

## ОЦІНЮВАННЯ ТЕНЗОРА ШВИДКОСТЕЙ ДЕФОРМАЦІЙ ЗА ДАНИМИ GPS ВИМІРЮВАНЬ У РЕГІОНІ ГРЕЦІЇ, ТУРЕЧЧИНИ ТА ІРАНУ

Розраховані із GPS спостережень швидкості GPS станцій використано для отримання швидкостей 2D моделі і поля швидкостей деформацій для регіону Греції, Туреччини та Ірану. Швидкість поля вивчали за етапами. Перший складається з розвитку кінцевого елемента на основі бікубічної сплайн-функції на геосфері для інтерполяції нерівномірних GPS даних на регулярні вузли. Другий представляє інверсію швидкостей від GPS спостережень до тензора швидкостей деформацій. Для перевірки підходу його застосовано до області з різним охопленням геодезичних вимірювань для спостережень у Греції, Туреччині та Ірані. В результаті досліджень аналізується повний розв'язок на власні числа та власні вектори.

**Ключові слова:** геодинаміка; тензор швидкості деформації; сучасні рухи земної кори

### *Постановка проблеми та аналіз останніх досліджень та публікацій*

Наші знання про рухи земної поверхні суттєво залежать від їх природи та періоду визначення деформацій, отриманих за даними відповідних вимірів [Minster, Jordan, 1978; DeMets et al., 1990; DeMets et al., 1994; England, Molnar, 1997; Kreemer, 2000; Bird, 2003]. Традиційним підходом під час дослідження деформацій земної поверхні є вивчення горизонтальних та вертикальної складових поля деформацій за даними горизонтальних і вертикальних класичних геодезичних вимірів. Однак слабка місце класичної геодезії – це недостатньо висока точність визначення деформацій у глобальному, регіональному і навіть локальному масштабах. Ситуація кардинально змінилася з появою технологій космічної геодезії, що забезпечило можливість моніторингу і вивчення тривимірного поля деформацій на основі таких методів: VLBI – радіоінтерферометрії з наддовгою базою; SLR – лазерної локації супутників; DORIS – доплерівської орбітографії і GNSS – глобальних позиційних систем. Перелічені методи VLBI, SLR, DORIS і GNSS відіграють головну роль у створенні земних референціальних систем, що відображено, наприклад, в IERS Conventions [McCarthy, Petit, 2004]. Тобто розвиток супутникових технологій супроводжується уточненням реалізації земної системи координат для вивчення деформацій земної поверхні. З перелічених методів саме GNSS технології відіграють головну роль у вивченні деформацій земної поверхні за рахунок їх мобільності та точності.

Проблема, що розглядається, належить до фундаментальних проблем сучасної геодинаміки і пов'язана з дослідженням просторово-часового розвитку деформаційних полів і сучасних рухів земної кори та їхніх особливостей, зумовлених тектонічними причинами, шляхом аналізу даних багаторічних GNSS спостережень у різних регіонах світу. Для виконання таких робіт планується

застосувати методику та алгоритм обчислення 2D і 3D тензора швидкостей деформацій з повною оцінкою точності [Marchenko, 2003], проаналізувати деформації, оцінити аномальні збурення у сучасних рухах і деформаціях земної кори. Таке вивчення деформаційних процесів за допомогою GNSS спостережень може привести до уточнення границь Євразійської тектонічної плити в регіонах Греції, Туреччини та Ірану.

Визначення деформацій земної поверхні (якому щорічно присвячена дуже велика кількість наукових праць) традиційно базується на математичному апараті, який має узагальнений тензорний характер. Для аналізу змін земної поверхні необхідною умовою є знаходження часткових похідних векторних функцій поля деформацій та швидкостей деформацій. В ідеальному випадку ці функції повинні бути заданими неперервно у просторовій і часовій області, що, однак, не забезпечують типові геодезичні виміри, які мають дискретну природу як в просторі, так і в часі. Оскільки сучасні рухи земної поверхні визначаються переважно через геодезичні виміри, то і ці дані мають дискретну структуру. З цієї причини неперервна в просторі і в часі величина рухів повинна оцінюватися апроксимацією невідомих функцій за відомим дискретним розподілом, що є складовою частиною прикладного аналізу, зокрема – методу скінченних елементів.

