологічні ланки.

Проблеми системного аналізу якості й оптимізації такого роду процесів виробництва розглядаються в монографії [1]. Однак реалізація цих складних і трудомістких методів у комп'ютерних програмах вимагає створення моделей технологічних операцій з урахуванням похибок виготовлення, а також ефективних методів статистичного аналізу виробництва.

Найчастіше аналіз похибок технологічних процесів здійснюється в лінійному наближенні. Лінійні моделі прості і методи аналізу лінійних систем ґрунтовно досліджені в багатьох роботах і в узагальненому вигляді викладені в монографії [2]. Однак отримані результати можна використати лише для обчислення математичних сподівань, дисперсій і коефіцієнтів кореляції виробничих похибок.

У теорії імовірностей доволі широко застосовуються характеристичні функції випадкових величин і векторів, які значно спрощують отримання результатів при лінійних перетвореннях. В основі спрощення трансформацій законів розподілу випадкових величин і векторів лежать дві основні властивості характеристичних функцій: характеристична функція суми незалежних випадкових величин є добутком характеристичних функцій кожної із них; числові характеристики випадкового вектора можуть бути визначені з розкладу в ряд Маклорена характеристичних функцій цього вектора. Важливо, що у такому разі можна отримати найповнішу характеристику результуючого вектора – його закон або густину розподілу.

На основі поєднання аналітичного методу характеристичних функцій і числових методів можна створити ефективні алгоритми статистичного аналізу складних технологічних процесів. У роботі розглядається набір моделей технологічних операцій, який дає змогу формувати різноманітні обчислювальні моделі для аналізу точності (похибок) процесів виготовлення. Усі моделі орієнтовані на застосування при аналізі характеристичних функцій [3–5].

Постановка задачі

Метою роботи є розроблення бібліотеки моделей для статистичного аналізу технологічних процесів із застосуванням характеристичних функцій. Як остаточний результат отримуємо характеристичну функцію багатовимірного сумісного розподілу вихідних параметрів виробу. За характеристичною функції можна отримати числові характеристики розподілу – середні значення, дисперсії, коефіцієнти кореляції і, взагалі, моменти буль-яких порядків [6]. Одночасно із оцінкою статистичних параметрів виробу значний практичний інтерес становить визначення розрахунковим методом такого важливого економічного показника, як імовірність виходу придатних.

Будемо вважати, що структура технологічного процесу і режими окремих операцій визначені на етапі структурного синтезу і розрахунку детермінованими методами, тобто відомі всі номінальні параметри. Мета аналізу – визначення відносних похибок параметрів об’єкта виготовлення у будь-яких перерізах технологічного процесу, включаючи вихід.

Стандартний розподіл імовірностей похибок ТП

Аналіз похибок технологічних процесів із застосуванням характеристичних функцій, як будь-які методи інтегральних перетворень, є ефективним в тих випадках, коли остаточний результат вдається отримати в аналітичній формі. Для послідовних ланок обробних операцій такі перетворення можна здійснити порівняно просто [5]. Однак операції розділення за певними ознаками приводять до необхідності здійснювати неодноразово пряме та обернене перетворення Фур’є функцій розподілу імовірностей, які в аналітичній формі виконати не вдається. Такими є, наприклад, моделі пооопераційного контролю.

Для наближених числових методів перетворень доцільно замінити все різномаїття розподілів, які виникають під час аналізу похибок, одним стандартним розподілом. Пропонується використовувати як стандартну ступінчасту функцію густини розподілу імовірностей. Ступінчаста густина розподілу імовірностей є зручною і простою апроксимацією для густин будь-якої форми. Крім того, ступінчаста густина використовується для подання у моделях вхідних даних у вигляді експериментально знятих гістограм.

Операція отримання характеристичної функції стандартного розподілу випадкового вектора

Введемо стандартну функцію густини розподілу випадкового n-вимірного вектора. Крок по координатах приймемо однаковим, таким, що дорівнює h. Введемо позначення:: $x_1,\dots,x_n$ – координати простору випадкових змінних; N_j – кількість дискрет по координаті x_j; $x_{0_1},\dots,x_{0_n}$ – початкові абсциси функції густини розподілу; $x_{k_j} = x_{0_j} + k_j h, \quad (k_j = 0,\dots,N_j)$ – абсциси стовпців; $y_{k_1 \dots k_n}$ – висота елемента функції густини розподілу із координатами кутка $x_{k_1},\dots x_{k_n}$.

