

УДК 550.34

Ю.П.Стародуб<sup>1</sup>, О.В.Кендзера<sup>2</sup>, С.П.Сіреджук<sup>2</sup>, Б.Є.Купльовський<sup>2</sup>, Г.Р.Стародуб<sup>2</sup>

## ВИВЧЕННЯ КОЛІВАНЬ ІНЖЕНЕРНИХ ОБ'ЄКТІВ. ІСТОРИЧНИЙ ЗАПОВІДНИК „СОФІЯ КІЇВСЬКА”

### *Вступ*

Хвильові поля у випадку інженерних об'єктів можуть існувати і реєструватися у широкому цифровому діапазоні, при цьому руйнівний характер коливань сильно залежить від основи – осадової товщі земної кори, на якій знаходитьться інженерна забудова. У даній роботі проведений модельний експеримент і приведені числові результати для коливань і спектрів у випадку сейсмічного розрізу під історичним об'єктом «Софія Київська».

Катастрофічні події, зв'язані з неоднорідностями і розломами земної кори, що відбуваються не тільки в сейсмічно-небезпечних регіонах, вказують на практичну необхідність розв'язання даного питання про вивчення сейсмічних полів, зокрема, шляхом розвитку прикладних математичних модельних досліджень, що зумовлене глибинним характером сейсмічних явищ і важко доступністю дослідних зразків для безпосереднього експериментального вивчення.

У даній роботі шляхом сейсмічного математичного моделювання проводиться вивчення коливань та їх спектральних характеристик у сейсмо-геологічному перетині в околі будівельної структури. З метою створення розрахункової моделі спочатку задається розподіл значень пружних параметрів у півпросторі: швидкостей поздовжніх і поперечних хвиль (модулів Юнга, коефіцієнтів Пуассона), густин, загасання поздовжніх і поперечних коливань у сейсмічному розрізі. Враховується вплив джерел можливих напруженій і сил у півпросторі під будовою та граничні умови, які задаються для переміщень, деформацій та напруженій у певних визначених на основі аналізу геологічних структур частинах моделі. Проводяться розрахунки поля спектрів можливих переміщень (деформацій, напруженій) у моделі з візуалізацією отриманих результатів для їх аналізу та необхідної корекції шляхом зміни крайових умов (вхідних даних). Моделювання хвильових полів при вирішенні прямої динамічної задачі сейсміки дозволяє в районі історичної інженерної забудови – „Софія Київська” вивчити вплив динамічних параметрів, уточнити їх значення з врахуванням особливостей структури середовища, напруженого-деформований стан земної кори, оцінити динамічні процеси у випадку можливих струшувань. Висновки про розподіл можливих коливань переміщень дають змогу спеціалістам з інженерної сейсміки вибрати відповідний

метод підтримки (відновлення) і необхідні постійні заходи для усунення небезпеки руйнування будівлі. Спектр і модельоване хвильове поле використовуються для вивчення коливань під історико-архітектурним пам'ятником одинадцятого століття. Розвинутий скінчено-елементний підхід показує ефективність методології вивчення спектрів хвильових полів у випадку інженерного об'єкту: досліджується вплив джерела типу вибуху на перетин земної кори під історичною забудовою „Софія Київська”. Отримані результати виявляють у спектральній області значний вплив прозорості перетину для коливань під об'єктом у широкому спектральному діапазоні ( $0 \div 500$  кГц).

Метод моделювання хвильового поля для вивчення сейсмічних перетинів представлений у роботі [1]. У даній праці згаданий підхід використаний для моделювання хвильового поля у випадку складного в інженерному плані горизонтально-неоднорідного перетину.

### *Теорія модельного експерименту*

У роботі сформульоване рівняння лінійної динамічної теорії поширення сейсмічних хвиль, що описує еволюцію в часі і просторі поля переміщень (швидкостей переміщень, деформацій, напруженій) земної кори. Розв'язок одержаний для суцільного середовища з використанням методу скінчених елементів для коливань з наступним аналізом спектрів коливань шляхом використання спектрального перетворення Фур'є. Крайові умови задовільняються в нескінченості за часом згідно з принципом випромінювання, граничні умови – на краях моделі в прямокутних координатах. Результати чисельного моделювання отримані з використанням даних, що характеризують земну кору, проаналізовані на вплив сейсмічних динамічних параметрів на процес поширення коливань переміщень (можливої еволюції деформацій, напруженій у півпросторі). Аналізуються ефекти впливу об'ємної сили джерела на коливання та їх спектри.

Поставимо задачу й одержимо розв'язок, на основі якого сформулюємо алгоритм чисельного моделювання.