### *Постановка завдання*

Оскільки знаходження деформацій поверхні Землі ґрунтується на тензорному аналізі, то визначення тензора швидкостей цих деформацій потребує визначення перших похідних різних компонент векторних полів швидкостей руху земної поверхні. Такі похідні, як правило, невідомі і їх можна оцінити лише числово, що і забезпечує можливість використання бікубічного сплайна. Отже, розв'язують цю задачу за декілька етапів: вибір обґрунтованого набору вихідних даних у

пунктах з відомими координатами та швидкостями; приведення просторових координат і швидкостей у єдину систему з трансформацією у топocентричні координати; використання методу прогнозу (наприклад, методу середньої квадратичної колокації) для згущення вихідної інформації і подання її у вигляді рівномірних сіток з метою застосування кубічних скінченних елементів; використання двовимірного або тривимірного методу скінченних елементів для обчислення тензорів деформацій та обертання; знаходження інваріантів цих тензорів, їх власних чисел і власних векторів одночасно з оцінюванням точності.

**Виклад основного матеріалу дослідження**

Як вихідні дані для обчислення тензора швидкостей деформацій використано компоненти лінійних швидкостей наступних розв'язків [Jiamor et al., 2010; Erdoğan et al., 2009; Rastbood A., Voosoghi B., 2011; Erdogan et al., 2008; Marleen Nyst, Wayne Thatcher, 2004], які побудовані за даними 698 лінійних швидкостей, визначених за GPS даними.

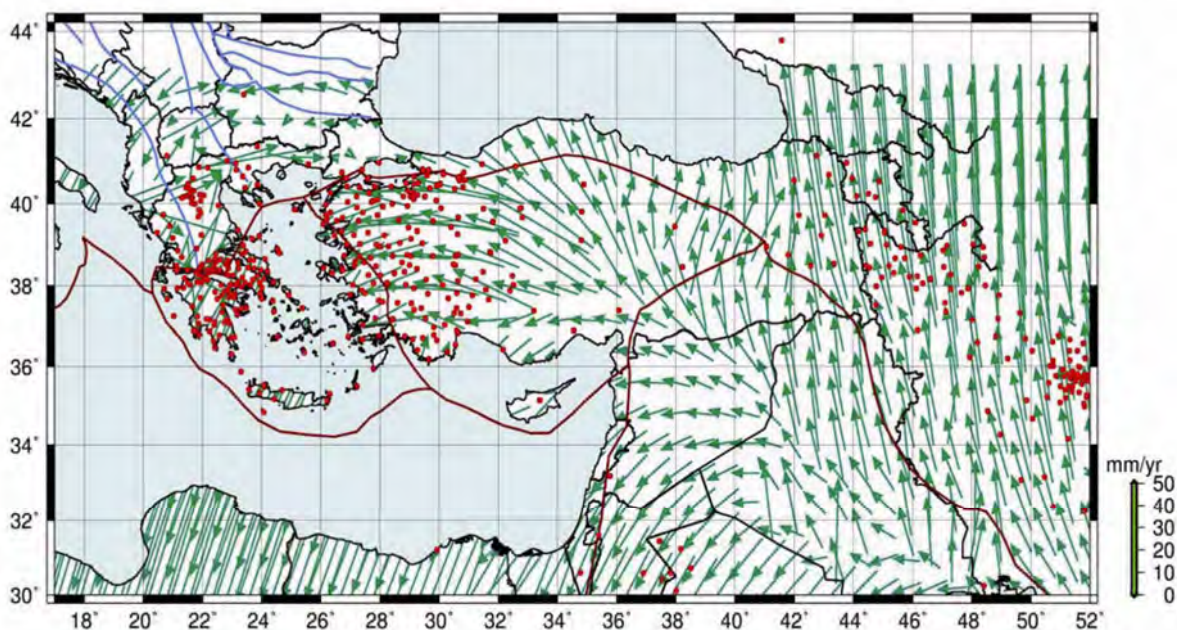
Для визначення необхідних похідних векторного поля можна застосувати широко відомий метод середньої квадратичної колокації [Heiskanen, Moritz, 1967; Kragur, 1969]. На відміну від фізичної геодезії, його використання для задач тектоніки плит почалося порівняно недавно для побудови полів вертикальних [El-Fiky et al., 1997] і горизонтальних рухів [El-Fiky, Kato, 1999; El-Fiky, 2000; Julliette et al., 2006] земної кори в різних регіонах планети. Однак застосування такого методу для цього регіону призводить до нестабільних результатів, оскільки побудова необхідних коваріаційних функцій вико-