Характеристична функція ступінчастої густини розподілу визначається із багатовимірного перетворення Фур’є і має вигляд:

$$g_{\text{ст}}(\lambda_1,\dots,\lambda_n) = (-i)^n \sum_{k_1=1}^{N_1} \cdots \sum_{k_n=1}^{N_n} y_{k_1 \dots k_n} \prod_{j=1}^{n} \frac{1}{\lambda_j} \left(e^{i\lambda_j x_{k_j}} - e^{i\lambda_j x_{k_j-1}}\right). \quad (1)$$

Операція обчислення стандартної функції за заданою характеристичною

Отримаємо систему рівнянь для обчислення параметрів багатовимірної стандартної функції розподілу $f_{ст}(x_1, x_2, ..., x_n)$ за заданою характеристичною $g(\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n)$. Виберемо значення h, $x_{0_1}, ..., x_{0_n}$, $N_j, (j = 1,2,...,n)$. Початкові моменти стандартної функції розподілу визначаються за формулами [3]:

$$\alpha_{ст\,\eta_1...\eta_2} = \int_{-}\cdots\int_{-} x_1^{\eta_1}\cdots x_n^{\eta_n} f_{ст}(x_1,...,x_n)dx_1...dx_n =$$
$$= \sum_{k_1=1}^{N_1}\cdots\sum_{k_n=1}^{N_n} y_{k_1.....k_n}\prod_{j=1}^{n}\frac{1}{\eta_j+1}\left(x_j^{\eta_j} - x_j^{\eta_j+1}\right). \quad (2)$$

Вираз для моментів випадкового вектора через його характеристичну фукцію має вигляд:

$$\alpha_{\eta_1.....\eta_n} = i^{-\nu}\left[\frac{\partial^\nu g(\lambda_1,.....,\lambda_n)}{\partial\lambda_1^{\eta_1}.....\partial\lambda_n^{\eta_n}}\right]_{\lambda_1=.....=\lambda_n=0} \qquad (\eta_1 + ... + \eta_n = \nu). \quad (3)$$

Стандартна функція густини розподілу має $N = N_1 \times ..... \times N_n$ невідомих значень $y_{k_1.....k_n}$. Прирівнюючи $N-1$ моментів стандартної функції до моментів, отриманих з виразу (10), і долучаючи рівняння нормування густини розподілу, одержимо систему рівнянь для обчислення значень $y_{k_1.....k_n}$:

$$\begin{cases} \sum_{k_1=1}^{N_1}\cdots\sum_{k_n=1}^{N_n} y_{k_1.....k_n}\prod_{j=1}^{n}\frac{1}{\eta_j+1}\left(x_j^{\eta_j} - x_j^{\eta_j+1}\right) = \\ = i^{-\nu}\left[\frac{\partial^\nu g(\lambda_1,.....,\lambda_n)}{\partial\lambda_1^{\eta_1}.....\partial\lambda_n^{\eta_n}}\right]_{\lambda_1=.....=\lambda_n=0} \qquad (\eta_1 + ... + \eta_n = \nu) \\ .... \\ h^n \sum_{k_1=1}^{N_1-1}\cdots\sum_{k_n=1}^{N_n-1} y_{k_1.....k_n} = 1. \end{cases} \quad (4)$$

Запропонований аналітико-числовий метод дає змогу подолати труднощі, які виникають у разі необхідності багаторазового прямого й оберненого перетворення Фур’є. Метод гарантує виконання умови нормованості функцій розподілу випадкових векторів.

Модель операції оброблення

Розглянемо випадок, коли здійснюється оброблення потоку однакових виробів (деталей). Об’єкти оброблення утворюють один потік на вході і виході ТО. У загальному вигляді схема ТО і її зв’язки з навколишнім середовищем зображені на рис. 1.