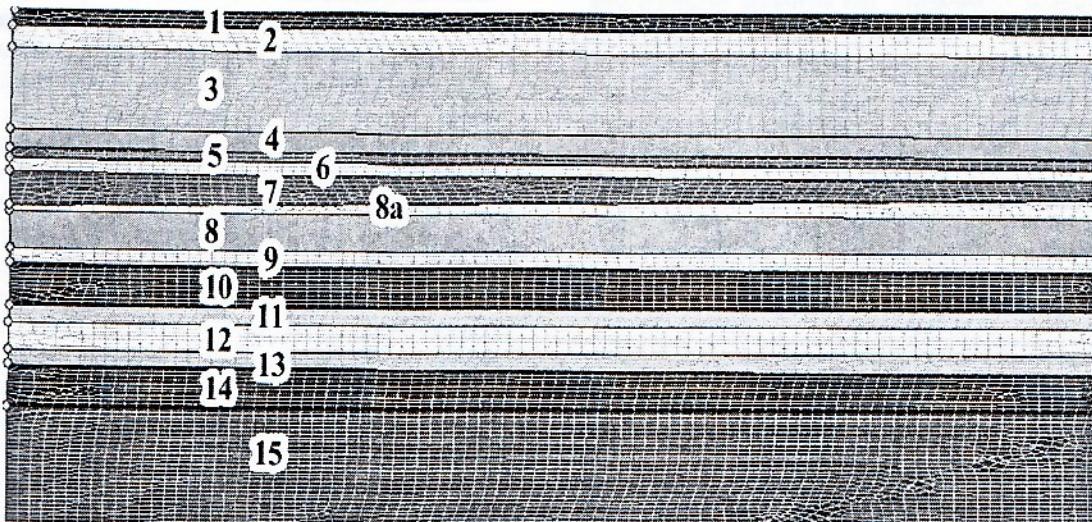
Сила, що діє в об'ємі тіла  $V$  з границею  $S$ , згідно з другим законом Ньютона може бути записана у вигляді

$$\int_S S ds = \int_v \rho \frac{dv}{dt} dv, \text{ або } \operatorname{div} S = \rho \frac{dv}{dt}. \quad (1)$$

Тут  $S$ ,  $v$  — тензор напруженів і вектор швидкості,  $\rho$  - густини середовища,  $t$  - час.

У рівнянні (1) прискорення зменшене на вплив дислокацій у об'ємі, тому

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv^T}{dt} - \frac{dv^S}{dt}, \quad (2)$$



**Рисунок 1.** Перетин земної кори (розміри в метрах) під старовинною забудовою „Софія Київська”.

Числами позначені номери горизонтально-неоднорідних шарів моделі, параметри яких показані в Таблиці. Трикутниками показані елементи моделі. Д – позначення джерела.

Таблиця

Властивості перетину земної кори				
№ п/п	Літологічний склад порід	$V_p$ , м/с	$V_s$ , м/м	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>
1	Насипні ґрунти	220	140	1200
2	Лесовані супіски	360	220	1500
3	Лесовані супіски	680	210	1700
4	Поховані ґрунти	1450	380	2000
5	Пісок	1450	380	2100
6	Супіски	1450	380	2200
7	Суглинки морені	1450	380	2300
8	Супіски	1000	520	2200
8a	Пісок	1450	380	2100
9	Пісок	1000	520	2000
10	Глина бура	2000	800	2300
11	Суглинки прісноводні	2000	800	2200
12	Пісок	1500	420	2000
13	Суглинки прісноводні	1500	420	2200
14,15	Глина	1500	420	2300

де  $\frac{dv^T}{dt}, \frac{dv^S}{dt}$  є повне і власне/пластичне

прискорення. Разом з тим співвідношення стану (закон Гука) має наступний вигляд

$$S = \lambda \cdot I \cdot \text{tr}E + 2 \cdot \mu \cdot E, \quad (3)$$

де  $\lambda, \mu$  – коефіцієнти Лами;  $E = E_T - E_S$  є тензором деформації, що визначає різницю між частинами: повною і власною/пластичною деформаціями.

Рівняння руху розв'язуємо шляхом застосування методу скінчених елементів із використанням закону Гука у виді (3), де для швидкості переміщення має місце залежність (2), рівняння руху записується у вигляді (1), крайові умови задаються для моделі, зображеній на Рис.1.