нується на основі обмеженого набору даних. Стабільніші результати дає пряма апроксимація східної та північної компонент бікубічними сплайнами [Марченко та ін., 2005]. На рис. 1 показано розподіл векторних полів швидкостей, обчислених на основі компонент лінійних швидкостей з рівномірної сітки 2'x3'.

Основним результатом цього етапу вважаємо саме результати прогнозу вимірних швидкостей  $V_E$  і  $V_N$  з періодично діючих GPS-пунктів та перманентних GPS-станцій на рівномірну сітку 5'x5', оскільки напрямки векторів в цій системі дуже добре узгоджуються з відомими моделями тектоніки плит. Рис. 2 та 3 демонструють вимірні поля східної та північної складових цих компонент. Вимірні поля швидкостей і стали вихідною інформацією для визначення тензора швидкостей деформацій.

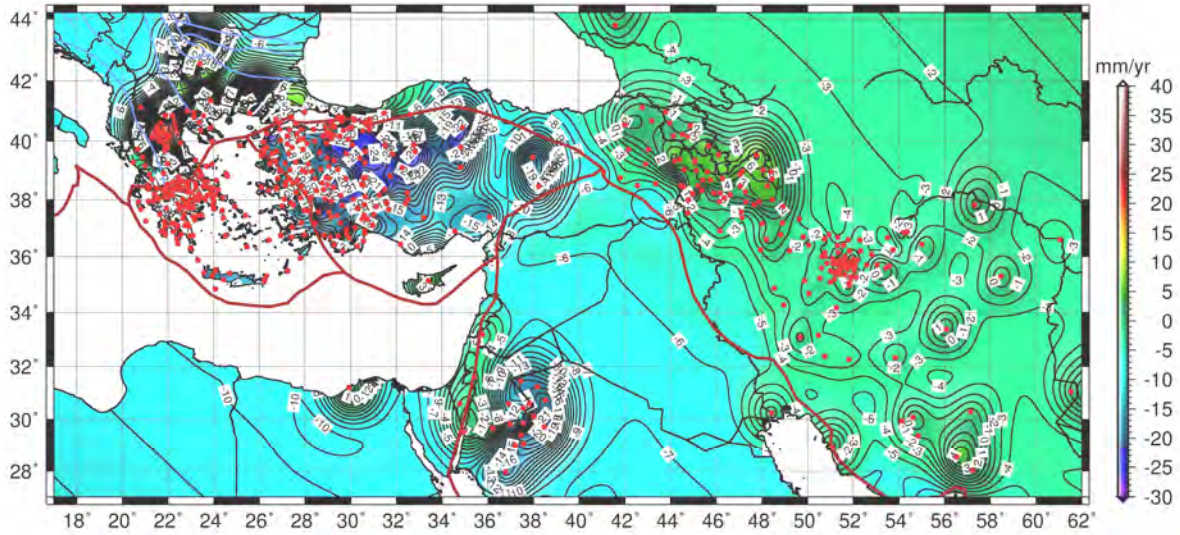
Незважаючи на те, що варіації параметрів деформацій повинні вивчатися у тривимірному просторі, за певних припущень достатньо параметризувати поле швидкостей на поверхні геосфери [England, Molnar, 1997]. Для обчислення елементів тензора швидкості деформацій використовуємо формули з робіт [Кочин, 1951; Haines, Holt, 1993; Kreemer, 2000].

Крім  $A_1$  та  $A_2$ , іноді для вивчення поля деформацій використовують ще одну інваріантну характеристику, або так званий максимальний зсув  $v = A_1 - A_2$  [Vaníček et al., 2008]. Неважко отримати  $v = \dot{\gamma}$  і зауважити, що ці поняття ідентичні у випадку тензора деформацій, який розглядається у двовимірному просторі [Марченко та ін., 2011].

