

**МОДЕЛЮВАННЯ ВОГНИЩ ЗЕМЛЕТРУСІВ
З ВИКОРИСТАННЯМ ТЕОРЕТИЧНИХ СЕЙСМОГРАМ**

Розглянуто поширення сейсмічних хвиль у однорідному півпросторі, коли джерело представлено тензором сейсмічного моменту. Показано, що використання задачі на власні значення і власні вектори можна застосувати для задач сейсмології.

Ключові слова: хвильове поле; теоретичні сейсмограми; власні значення і власні вектори; тензор сейсмічного моменту.

Вступ

Методами розв'язування динамічних задач сейсмології науковці займаються кілька десятиліть [Акі, 1983; Молотков, 2001; Kennet, 2001; Müller, 1985]. За цей час було запропоновано кілька способів їх розв'язання. В останні роки у зв'язку з стрімким розвитком обчислювальної техніки стало простішим їх практичне застосування для побудови хвильового поля на вільній поверхні.

Задачу побудови хвильового поля для шаруватої моделі середовища розглядали багато авторів, наприклад, [Müller, 1985; Kennet, 2001; Пак, 2005], які запропонували різні модифікації для ефективнішого розв'язування певного типу задач.

У цій роботі розглядається модифікація матричного методу моделювання синтетичних сейсмограм для шаруватого середовища з використанням задачі на власні вектори і власні значення. Джерело сейсмічних хвиль розміщене на певній глибині h_s і представлено тензором сейсмічного моменту.

Робота виконана з метою подальшого розв'язання оберненої задачі сейсмології відносно джерела, інформація про яке має велике значення

$$\begin{aligned}
 u_z^{(0)}(r, \mathbf{j}_a, t) &= \int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr)}{2pj} dk \int_{d-j\infty}^{d+j\infty} M_1(k, h, \mathbf{j}_a) \cdot g_{1z} \cdot e^{kth} dh + \int_0^\infty \frac{k^2 J_0(kr)}{2pj} dk \int_{d-j\infty}^{d+j\infty} M_2(k, h, \mathbf{j}_a) \cdot g_{2z} e^{kth} dh + \\
 &\quad + \int_0^\infty \frac{k^2 J_0(kr)}{2pj} dk \int_{d-j\infty}^{d+j\infty} M_3(k, h, \mathbf{j}_a) \cdot g_{3z} \cdot e^{kth} dh ; \\
 u_r^{(0)}(r, \mathbf{j}_a, t) &= \int_0^\infty \frac{k^2 J_0(kr)}{2pj} dk \int_{d-j\infty}^{d+j\infty} M_1(k, h, \mathbf{j}_a) \cdot g_{1r} \cdot e^{kth} dh + \int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr)}{2pj} dk \int_{d-j\infty}^{d+j\infty} M_2(k, h, \mathbf{j}_a) \cdot g_{2r} e^{kth} dh + \\
 &\quad + \int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr)}{2pj} dk \int_{d-j\infty}^{d+j\infty} M_3(k, h, \mathbf{j}_a) \cdot g_{3r} \cdot e^{kth} dh ; \\
 u_j^{(0)}(r, \mathbf{j}_a, t) &= \int_0^\infty \frac{k^2 J_0(kr)}{2pj} dk \int_{d-j\infty}^{d+j\infty} M_5(k, h, \mathbf{j}_a) \cdot g_{5j} \cdot e^{kth} dh + \int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr)}{2pj} dk \int_{d-j\infty}^{d+j\infty} M_6(k, h, \mathbf{j}_a) \cdot g_{6j} e^{kth} dh , (1)
 \end{aligned}$$

де J_0, J_1 – функції Бесселя, k – хвильове число, η – змінна Мелліна, \mathbf{j}_a – азимут.

Компоненти тензора сейсмічного моменту $M_{xx}, M_{xy}, M_{xz}, M_{yy}, M_{yz}, M_{zz}$ входять у такі співвідношення [Акі, 1983]:

для вивчення геодинамічних процесів у земній корі.

Постановка задачі

У загальному випадку розглядається задача поширення сейсмічних хвиль у вертикально-неоднорідному середовищі, яке складається з n однорідних шарів та півпростору. Границі між шарами є паралельними до вільної поверхні. Сейсмічні хвилі генеруються точковим джерелом на глибині h_s , зображеним у вигляді тензора сейсмічного моменту M_{ij} . Поле переміщень шукаємо в циліндричній системі координат. Кожний i -й шар характеризується товщиною шару h_i , модулем зсуву μ_i і швидкостями поширення поздовжніх V_{pi} і поперечних V_{si} хвиль. На всіх границях між шарами, крім границі, на якій розміщене джерело, виконуються умови жорсткого контакту, тобто умова неперервності переміщень і напружень [Малицький, 1994].

