

## ДОСЛІДЖЕННЯ РЕФРАКЦІЙНОГО ПОЛЯ НАД ВОДНИМИ ПОВЕРХНЯМИ

**Мета.** Дослідити можливості застосування двостороннього неодночасного тригонометричного нівелювання над водними поверхнями з частковим урахуванням вертикальної рефракції. **Методика.** Виконані експериментальні дослідження вертикальної рефракції над водними поверхнями в денний період у рівнинній та горбкуватій місцевості у літню пору року. Виконані неодночасні взаємні лінійно-кутові спостереження над різними водними поверхнями із застосуванням роботизованого тахеометра. Для порівняння, визначено перевищення між спостережуваними пунктами геометричним нівелюванням. **Результати.** Обчислені середньоінтегральні коефіцієнти вертикальної рефракції. Виявлено, що над водними поверхнями може встановлюватись як стійка, так і нестійка стратифікація приземного атмосферного прошарку. Обчислені середньоінтегральні складові вертикальної рефракції із двосторонніх спостережень та степені флуктуацій зенітних відстаней. Порівняно перевищення отримані із двостороннього неодночасного тригонометричного нівелювання із урахуванням вертикальної рефракції за флуктуаціями зенітних відстаней, а також отриманих із урахуванням еквівалентних висот із перевищеннями отриманими геометричним нівелюванням. **Наукова новизна.** Отримана формула розрахунку аномальної складової вертикальної рефракції за двосторонніми лінійно-кутовими спостереженнями. Отримана формула обчислення степеня флуктуацій зенітних відстаней під час двосторонніх спостережень. **Практична значущість.** Показана можливість застосування неодночасного двостороннього тригонометричного нівелювання на трасах до 1 км взамін геометричного нівелювання над водними поверхнями.

*Ключові слова:* тригонометричне нівелювання; геометричне нівелювання; вертикальна рефракція; коефіцієнт вертикальної рефракції; флуктуації зенітних відстаней; роботизований електронний тахеометр

### Вступ

Створення та розвиток висотних полігонів в місцевостях, де є велика кількість гідрологічних об'єктів, вимагає застосування комбінацій різних методів нівелювання із забезпеченням заданої точності визначення перевищень.

Геометричне нівелювання, як відомо, є одним із найточніших методів визначення перевищень, проте прокладання нівелірних ходів у місцевостях із розвинутою гідрологією пов'язано з труднощами: обхід озер заболочених ділянок, пошук наявності мостових переходів на річках, тощо. Обхід водних перешкод призводить до збільшення довжин нівелірних ходів, що в свою чергу призводить до збільшення матеріальних витрат та похибок у геометричному нівелюванні.

GNSS нівелювання є перспективним методом визначення перевищень, але поки що його не можна використовувати замість високоточного нівелювання, особливо на короткі віддалі. Крім цього, GNSS нівелювання через рослинність та рельєф місцевості не завжди можна застосовувати.

Передача висот над водною поверхнею із застосуванням тригонометричного нівелювання є одним із оптимальних методів і дозволяє значно спростити та прискорити процес нівелювання у районах із розвинутою гідрологією. Основною перешкодою у досягненні високоточних результатів є визначення впливу вертикальної рефракції на перевищення над водною поверхнею. Цим питанням свого часу займалися багато науковців Казанський К. В. [Казанский К. В., 1966], Тлустяк Б. Т. [Тлустяк Б. Т., 1974], Масліч Д. І. [Масліч Д. І., 1984], Островський А. Л. [Островський А. Л., 1990, 2007], Баран П. І. [Баран П. І. 1996], Walo J, Pachuta A [Walo J, 2004], Дементьев В. Е. [Дементьев В. Е. 2009, 2011], Bjelotomić O. [Bjelotomić O, 2011], A. Celms, A. Brants [A. Celms, 2013] Третяк К. Р. [Третяк К. Р. 2015] та інші.

Вертикальна рефракція вносить значні похибки у результати тригонометричного нівелювання [Мороз О. І., 2003]. Тому підвищення його точності можливе за умови врахування вертикальної рефракції. Проте,

проблема врахування вертикальної рефракції є складною і дотепер не розв'язана.

### Мета

Дослідити можливості застосування двостороннього неодночасного тригонометричного нівелювання над водними поверхнями з частковим врахуванням вертикальної рефракції.