### *Результати сейсмічного математичного моделювання*

Метод моделювання хвильового поля, розвинutий з використанням методу скінчених елементів (МСЕ), дозволяє провести дослідження коливань і спектральних характеристик синтетичних сейсмограм у неоднорідних перетинах Землі. Як приклад, можуть розглядатися інженерні конструкції на земній поверхні і їх коливання (детальніше теорія представлена в монографії [1]), базові приклади – в статті [2]). Основні ідеї застосування МСЕ описані також у роботі [3]. Перевага використаного тут підходу проявляється в можливості моделювання спектрів у широкому частотному і просторовому діапазонах. Для двовимірних перетинів (двовимірні пластинки малої товщини) МСЕ був використаний для моделювання хвильового поля у випадку інженерного об'єкту – історичної забудови, для неглибокої моделі (66 метрів). Коливання поширяються від джерела на поверхні (зображеного на верхній частині моделі відрізком, див. Рис. 1.), що діє в малому геометричному околі історичної забудови. Задаються відомі значення пружних параметрів: розподіл швидкостей повздовжніх і поперечних хвиль (модулів Юнга, коефіцієнтів Пуассона), густин (див. Таблицю), загасання Р і S хвиль. Значення коефіцієнтів загасання такі, що можуть бути знехтуваними, а не представленими. Розподіл можливих напружень і сил у півпросторі і граничні умови під конструкцією задаються на основі аналізу геологічних структур для моделі у вигляді нульових значень для вертикальних і горизонтальних компонент переміщень на бокових границях на Рис.1. Дenna границя – вільна (напруження відсутні). Розрахунок полів спектрів переміщень проводиться із візуалізацією отриманих результатів для їх

аналізу і необхідної корекції зі зміною вхідних даних. Ідея запропонованої авторами методології полягає в застосуванні МСЕ для широкого частотного діапазону спектра (високих частот, характерних для інженерної сейсміки). Хвильове поле – змодельоване в перетині земної кори під забудовою „Софія Київська”. На Рис. 2, 3 показані зареєстровані значення переміщень і швидкостей переміщень на денній поверхні. Приймачі розміщені рівномірно на вільній поверхні, – шістнадцять трас.

Дев'ята траса (точка розмічення приймача) співпадає з місцем розміщення джерела сили, позначеного (Д) на Рис.1. Джерело моделюється як вертикальний удар тривалістю 0,5 мсек, що створює коливання переміщення максимальні для 9-ї траси (четверта знизу) на Рис.3. Траси зверху донизу на Рис.3 відповідають рівномірному розміщенню приймачів на денній поверхні зліва направо з інтервалом приблизно 0,5м. Спектри вертикальної і горизонтальної компонент переміщення і швидкості переміщення показані на Рис.4. На Рис.5 показані фази вертикальної компоненти переміщення та швидкості переміщення для спектрів коливань. Фази горизонтальних переміщень співпадають з вертикальними, зображеними відповідно на Рис.5а. і Рис.5б.

Особливістю мілкої моделі (66 м) є те, що сейсмічні хвилі швидко проходять її у прямому і зворотному напрямках. Це призводить до формування перехідних процесів для коливань переміщень, що відображені на Рис.2. При цьому горизонтальна компонента переміщення менше загасає вздовж профілю через високу однорідність моделі в цьому напрямку. Вертикальна та горизонтальна компоненти швидкості переміщень мають більш виражений, однак, також перехідний характер, що видно на Рис.3а, Рис.3б. На Рис.2 і Рис.3 амплітуди вертикальних компонент є нормованими відповідно на максимальні значення, тому магнітуди (максимальні значення амплітуд) на Рис.2а і Рис.3а близькі відповідно до значень магнітуд на Рис.2б і Рис.3б. Отже, як прийнято в інженерних сейсмічних дослідженнях, розглядаються спектральні значення: На Рис.4, Рис.5 представлені спектри і фази коливань. Як можна бачити на Рис.4а і Рис.4г амплітуди спектрів нерівномірно спадають вліво і вправо по профілю від точки джерела на денній поверхні. Спектри амплітуд мають області прозорості в частотному діапазоні в околі 200 кГц. Цьому відповідає різкий спад фазових функцій для частот більших, ніж 200 кГц, для фази вертикальних компонент переміщень (Рис.5а). Фаза вертикальної компоненти переміщення починає різко спадати на вищих частотах (блія

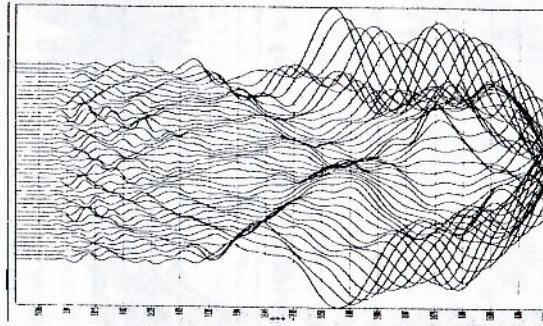


Рисунок 2б. Горизонтальна компонента переміщення.