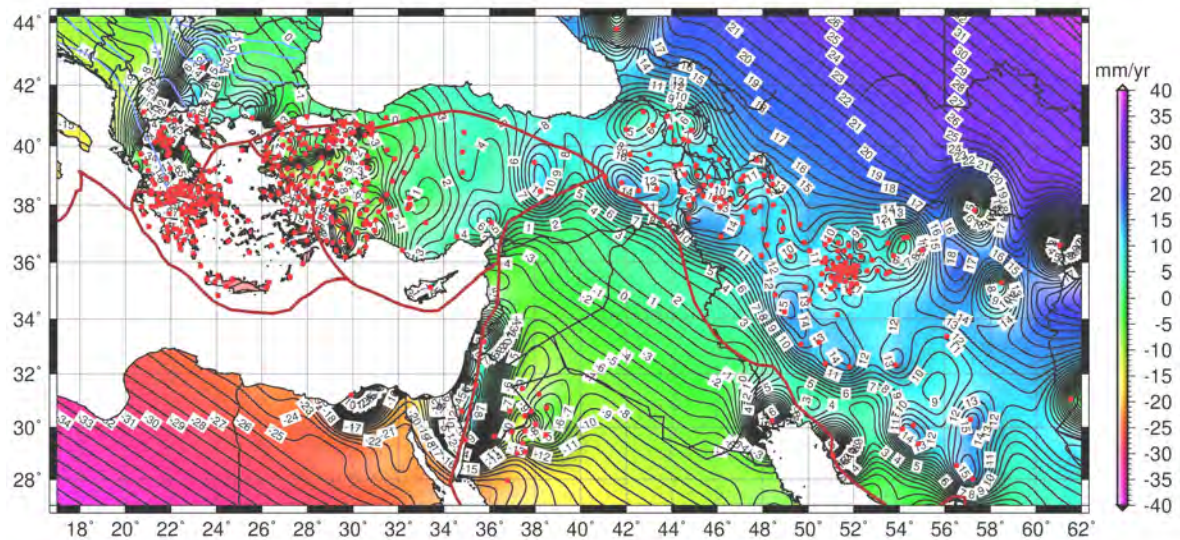


**Рис. 1.** Поле лінійних швидкостей в системі [мм/рік]; (—) – основні геологічні межі та структури; (—) – границі тектонічних плит