### Методика

За результатами односторонніх вимірювань вертикальних кутів та похилих віддалей перевищення  $h_{AB}$  без врахування відхилення прямовисних ліній обчислюють за формулою [Перій, 2015]:

$$h_{AB} = D_{AB} \cos Z_{AB} + i_A - v_B + (1 - k_{AB}) \frac{D_{AB}^2 \sin^2 Z_{AB}}{2R}, \quad (1)$$

де  $D_{AB}$ , – похила віддаль, виміряна між визначуваними пунктами;  $Z_{AB}$ , – виміряна зенітна відстань;  $i_A$  – висота тахеометра;  $v_B$  – висота візирної цілі;  $R \cong 6380$  км – середній радіус кривини Землі на території України;  $k_{AB}$  – коефіцієнт вертикальної рефракції по спостережуваній лінії, який визначений на пункті спостереження.

Коефіцієнт вертикальної рефракції поділяють на дві складові – нормальну та аномальну [Изотов А. А., 1955]:

$$k_{AB} = k_{норм} + k_{аном}, \quad (2)$$

де  $k_{норм}$  – коефіцієнт нормальної складової рефракції;  $k_{аном}$  – коефіцієнт аномальної складової рефракції.

Коефіцієнти нормальної складової вертикальної рефракції обчислюють за вимірними на пунктах спостереження значеннями атмосферного тиску  $P$  і температури повітря за умови сухоадіабатичного градієнта температури в сухій атмосфері  $\gamma_{адіаб} = 0,0098 \text{ K/м}$ , використовуючи залежність [Изотов, 1955]:

$$k_{норм} = 12,27 \frac{P}{T^2}, \quad (3)$$

де  $P$  – атмосферний тиск в мбар;  $T$  – температура повітря в  $^\circ\text{C}$ ,  $T = (273,15 + t^\circ\text{C})$ .

Коефіцієнт аномальної складової вертикальної рефракції залежно від метеорологічних величин подають формулою (4):

$$k_{аном} = 503 \frac{P}{T^2} \frac{c}{h_e^b}, \quad (4)$$

де  $c$  – аномальний градієнт температури на висоті 1 м;  $h_e^b$  – еквівалентна висота візирного променя над підстильною поверхнею.

Еквівалентну висоту візирного променя над підстильною поверхнею обчислюють за формулою (5) [Изотов, 1955]:

$$\frac{1}{h_e^b} = \frac{2}{D^2} \int_0^D \frac{l}{h^b} dl, \quad (5)$$

де  $b$  – степінь, приблизно рівна 1 і залежить від стратифікації атмосфери.

Загальна формула визначення коефіцієнта вертикальної рефракції залежно від температури

$$k = 12,27 \frac{P}{T^2} + 503 \frac{P}{T^2} \frac{c}{h_e^b}. \quad (6)$$

Коефіцієнти нормальної складової вертикальної рефракції, як бачимо із (3), визначають тільки за вимірюваннями температури та тиску на пунктах спостереження. Запишемо формулу (1) у вигляді [Перій, 2015]:

$$h_{AB}^1 = D_{AB} \cos Z_{AB} + i_A - v_B + (1 - k_{норм}) \frac{D_{AB}^2 \sin^2 Z_{AB}}{2R}, \quad (7)$$

де  $h_{AB}^1$  – перевищення із врахуванням кривини Землі та нормальної складової вертикальної рефракції.

Напишемо систему рівнянь визначення перевищень на основі (1) для двосторонніх спостережень із урахуванням (2) і (7):

$$\left. \begin{aligned} h_{AB} &= h_{AB}^1 - k_{аном. AB} \frac{D_{AB}^2 \sin^2 Z_{AB}}{2R} \\ h_{BA} &= h_{BA}^1 - k_{аном. BA} \frac{D_{BA}^2 \sin^2 Z_{BA}}{2R} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Інтегральне значення коефіцієнта аномальної складової вертикальної рефракції визначимо за формулою (9), яка отримана із системи рівнянь (8) за умови  $k_{інт.(аном.)} = k_{аном. AB} = k_{аном. BA}$ :

$$k_{інт.(аном.)} = \frac{(h_{AB}^1 + h_{BA}^1) \times R}{\left( \frac{D_{AB} + D_{BA}}{2} \right)^2 \times \left[ \sin \left( \frac{Z_{AB} + \pi - Z_{BA}}{2} \right) \right]^2} \quad (9)$$