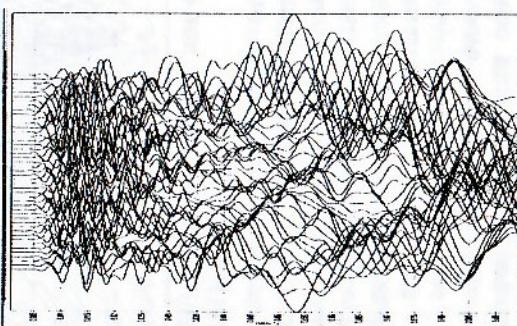


Рисунок 3б. Горизонтальна компонента швидкості переміщення

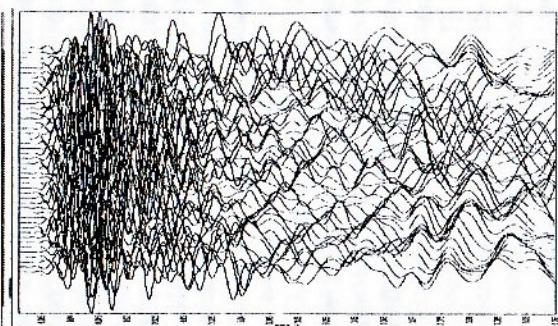


Рисунок 4б. Спектр горизонтальної компоненти переміщення

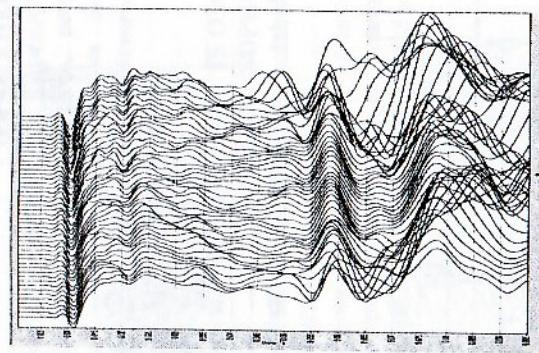


Рисунок 2а. Вертикальна компонента переміщення.



Рисунок 3а. Вертикальна компонента швидкості переміщення

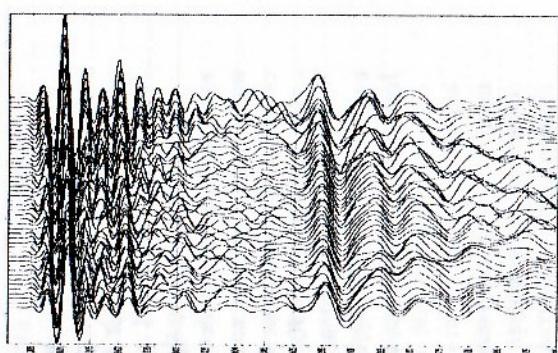
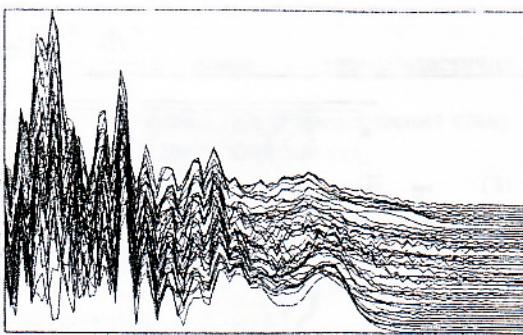
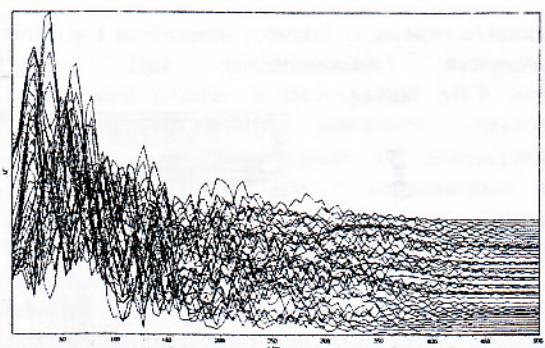


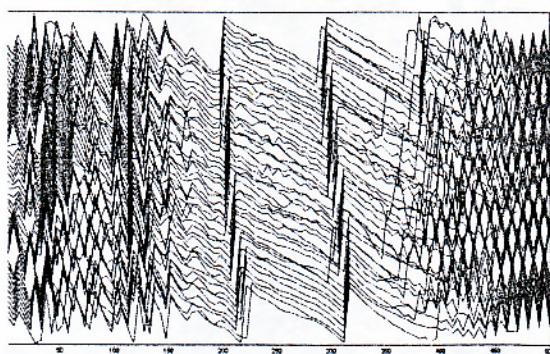
Рисунок 4а. Спектр вертикальної компоненти переміщення.