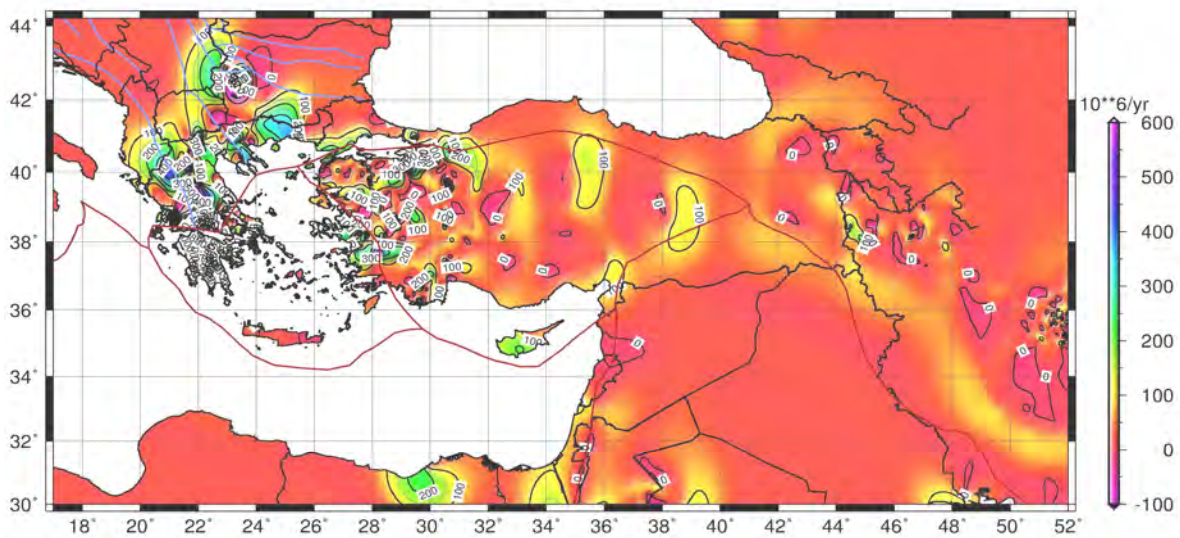




**Рис. 2.** Східна компонента  $V_E$  поля лінійних швидкостей в системі [мм/рік] (інші позначення – як на рис. 1)



**Рис. 3.** Північна компонента  $V_N$  поля лінійних швидкостей в системі [мм/рік] (інші позначення – як на рис. 1)



**Рис. 4.** Максимальне  $\lambda_1$  власне число [ $10^6$ /рік] (система ) (інші позначення – як на рис. 1)



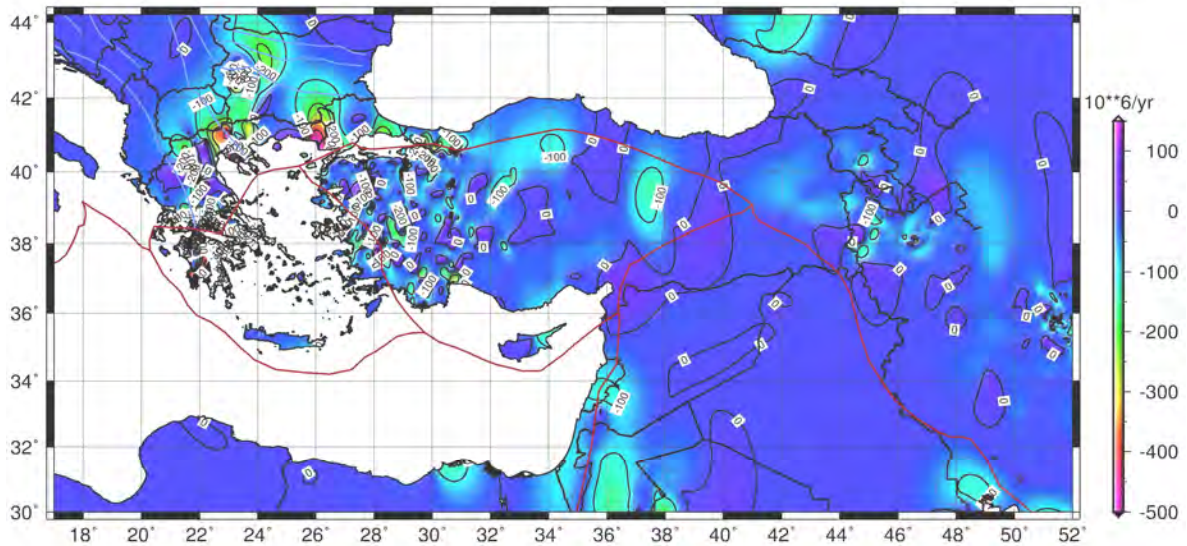


Рис. 5. Мінімальне  $L_2$  власне число [ $10^6$ /рік] (система) (інші позначення – як на рис. 1)