Коефіцієнти вертикальної рефракції можна

визначити і за флуктуаціями зенітних відстаней із використанням законів статистичної фізики атмосфери для різних стратифікацій атмосфери за спрощеними формулами [Перій, 2013]:

$$k_{(нестійка)} = k_H - 7,17 D^{-1/2} h_e^{-2/3} m_Z'' , \quad (10)$$

$$k_{(байдужа)} = k_H \mp 8,35 D^{-1/2} h_e^{-2/3} m_Z'' , \quad (11)$$

$$k_{(стійка)} = k_H + 13,3 D^{-1/2} h_e^{-2/3} m_Z'' . \quad (12)$$

Числові значення коефіцієнтів у формулах (10-12) є усереднені значення для різної стратифікації атмосфери. Насправді величини цих коефіцієнтів змінюються залежно від турбулентності, особливо для стійкої стратифікації, коли динамічна турбулентність переважає термічну. Порівнюючи (6) та (10-12), можна побачити функціональний зв'язок між аномальною складовою коефіцієнта вертикальної рефракції та флуктуаціями зенітних відстаней. Але флуктуації зенітних відстаней –  $m_Z''$  визначають, як середні квадратичні відхилення від середніх значень із прийомів спостережень на відповідні цілі. Вони не несуть у собі інформацію про стратифікацію атмосфери, тобто не враховують знак градієнта температури  $c$ .

Стратифікацію атмосфери можна визначити із двосторонніх спостережень за знаком та величиною інтегрального коефіцієнта вертикальної рефракції (9) і за умови її однакового встановлення на взаємно протилежних напрямках. У періоди байдужої стратифікації (близьких до періодів спокійних зображень) точно встановити тип стратифікації атмосфери проблематично через можливість потрапляння у перехідні періоди.

Виправлене перевищення з урахуванням вертикальної рефракції та похибок вимірювань зенітних відстаней отримують за методикою опрацювання результатів двостороннього тригонометричного нівелювання із використанням флуктуацій зенітних відстаней [Перій, 2015]:

$$h_{AB}^{об.мп.} \cong \frac{h_{AB}^1 - h_{BA}^1}{2} - \left( \frac{m_{Z_{AB}}^b - m_{Z_{BA}}^b}{m_{Z_{AB}}^b + m_{Z_{BA}}^b} \right) \left( \frac{h_{AB}^1 + h_{BA}^1}{2} \right), \quad (13)$$

де  $m_{Z_{AB}}$  і  $m_{Z_{BA}}$  – флуктуації зенітних напрямів, визначені із прийомів спостережень;  $b$  – степінь,

який залежить від стратифікації атмосфери (для нестійкої стратифікації  $b \approx 1$ ).

Виправлене перевищення можна отримати і за еквівалентними висотами, якщо формулу (13) подати у вигляді:

$$h_{AB}^{об.мп.} \cong \frac{h_{AB}^1 - h_{BA}^1}{2} + \left( \frac{h_e^b_{AB} - h_e^b_{BA}}{h_e^b_{AB} + h_e^b_{BA}} \right) \left( \frac{h_{AB}^1 + h_{BA}^1}{2} \right), \quad (14)$$

Степінь  $b$  можна визначити із формули (13), заміною значення перевищення двостороннього тригонометричного нівелювання  $h_{AB}^{об.мп.}$  на перевищення із високоточного геометричного нівелювання  $h^{geom}$ . Для спрощення виразів зробимо заміну частини формули на коефіцієнт  $A$ :

$$A = \frac{\left[ \left( \frac{h_{AB}^1 - h_{BA}^1}{2} \right) - h^{geom} \right]}{\left( \frac{h_{AB}^1 + h_{BA}^1}{2} \right)}, \quad (15)$$

де  $h^{geom}$  – перевищення отримане із геометричного нівелювання.

Тоді остаточною формулою визначення степеня матиме вигляд:

$$b = \frac{\ln \left( \frac{1+A}{1-A} \right)}{\ln \left( \frac{m_{Z_{AB}}}{m_{Z_{BA}}} \right)}. \quad (16)$$

## Результати

Для виконання експерименту на березі озера Пісочне закладено 4 пункти Т1, Т2, Т3, Т4 таким чином, щоб утворилися 2 трикутники ( $\Delta T1T2T3$ ,  $\Delta T1T2T4$ ) із взаємною видністю між точками (рис. 1) [Перій, 2017].