У роботі [Малицький та ін., 2007] було сформульовано математичну постановку цієї задачі і одержаний її розв'язок. Для дальньої зони цей розв'язок запишемо у вигляді :

$$\begin{aligned}
 M_1 &= M_{xz} \cos \mathbf{j}_a + M_{yz} \sin \mathbf{j}_a, \quad M_2 = M_{zz}, \\
 M_3 &= \cos^2 \mathbf{j}_a \cdot M_{xx} + \sin^2 \mathbf{j}_a \cdot M_{yy} + \sin 2\mathbf{j}_a \cdot M_{xy}, \\
 M_4 &= -\cos 2\mathbf{j}_a \cdot M_{xx} + \cos 2\mathbf{j}_a \cdot M_{yy} - 2 \sin 2\mathbf{j}_a \cdot M_{xy}, \\
 M_5 &= M_{yz} \cos \mathbf{j}_a - M_{xz} \sin \mathbf{j}_a, \\
 M_6 &= \sin 2\mathbf{j}_a \cdot M_{xx} - \sin 2\mathbf{j}_a \cdot M_{yy} - 2 \cos 2\mathbf{j}_a \cdot M_{xy} \quad (2).
 \end{aligned}$$

Величини $g_{1z}, g_{2z}, g_{3z}, g_{1r}, g_{2r}, g_{3r}, g_{5j}$,

g_{6j} визначаються через фізичні параметри шаруватої моделі і визначені у роботі [Малицький, 1988]. Наприклад,

$$g_{1z} = (-d''_{21} + \frac{A}{B}d''_{31} + \frac{M}{B}d''_{41}) \frac{1}{2pm_s} \quad (3)$$

де A, B, M – мінори 4×4 , які визначаються з характеристичної матриці всього середовища D :

$$D = A_{n+1}^{-1} A_n L_n A_n^{-1} A_{n-1} L_{n-1} \dots A_2^{-1} A_1 L_1 A_1^{-1}$$

Елементи матриці $D_{s,1}^{-1} = (d''_{ij})$, визначають значення $d''_{12}, d''_{13}, d''_{14}$. Матриця $D_{s,1}^{-1} = A_1 L_1^{-1} A_1^{-1} \dots A_s L_s^{-1} A_s^{-1}$ – характеристична матриця для середовища над джерелом. За [Малицький, Пак, 2004],

$$\tilde{F} = D_{s,1}^{-1} \cdot \bar{F} \quad (4)$$

де вектор \tilde{F} задає стрибок переміщень і напружень у вогнищі.

Оскільки $D_{s,1}^{-1} = D_1^{-1} \dots D_s^{-1}$, то кожна із матриць $D_i^{-1} (i=1 \div s)$ має вигляд

$$D_j^{-1} = A_j L_j^{-1} A_j^{-1} \quad (5)$$

і є матрицею простої структури. (L_j^{-1} – діагональна матриця).

Отже, для s -го шару:

$$D_s^{-1} = A_s L_s^{-1} A_s^{-1} \quad (6)$$

тоді

$$D_s^{-1} \bar{x}_s = I_s \bar{x}_s \quad (7)$$

де I_s – власне значення матриці D_s^{-1} і елемент матриці L_s^{-1} ;

\bar{x}_s – власний вектор матриці D_s^{-1} і стовпець матриці A_s .

Знаючи вигляд матриці A_i, L_i^{-1} , можемо стверджувати, що для P-SV задачі є чотири власні вектори:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_1 &= \begin{pmatrix} 1 \\ a_s \\ 2m_s a_s \\ m_s g_s \end{pmatrix}, & \mathbf{x}_2 &= \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -2m_s a_s \\ m_s g_s \end{pmatrix}, \\ \mathbf{x}_3 &= \begin{pmatrix} -b_s \\ -1 \\ -m_s g_s \\ -2m_s b_s \end{pmatrix}, & \mathbf{x}_4 &= \begin{pmatrix} b_s \\ -1 \\ -m_s g_s \\ 2m_s b_s \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

і чотири власні значення:

$$I_1 = e^{-kh_s a_s}, I_2 = e^{kh_s a_s}, I_3 = e^{-kh_s b_s}, I_4 = e^{kh_s b_s}.$$

Для SH задачі є два власні вектори:

$$y_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ m_s g_s \end{pmatrix}, \quad y_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -m_s g_s \end{pmatrix} \quad (9)$$

і два власні значення: $I_1 = e^{-kh_s b_s}, I_2 = e^{kh_s b_s}$.