Сукупність параметрів середовища, які діють на об’єкт оброблення, поділяють на групи залежно від характеру і частки їхньої участі в процесі. Загалом об’єкт характеризують такі вектори-параметри:

– вхідні величини (входи) – $\mathbf{X}^t = (x_1, x_2, ..., x_n)$ – параметри, значення яких можуть бути виміряні хоча б в принципі, але можливість впливу на них у цій операції відсутня;

– управляючі впливи (управління) – $\mathbf{U}^t = (u_1, u_2, ..., u_k)$. До управляючих належать параметри, на які можна безпосередньо впливати відповідно до поставлених вимог, що дає змогу керувати процесом;

– збурюючі впливи (збурення) – $\mathbf{Z}^t = (z_1, z_2, ..., z_s)$ – параметри, значення яких у випадковий спосіб змінюються в часі і які недоступні для вимірювання.;

– вихідні величини (виходи) – $\mathbf{Y}^t = (y_1, y_2, ..., y_m)$. До вихідних належать параметри, значення яких зумовлені режимом процесу. Ці параметри характеризують стан об’єкта як результат сумарного впливу вхідних, управляючих і збурюючих параметрів.

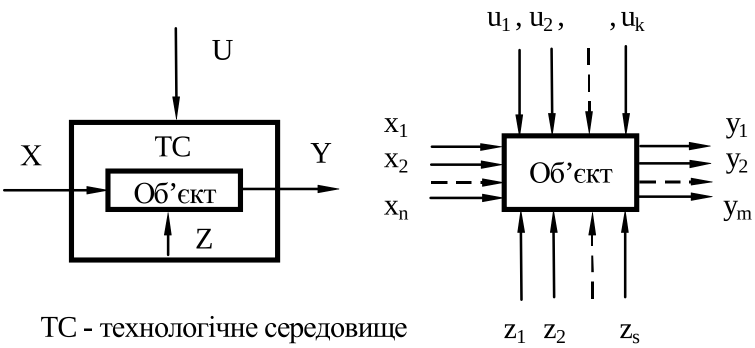

Рис. 1. Модель технологічної операції оброблення.

Вектори **Y, X, U, Z** в загальному випадку є випадковими і їхні компоненти корельовані. Компоненти вихідного вектора Y є випадковими величинами і визначаються із співвідношень:

$$Y_r = \varphi_r(\mathbf{X},\mathbf{U},\mathbf{Z}), \qquad r = 1,2,.....,n. \tag{5}$$

Для розрахунку точності технологічного процесу зручніше користуватися рівняннями виробничих похибок у відносних величинах з безрозмірними елементами матриць зв’язку. Безрозмірна форма рівняння є найзагальнішою, не зв’язаною з масштабами і розмірностями величин різної фізичної природи. Вводячи в розгляд відносні випадкові похибки

$$\delta_{x_p} = \frac{x_p - x_{Hp}}{x_{Hp}}, \quad \delta_{u_p} = \frac{u_p - u_{Hp}}{u_{Hp}},$$
$$\delta_{y_p} = \frac{y_p - y_{Hp}}{y_{Hp}}, \quad \delta_{z_p} = \frac{z_p - z_{Hp}}{z_{Hp}}. \tag{6}$$

і лінеаризувавши залежність (5), отримаємо залежність відносних похибок на виході операції від відносних похибок аргументів [5] :

$$D_{\mathbf{y}} = \mathbf{A}\, D_{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\, D_{\mathbf{u}} + \mathbf{S}, \tag{7}$$

де D_y, D_x D_u – вектори відносних похибок (6); $\mathbf{A}, \mathbf{B}$ – матриці зв’язку між похибками; **S** – m-вимірний вектор сумарного впливу внутрішніх збурень.

Випадковий вектор **X** не залежить від векторів **U** і **S**. Компоненти x_p і x_q ($q \neq p$) будемо вважати корельованими. Загалом випадкові вектори **U** і **S**, а також їхні компоненти корельовані. Однак без зменшення загальності подальшого аналізу їх можна вважати некорельованими, оскільки лінійним перетворенням їх можна привести до випадкових векторів з некорельованими складовими [6]. Така процедура може бути застосована при обробленні експериментальних даних для побудови моделі технологічної операції. Більше того, компоненти векторів можна приймати розподіленими за нормальним законом. Для відлагодженої типової технологічної операції таке припущення достатньо обгрунтоване. Будь-які лінійні перетворення векторів з нормально розподіленими компонентами, зокрема і ті, які виконуються з метою усунення кореляції, залишають закон розподілу нормальним, змінюючи тільки його кореляційну матрицю.