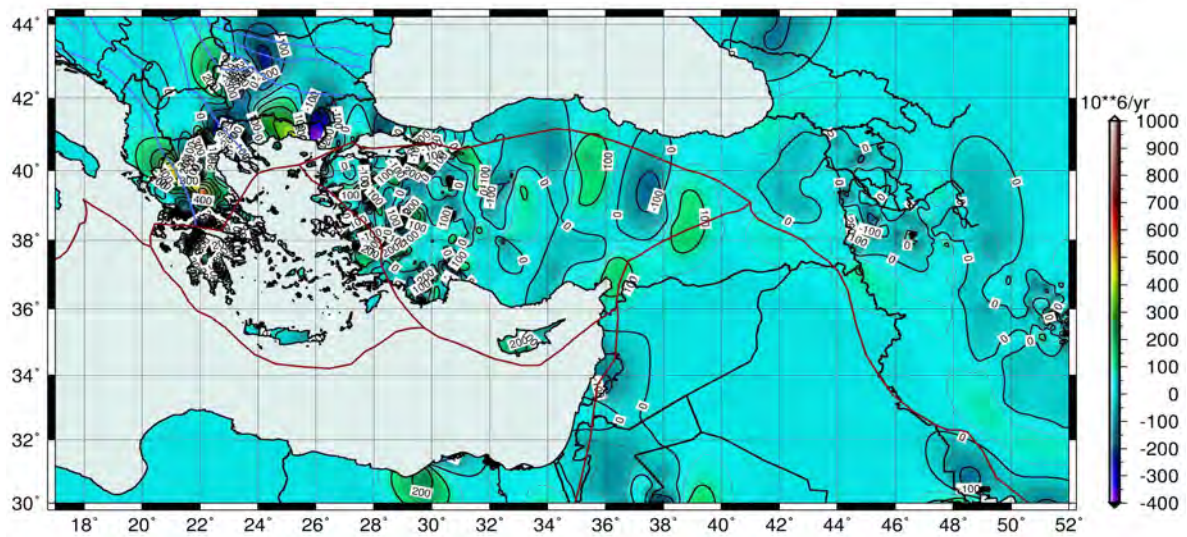


Рис. 6. Швидкість дилатації [ $10^6$ /рік] (система) (інші позначення – як на рис. 1)

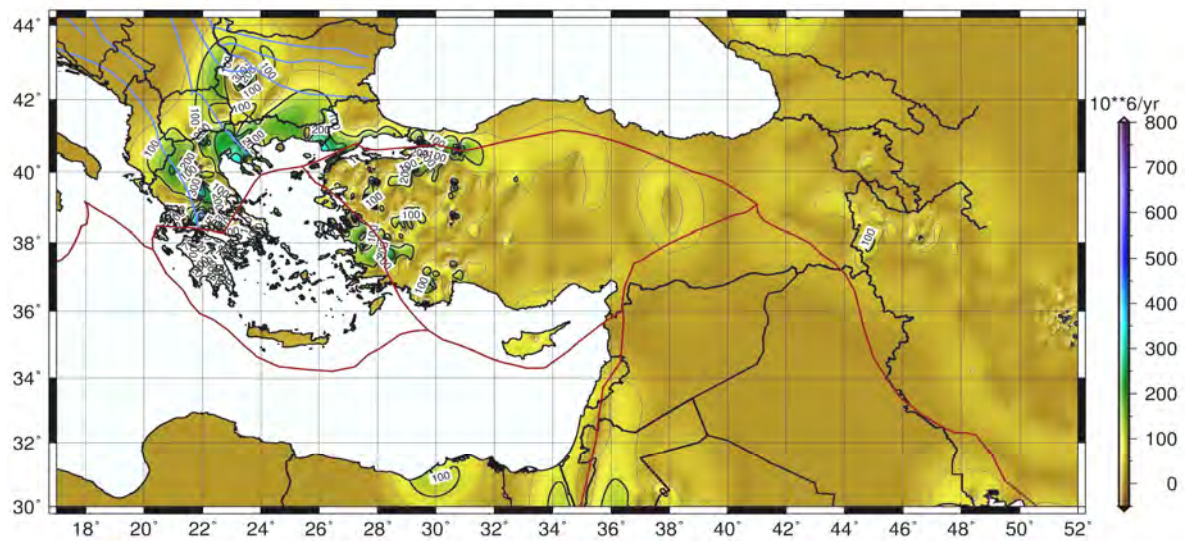


Рис. 7. Швидкість максимального зсуву [ $10^6$ /рік] (система) (інші позначення – як на рис. 1)

Отже, визначивши максимальне  $A_1$  (рис. 4) і мінімальне  $A_2$  (рис. 5) власні числа, ми можемо знайти найважливіші інваріантні характеристики поля швидкості деформацій, які не залежать від лінійних перетворень вибраної системи координат (повороту та зсуву). По-перше – це швидкість середнього розширення (стиску) поверхні регіону  $\dot{\gamma}$  (швидкість дилатації), яка подана на рис. 6. Рис. 7 ілюструє швидкість максимального  $v = A_1 - A_2$  або загального зсуву  $\dot{\gamma} = \sqrt{\dot{\gamma}_1^2 + \dot{\gamma}_2^2}$  (оскільки  $v = \dot{\gamma}$ ), яка обчислюється за наявності максимального  $A_1$  і мінімального  $A_2$  власних чисел.