Звівши розв'язок (1)–(2) до півпростору і використавши співвідношення (4)–(9), можна легко записати для відповідних коефіцієнтів у формулі (1):

$$\begin{aligned} g_{1z} &= \frac{ag}{pm g^2 - 4ab} (e^{-a} - e^{-b}) \\ g_{2z} &= -\frac{a}{pm g^2 - 4ab} \left(\frac{ag}{2} e^{-a} - b e^{-b} \right) \\ g_{3z} &= \frac{1}{pm g^2 - 4ab} \left(\frac{g}{2} e^{-a} - a b e^{-b} \right) \\ g_{1r} &= \frac{1}{pm g^2 - 4ab} \left(2a b e^{-a} - \frac{g^2}{2} e^{-b} \right) \\ g_{2r} &= \frac{b}{pm g^2 - 4ab} \left(a^2 e^{-a} - \frac{g}{2} e^{-b} \right) \\ g_{3r} &= -\frac{b}{pm g^2 - 4ab} \left(e^{-a} - \frac{g}{2} e^{-b} \right) \\ g_{5j} &= -\frac{1}{2pm} e^{-b} \\ g_{6j} &= -\frac{1}{4pm b} e^{-b}. \end{aligned} \quad (10)$$

Отже, підставивши співвідношення (10) у формулу (1), отримуємо поле переміщень для однорідного півпростору з використанням задачі на власні вектори і власні значення. Варто відзначити, що вигляд коефіцієнтів $g_{1z}, g_{2z}, g_{3z}, g_{1r}, g_{2r}, g_{3r}, g_{5j}, g_{6j}$, відповідно до (10), точно збігається з їхніми значеннями, порахованими із головних формул, що описані в [Малицький, 1998]. Ще раз зазначимо, що цей підхід буде використано для розв'язання оберненої задачі щодо визначення характеристики сейсмічного джерела – тензора сейсмічного моменту.

Чисельні розрахунки

Для перевірки розробленої методики (формули (10)) проведено її тестування порівняно з відомими методиками (формули (1)). Тестове завдання – побудувати поле переміщень на вільній поверхні для однорідного півпростору. Характеристики середовища наведено в таблиці.

Характеристики модельного середовища

| Номер шару | V_p , м/с | V_s , м/с | μ , Па |
|------------|-------------|-------------|------------------------|
| 1 | 5000 | 3000 | $3.2451 \cdot 10^{11}$ |

Тензор сейсмічного моменту m вибрано у вигляді:

$$m = \begin{pmatrix} 5.687 \cdot 10^{16} & 7.805 \cdot 10^{16} & 1.498 \cdot 10^{16} \\ 7.805 \cdot 10^{16} & 2.046 \cdot 10^{16} & 9.594 \cdot 10^{16} \\ 1.498 \cdot 10^{16} & 9.594 \cdot 10^{16} & 7.733 \cdot 10^{16} \end{pmatrix} \quad (11)$$

Джерело розміщено на глибині $h_s=650$ м, епіцентрально відстань $r=19000$ м.

На рис. 1, а.) показано розраховані за розробленою методикою три компоненти поля переміщень на вільній поверхні однорідного півпростору в

циліндричній системі координат. Як видно з рисунка, на U_φ -компоненті відсутній вступ Р-хвилі, як і має бути, оскільки формули визначені для дальнього поля.

На рис. 1, б.) показано результат обчислення поля переміщень на вільній поверхні однорідного півпростору без використання задачі на власні значення і власні вектори. Легко побачити абсолютну ідентичність графіків. Отже, можемо стверджувати правильність розробленої методики.