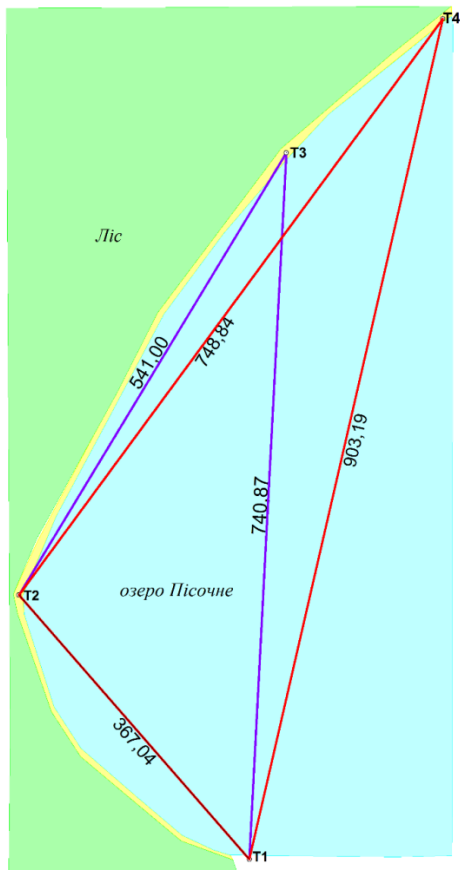


Рис. 1 Схема мережі на озері Пісочне

Вимірювання на пунктах виконані тахеометром фірми Leica TC 2003 (приладова точність вимірювання кутів 0.5", а ліній – 1мм+1ppm).

Лінійно-кутові спостереження на пунктах виконували 10 прийомами. Наведення тахеометра на відбивачі виконувалось автоматично із застосуванням спеціальної

функції тахеометра – спостереження на максимум відбитого сигналу.

Неодноразні двосторонні спостереження виконані за сонячної погоди.

За результатами двосторонніх спостережень обчислені інтегральні аномальні складові коефіцієнтів вертикальної рефракції для кожної лінії за формулою (9) (табл. 1).

Таблиця 1

**Значення інтегральних аномальних коефіцієнтів вертикальної рефракції за результатами спостережень над озером Пісочне**

Назва лінії	D (м)	к.аном.рефр.
T1-T3	740	-0.675
T2-T3	541	-1.389
T1-T2	349	-1.995
T1-T4	903	-0.491
T2-T4	748	-0.979

Аналізуючи табл. 1 за знаком та величиною інтегральних аномальних складових коефіцієнтів вертикальної рефракції, бачимо нестійку стратифікацію атмосфери над озером в період спостережень. Це означає, що температура повітря з висотою зменшується.

Для цих же ліній обчислені перевищення за формулою (12) з різними значеннями степеня  $b$  1/2, 1/3, -1/6, -1/3, -1/2, -2/3. Ці перевищення порівнювали із перевищеннями, отриманими за результатами багаторазового геометричного нівелювання III класу [Мороз О. І, 2015]. Різниці перевищень із тригонометричного і геометричного нівелювань подані в таблиці 2.

Таблиця 2

**Різниці перевищень між геометричним нівелюванням та тригонометричним із врахуванням флуктуацій зенітних відстаней із різними степенями  $b$  (оз. Пісочне)**

Назва лінії	$b^1$ (мм)	$b^{1/2}$ (мм)	$b^{1/3}$ (мм)	$b^0$ (мм)	$b^{-1/6}$ (мм)	$b^{-1/3}$ (мм)	$b^{-1/2}$ (мм)	$b^{-2/3}$ (мм)
T1-T3	5.4	4.6	4.3	3.7	3.4	3.1	2.8	<b>2.5</b>
T2-T3	7.9	3.3	1.7	<b>-1.5</b>	-3.1	-4.7	-6.3	-7.9
T1-T2	7.3	3.9	2.7	<b>0.2</b>	-1.0	-2.3	-3.5	-4.6
T1-T4	<b>3.6</b>	5.0	5.4	6.3	6.8	7.3	7.7	8.2
T2-T4	<b>-0.3</b>	2.8	3.8	5.9	6.9	7.9	9.0	10.0
Середнє	4.8	3.9	3.6	2.9	2.6	2.3	2.0	<b>1.6</b>
С.к.п.	3.3	<b>0.9</b>	1.4	3.5	4.6	5.6	6.7	7.8

Аналізуючи табл. 2, бачимо неоднозначність визначення степеня за напрямками спостереження. Найменше середнє значення похибок є між геометричним та тригонометричним нівелюванням із урахуванням флуктуацій зенітних відстаней у степені  $-2/3$  і дорівнює 1.6 мм, а найменше значення середньоквадратичного відхилення від середнього значення похибок (с.к.п.) із використанням степені  $1/2$  і дорівнює 0.9 мм.