### Висновки

Результати перелічених обчислень дають змогу зробити висновки про максимальні швидкості дилатації та зсуву в регіонах Егейської і Анатолійської плит та південної частини Євразійської плити в регіоні Греції та Болгарії.

### Література

- Висотенко Р. Визначення швидкостей зміни координат постійно діючих станцій і періодично діючих пунктів УПМ ГНСС за результатами супутникових геодезичних спостережень 1995–2007 років // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – Львів, 2010. – С. 37–41.
- Кочин Н.Е. Векторное исчисление и начала тензорного исчисления. – М.: Наука, 1951. – 427 с.
- Марченко О.М., Заяць О.С., Ничвид М.Р. Про двовимірну інтерполяцію трансформант гравітаційного поля модифікованим сплайном Ерміта // Вісн. геодез. та картогр. – Київ. – 2005. – № 4. – С. 6–10.
- Марченко О.М., Третяк К.Р., Серант О.В. Оцінка точності компонент тензора деформації // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – Львів, 2010. – С. 41–43.
- Марченко О.М., Третяк К.Р., Висотенко Р.О. Оцінювання тензору швидкостей деформацій у Східній Європі // Геодинаміка. – 2011. – № 1(10). – С. 5–15.
- Bird P. An updated digital model of plate boundaries // *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, 2003. Vol. 4, No 3, art. no. 1027, doi:10.1029/2001GC000252. Pp. 1–52.
- DeMets C., Gordon R.G., Argus D.F., Stein S. Current plate motions // *International Geophysical Journal*. 1994. Vol. 101. Pp. 425–478.
- DeMets C., Gordon R.G., Argus D.F., Stein S. Effect of recent revisions to the geomagnetic reversal timescale on estimates of current plate motions // *Geophys. Res. Lett.* 1994. Vol. 21. Pp. 2191–2194.
- El-Fiky G.S. Crustal strains in the Eastern Mediterranean and Middle East as derived from GPS observations // *Bull. of Earth. Res. Inst. Univ. Tokyo*, 2000. Vol. 75. Pp. 105–125.
- El-Fiky G.S., Kato T. Continuous distribution of the horizontal strain in the Tohoku district, Japan, deduced from least squares prediction // *Journal of Geodynamics*. 1999, Vol. 27. Pp. 213–236.
- El-Fiky G.S., Kato T., Fuji Y. Distribution of vertical crustal movement rates in the Tohoku district, Japan, predicted by least-squares collocation // *Journal of Geodesy*. 1997. Vol. 71. Pp. 213–236.
- England Ph., Molnar P. The field of crustal velocity in Asia calculated from Quaternary rates of slip on faults // *Geophys. J.* 1997. Int. 130. Pp. 551–582.
- Haines A. J., Holt W. E. A procedure for obtaining the complete horizontal motions within zones of distributed deformation from the inversion of strain rate data // *J. Geophys. Res.* 1993. Vol. 98. Pp. 12057–12082.
- Heiskanen W.A., Moritz H. *Physical Geodesy*. – W.H. Freeman, San Francisco. 1967. – 364 p.
- Julliette L., Altamimi Z., Olivier J. Interpolation of the European velocity field using least squares collocation method. Paper presented at the EUREF Symposium 2006. Riga, Latvia, 14–17 June, 2006.
- Krarup T. A Contribution to the Mathematical Foundation of Physical Geodesy // *Danish Geod. Inst. Public.* Copenhagen. 1969. No 44.
- Kreemer C., Haines J., Holt W.E., Blewitt G. and Lavallee D. On the determination of a global strain rate model // *Earth Planets Space*. 2000. Vol. 52, PP. 765–770.
- Marchenko A.N. A note on the eigenvalue – eigenvector problem. In: Kühnreiber N. (Ed.), *Festschrift dedicated to Helmut Moritz on the occasion of his 70th birthday* // *Graz University of Technology*. Graz. 2003. Pp. 143–154.
- Marleen Nyst, Wayne Thatcher. New constraints on the active tectonic deformation of the Aegean // *J. Geophys. Res.* 2004. Vol. 109. Pp. 1–23.
- McCarthy D., Petit G. *IERS Conventions, IERS Technical Note No.32* // *Verlag des Bundesamts fur Kartographie und Geodasie*. Frankfurt am Main. 2004.
- Minster, J.B., Jordan T.H. Present-day plate motions // *J. Geophys. Res.* 1978. Vol. 83. Pp. 5331–5354.
- Rastboud A., Voosoghi B. Extension and slip rate partitioning in NW Iran constrained by GPS measurements. Research article // *Journal of geodetic science*. 2011. Vol. 112. Pp. 285–304.
- Saffet Erdoğan, Muhammed Şahin, İbrahim Tiryakioğlu, Engin Güllal and Ali Kazım Telli. GPS Velocity and Strain Rate Fields in Southwest Anatolia from Repeated GPS Measurements // *Sensors*. 2009. Vol. 9. Pp. 2017–2034.
- Saffet Erdogan, Muhammed Sahin et al. Monitoring of Deformations Along Burdur Fethiye Fault Zone with GPS // *Journal of Earthquake Engineering*. 2008. Vol. 12 (S2). Pp. 109–118.
- Vaníček P., Grafarend E.W., Berber M. Short note: Strain invariants // *Journal of Geodesy*. 2008. Vol. 82. Pp. 263–268.
- Yahua Jiamor, Philippe Vernant, Rojer Bajer, Hamid Reza Nankali et al. GPS and gravity constraints on continental deformation in the Alborz mountain range, Iran // *International Geophysical Journal*. 2010. Vol. 114. Pp. 1–15.