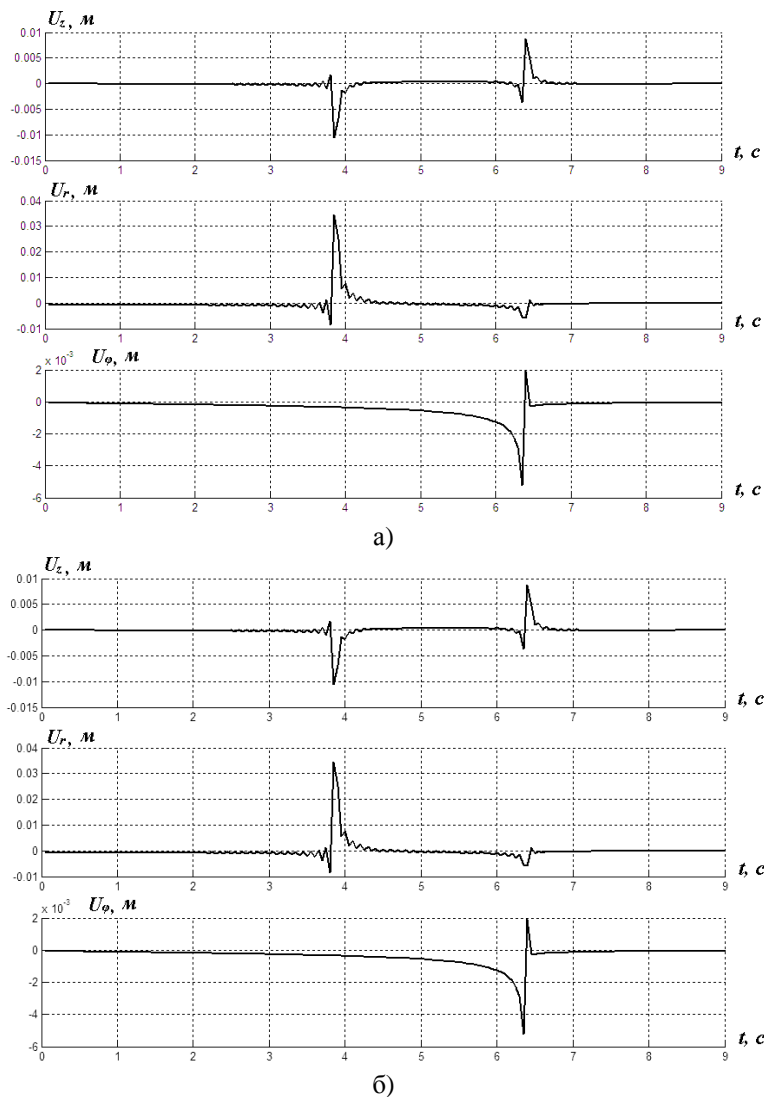


Рис. 1. Компоненти поля переміщення на вільній поверхні однорідного півпростору (за даними таблиці 1 і тензора (11)): а) – з використанням задачі на власні значення і власні вектори; б) – без їх використання

Висновки

Отже, запропонована модифікація матричного методу дає прийнятні результати, з чого можна зробити висновок про її коректність.

Подальші дослідження будуть спрямовані на застосування цієї методики для побудови хвильового поля для шаруватого середовища. Планується розв'язати обернену задачу сейсмології з визначення параметрів вогнища землетрусу і часо-

вої функції джерела за сейсмічними записами на основі методики, поданої у цій роботі.

Література

- Аки К., Ричардс П. Количественная сейсмология. Теория и методы. – М.: Мир, 1983. – 520 с.
Малицкий Д.В. Решение прямой двумерной задачи теории распространения волн на основе

- рекуррентного підходу // Геофіз. журн. – 1994. – № 4. – С. 62–64.
- Малицький Д. В. Основні принципи розв'язання динамічної задачі сейсмології на основі рекуррентного підходу // Геофіз. журн. – 1998. – № 5. – С. 96–98.
- Малицький Д.В., Пак Р.М. Використання рекуррентного методу для розв'язання задач сейсмології // Геофіз. журн. – 2004. – № 6. – С. 168–173.
- Малицький Д.В., Пак Р.М., Козловський Е.М., Муйла О.О., Хитряк О.І. Поширення сейсмічних хвиль у шаруватому середовищі: числові методи розрахунку хвильового поля // Геодинаміка. – 2007. – № 1(6). – С. 72–80.
- Молотков Л. А. Исследование распространения волн в пористых и трещиноватых средах на основе эффективных моделей Био и слоистых сред. – М.: Наука, 2001. – 348 с.
- Пак Р.М., Моделювання хвильового поля, збудженого глибинним джерелом у вертикально-неоднорідному середовищі // Геофіз. журн. – 2005. – № 5. – С. 887–894.
- Kennet B.L.N. The seismic wavefield // University Press, Cambridge. – 2001. – 370 p.
- Müller G. The reflectivity method: a tutorial // Geophys. J. – 1985. – № 58. – P. 153–174.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОЧАГОВ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ СЕЙСМОГРАМ

Д.В. Малицкий, Р.М. Пак, Э.М. Козловский, О.О. Муйла, О.И. Хитряк

Рассмотрены распространения сейсмических волн в однородном полупространстве, когда источник представлено тензором сейсмического момента. Показано, что использование задачи на собственные значения и собственные векторы можно применить для задач сейсмологии.

Ключевые слова: волновое поле; теоретические сейсмограммы; собственные значения и собственные векторы; тензор сейсмического момента.

MODELING OF EARTHQUAKES SOURCES BY USING OF THEORETICAL SEISMOGRAMS

D.V. Malytskyy, R.M. Pak, E.M. Kozlovsky, O.O. Muyla, O.I. Khytryak

The propagation of seismic waves in homogeneous halfspace is considered in this paper. The source is represented by seismic moment tensor. It is shown that the eigenvalue and eigenvectors problem can be used for seismological problems.

Key words: wave field; theoretical seismograms; eigenvalues and eigenvectors; seismic moment tensor.

*Карпатське відділення Інституту геофізики ім. С.І. Субботіна
НАН України, м. Львів*

Надійшла 08.05.2009