Позначимо через $g_x(l), g_y(l), g_u(l), g_s(l)$ характеристичні функції векторів D_x, D_y, D_s **і S** відповідно. Тоді, ураховуючи незалежність цих векторів, характеристичну функцію $\mathbf{g}_y(l)$, на підставі рівняння (7) можна записати у вигляді:

$$g_y(l) = g_x(\mathbf{A}^t l) g_u(\mathbf{B}^t l) g_s(l) \tag{8}$$

Компонента $g_x(l)$ визначається попередніми технологічними операціями. і її структура може бути відновлена повним проходом по технологічних ланках від входу до заданої операції.

Дві інші складові визначаються з виразу для характеристичної функції випадкового вектора з некорельованими нормально розподіленими компонентами [6].

$$g_u(l) = e^{i(u,\mathbf{m}_u) - \frac{1}{2}(\mathbf{K}_u l, l)}, \quad g_s(l) = e^{i(l,\mathbf{m}_s) - \frac{1}{2}(\mathbf{K}_s l, l)} \tag{9}$$

Надалі будемо вважати, що математичні сподівання похибок $\mathbf{m}_u$ і $\mathbf{m}_s$ дорівнюють нулю. Тоді після підстановки та елементарних перетворень отримаємо:

$$g_y(l) = g_x(\mathbf{A}^t l)\mathbf{e}^{-\frac{1}{2}l^t(\mathbf{B}\mathbf{K}_u\mathbf{B}^t + K_s)l} = g_x(\mathbf{A}^t l)\mathbf{e}^{-\frac{1}{2}l^t\mathbf{K}_0 l} \tag{10}$$

Матриця $\mathbf{K}_0$ – симетрична і за фізичним змістом – це кореляційна матриця сумісного впливу векторів **U** і **S** на похибки вихідних параметрів технологічних операцій. Позначимо

$$\mathbf{g}_0(l) = \mathbf{e}^{-\frac{1}{2}l^t\mathbf{K}_0 l} = \mathbf{e}^{-\frac{1}{2}(\mathbf{K}_0 l, l)} \tag{11}$$

Тоді для оброблюючої технологічної операції отримуємо характеристичну функцію у вигляді:

$$g_y(l) = g_x(\mathbf{A}^t l)\, g_0(l)\,. \tag{12}$$

Моделі операцій контролю

На функції розподілу похибок особливий вплив має вимірчий поопераційний контроль, який розділяє потік виробіів на два (“придатні” і “брак”).

Операція контролю з розділенням по верхніх границях всіх параметрів

На вхід операції контролю надходять однорідні вироби, які характеризуються вектором n контрольованих параметрів $\mathbf{X}^t = \|x_1, x_2, \ldots x_n\|$. Позначимо сумісну густину розподілу цього вектора через $f_x(x_1, \ldots, x_n) = f_x(X)$. Визначимо стандартну характеристичну функцію розподілу.

Контрольна операція розділяє вироби за заданими пороговими значеннями похибок $\mathbf{a}^t = \|a_1, \ldots, a_n\|$. Для визначеності приймемо, що **а** – вектор верхніх порогових значень. За рахунок похибок вимірювань розділення здійснюється неточно. Введемо вектор нормованих відхилень вимірювань $D_в^t = \|\delta_{в1}, \delta_{в2}, \ldots, \delta_{вn}\|$. Приймемо, що ці похибки не залежать від значень параметрів, розподілені за нормальним законом з нульовим математичним сподіванням і задаються сумісною густиною розподілу [2]:

$$f(D_в) = \frac{1}{\sqrt{2^n \pi^n |K_в|}} e^{-\frac{1}{2}\left(\mathbf{K}_u^{-1} D_в, D_в\right)} \tag{13}$$

де $K_в$ – кореляційна матриця вектора $D_в$, $|\mathbf{K}_в|$ – визначник кореляційної матриці.