**Рисунок 4в.** Спектр вертикальної компоненти швидкості переміщення.



**Рисунок 4г.** Спектр горизонтальної компоненти швидкості переміщення.



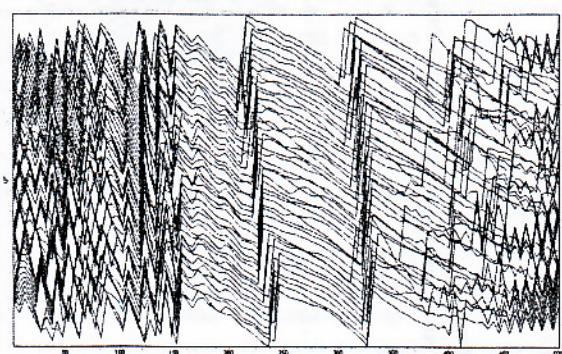
**Рисунок 5а.** Фаза вертикальної компоненти переміщення

300 кГц) завдяки чому спектри швидкостей переміщень на Рис.4в і Рис.4г мають більш інформативний характер, ніж спектри вертикальної та горизонтальної компонент переміщень на Рис.4а і Рис.4б. Спектри горизонтальних компонент виявляють додаткову інформацію про властивості сейсмічного перетину завдяки меншому загасанню коливань у поперечному напрямку (див. Рис.4в і Рис.4г).

Отримані результати мають повторюваний характер та можуть бути проведені для ширшого частотного діапазону, а також більш детального розбиття на елементи сейсмічного перетину, завдяки розробленому програмному комплексу на мовах FORTRAN, DELPHI, з метою врахування додаткових особливостей сейсмічної структури.

### Висновки

Результати моделювання із використанням методу скінчених елементів підтверджують ефективність розробленої методології вивчення коливань інженерних об'єктів у широкому



**Рисунок 5б.** Фаза вертикальної компоненти швидкості переміщення

спектральному діапазоні із застосуванням аналізу спектрів хвильових полів.

Історична забудова „Софія Київська”, вибрана як об'єкт для хвиль, що поширюються від джерела – удару заданої сили на dennій границі сейсмо-геологічного розрізу.

Одержані результати показують спектральні області істотного впливу сейсмічного перетину на вібрації під об'єктом у широкому частотному діапазоні 0 – 500 кГц.

### Література

- Стародуб Ю.П. Пряма динамічна задача сейсміки для вивчення будови земної кори. – Львів: Світ, 1998. – 164 с.
- Стародуб Ю.П., Брич Т.Б. Моделювання хвильових полів у сейсмо-геологічних розрізах нафтових родовищ комбінованим матрично-скінченоелементним методом // Геофиз. журн. – 1998. – № 6. – С. 63-70.
- Bathe K.-J. Finite element procedures in engineering analysis. – Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, Inc, 1982. – 738 p.

ІЗУЧЕННЯ КОЛЕБАНЬІЙ ИНЖЕНЕРНЫХ ОБЪЕКТОВ. ИСТОРИЧЕСКИЙ ЗАПОВЕДНИК  
“СОФІЯ КІЕВСКАЯ”

Ю. Стародуб, О. Кендзера, С. Сиреджук, Б. Купльовский, Г. Стародуб

В статье подтверждается эффективность разработанной методологии изучения колебаний инженерных объектов в широком спектральном диапазоне. Полученные результаты показывают спектральные области существенного влияния сейсмического пересечения на вибрации под объектом в широком частотном диапазоне 0 – 500 кГц.

INVESTIGATION OF ENGINEERING OBJECTS OSCILLATIONS. HISTORICAL RESERVATION  
TERRITORY “SOPHIA KYIVSKA”

J. Starodub, O. Kendzera, S. Syredzhul, B. Kuplyovskyy, G. Starodub

In the paper there is proved the effectiveness of developed methodology of investigations of engineering object oscillations in wide spectral range. Obtained results show spectral fields of considerable influence of seismic intersection on to vibrations under the object in the wide spectral range 0 – 500 KHz

<sup>1</sup>Науково-дослідний інститут „Науканафтогаз”

<sup>2</sup>Інститут геофізики НАН України