**ОЦЕНКА ТЕНЗОРА СКОРОСТЕЙ ДЕФОРМАЦИЙ ПО ДАННЫМ GPS НАБЛЮДЕНИЙ  
В РЕГИОНЕ ГРЕЦИИ, ТУРЦИИ, ИРАНА**

**А.М. Марченко, К.Р. Третьяк, Н.П. Ярема, Б.Б. Джуман**

Рассчитанные с GPS наблюдений скорости GPS станций были использованы для получения скоростей 2D модели и поля скоростей деформаций в Греции, Турции, Иране. Изучение скорости поля осуществлено по этапам. Первый предполагает налаживание конечного элемента на основе бикубической сплайн-функции на геосфере для интерполяции неравномерных GPS данных на регулярные узлы. Второй представляет инверсию скоростей от GPS наблюдений к тензору скоростей деформаций. Для проверки подхода его применено к области с разным охватом геодезических измерений к наблюдениям в Греции, Турции, Иране, где такая задача не решалась, но регион хорошо изучен с геологической и геофизических точек зрения. В результате исследований анализируется полное решение на собственные числа и собственные векторы.

**Ключевые слова:** геодинамика; тензор скорости деформации; современные движения земной коры.

**ESTIMATION OF THE STRAIN RATE TENSOR BY GPS OBSERVATIONS DATA  
IN THE GREECE, TURKEY AND IRAN REGION**

**A.M. Marchenko, K.R. Tretyak, N.P. Yarema, B.B. Juman**

Estimated from GPS observations velocities of GPS stations were used to obtain 2D model velocities and strain rate field in the Greece, the Turkey and Iran area. As a result, the study of the velocities field was done in the following steps. The first one consists of the development of the finite element approach on the geosphere based on bicubic spline functions for the interpolation scattered GPS data to the regular nodes because observations have irregular distribution. The second one represents the inversion of velocities from GPS observations to the strain rate tensor. We chose to apply such approach to observations in the Greece, the Turkey and Iran, because it is has not extensively instrumented areas and it is well understood from a geological and geophysical point of view. Finally full eigenvalue/eigenvector problem for the considered problem is preformed.

**Key words:** geodynamics; the strain rate tensor; modern movements of the earth's crust.