Характеристична функція вектора похибок вимірювань має вигляд:

$$g_{в}(l)=e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{K}_{в} l, l)} \tag{14}$$

Введемо випадковий вектор нормованих відхилень результату вимірювань $D_{p}=D_{x}+D_{в}$. Якщо вектори незалежні, то характеристична функція вектора **s** визначається з виразу:

$$g_{p}(l)=g_{x}(l)\, g_{в}(l)=g_{x}(l)\, e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{K}_{в} l, l)}. \tag{15}$$

Переходимо від густини розподілу до стандартної функції, визначаємо об'єм ступінчастої функції, який залишився після розділення по верхніх порогових значеннях вектора a, і, ділячи кожен стовпчик залишеної функції на цей об'єм, отримуємо стандартну густину розподілу для потоку виробів, які прийняті як придатні.

Видаляючи з вектора D_{p} похибки вимірювань, одержимо випадковий вектор вихідних параметрів виробу, який надходить на подальшу обробку після операції контролю. Характеристичною функцією різниці $D_{p}-D_{в}$ буде:

$$g_{y}(l)=g_{p}(l) g_{s}(-l) \tag{16}$$

Підкреслимо, що в потоці виробів, які вважаються придатними, з певною ймовірністю можуть бути вироби, параметри яких виходять за межі допуску, оскільки розділення відбувається з похибками.

Операція контролю з розділенням по нижній границі допуску

Таким самим способом можна отримати функцію для операцій контролю з розділенням по нижній границі допуску. Для цього необхідно змінити знак вектора похибок $\Delta_{в}$ і модифікувати межі відкидання.

Операція розгалуження однорідного потоку виробів.

Таке елемент виникає в тих випадках, коли однакові технологічні операції виконуються паралельно на декількох технологічних ланках з різними параметрами. Вважатимемо, що розділення потоку здійснюється випадково і i-ю технологічною ланкою обробляється частина виробів усього потоку $\alpha_{i}=N_{i}/N$. Для оброблення всього потоку повинна виконуватися умова $\sum_{i=1}^{t}\alpha_{i}=1$, де t – кількість паралельних ланок.

Кожен частковий потік має такий самий закон розподілу, як і весь вхідний потік. Тому

$$g_{y(j)}(\lambda)=g_{x}(\lambda), \quad j=1,2,\ldots\ldots,t, \tag{17}$$

Операція об'єднання декількох потоків однорідних виробів. При змішуванні декільох вхідних потоків характеристична функція сумарного потоку набуває вигляд:

$$g_{y(j)}(l)=\sum_{j=1}^{t} a_{j} g_{y(j)}(l). \tag{18}$$

Висновки

Наведені моделі дають змогу виконувати статистичний аналіз доволі широкого класу технологічних процесів. Більше того, у тій формі, як вони описані, їх можна застосовувати для статистичного аналізу технологічних процесів виготовлення різної природи – механічного оброблення, виготовлення інтегральних мікросхем, для групових і негрупових технологій тощо. Специфіка конкретної технологічної операції виявляється при аналітичному розрахунку параметрів моделі за співвідношенням, наведеним у статті, або за статистичними даними, отриманими в результаті експериментів.

1. Бобало Ю.А., Кіселичник М.Д., Недоступ Л.А. Системний аналіз якості виробництва прецизійної радіоелектронної апаратури / За ред. Л.А. Недоступа. – Львів: Держ. ун-т "Львівська подітехніка", 1996. 2. Бородачев Н.А., Абдрашитов Р.М., Веселова И.М. и др. Точность производства в машиностроении и приборостроении / Под ред. А.Н. Гаврилова. – М.: Машиностроение, 1973. 3. Kernytskyy A., Motyka I., Nestor N. Models for the analysis of accuracy of tecnological processes. Proc. of the IX-th International conference CADSM 2007. "The experience of designing and Application of CAD System in Microelectronics". – Lviv, 2007. 4. Нестор Н.І. Застосування характеристичних функцій для аналізу похибок технологічних процесів // Досвід розробки та застосування приладотехнологічних САПР мікроелектроніки: Тез. доп. 4-ї Міжнар. наук.-техн. конф. – Львів, 1997. 5. Мотика І.І., Нестор Н.І. Аналіз похибок технологічних операцій з використанням характеристичних функцій // Вісн. Держ. ун-ту "Львівська політехніка". – 1998. – № 327: Комп'ютерні системи проектування. Теорія і практика. 6. Пугачев В.С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. – М.: ГИФМЛ, 1960.