Степень  $b$  обчислений за формулою (16) поданий у таблиці 3.

Таблиця 3

**Обчислені значення степеня  $b$  (оз. Пісочне)**

Номер лінії	$b$
T1-T3	-2.15
T3-T2	0.16
T2-T1	-0.03
T1-T4	2.31
T2-T4	0.96
<b>Середнє</b>	<b>0.25</b>

Як бачимо із табл. 3, розмах величини степеня є значним – від 2 до -2. Це вказує на похибки, які пов'язані із-за неодноразовості спостережень по лініях а також на вміст у величинах флуктуацій приладових похибок.

Експеримент повторений на експериментальному геодезичному полігоні в м. Бережанах влітку 2017 року.

Дослідження виконані над водною поверхнею ставка.

Для експерименту вибрані 4 пункти, по 2 на правому та лівому берегах (див. рис. 2). Перевищення між цими пунктами визначено цифровим нівеліром Dini03 із використанням інварних рейок за програмою геометричного нівелювання II класу.

Лінійно-кутові вимірювання виконані тахеометром фірми Leica TC 2003 за спеціальною програмою спостережень.

Послідовність спостережень наступна:

1. На точки 1, 2, 3, 4 установлювали та центрували штативи з підставками. Над точкою 1 встановлювали прилад, а на 2, 3, 4 – відбивачі.

2. Вимірювали висоту приладу та відбивачів за допомогою спеціального приладдя із застосуванням відлічування методом фотофіксації. На точці розташування приладу вимірювали температуру повітря, води та атмосферний тиск.

3. Із точки 1 на три точки умовного чотирикутника 2, 3, 4 почергово відлічували горизонтальні та вертикальні круги та вимірювали похилу віддаль. Вимірювання виконували 10-ма прийомами.

4. Спостереження на інших точках виконували аналогічно. Почергово установлюючи прилад на наступні точки, а на його місце встановлювали та орієнтували відбивачі.



Рис. 2. Схема експерименту над Бережанським ставком

За отриманими результатами з двосторонніх спостережень обчислені інтегральні аномальні складові коефіцієнтів вертикальної рефракції для кожної лінії за формулою (9) (табл. 4).

Таблиця 4

**Значення інтегральних аномальних коефіцієнтів вертикальної рефракції за результатами спостережень над Бережанським ставком**

Назва лінії	$D$ (м)	$k_{\text{аном.рефр.}}$
1-3	1111	0.1556
1-4	1092	0.1556
2-3	1107	0.1520
2-4	1089	0.1626

Як бачимо із табл. 4, величини аномальної складової інтегрального коефіцієнта

вертикальної рефракції мають додатне значення, що відповідає стійкій стратифікації атмосфери над Бережанським ставком. Це зумовлено збільшенням температури із висотою (інверсія температури). Для цих ліній обчислені перевищення за формулою (13) із різними значеннями степенів: - 1, - 2/3, -1/3, 0, 1/3, 1. Крім цього, обчислено перевищення із врахуванням еквівалентних висот (14) замість флуктуацій зенітних відстаней. Еквівалентні висоти променів визначені за (5) по лініях 1-3, 1-4, 2-3 і 2-4 - 10 м, а по лініях 3-1, 3-2, 4-1, 4-2 – 5м. Ці перевищення порівняли із результатами перевищень, одержаних із геометричного нівелювання II класу, різниці яких подані в табл. 5.

**Різниці перевищень геометричного та тригонометричного нівелювань з урахуванням флуктуацій зенітних відстаней (із різними степенями), а також із урахуванням еквівалентних висот (ст. Бережанський)**

Назви лінії	$\Delta$ mh <sup>-1</sup>	$\Delta$ mh <sup>-2/3</sup>	$\Delta$ mh <sup>-1/3</sup>	$\Delta$ mh <sup>0</sup>	$\Delta$ mh <sup>1/3</sup>	$\Delta$ mh <sup>1</sup>	$\Delta$ he
<b>1-3</b>	<b>0.3</b>	2.0	3.8	5.6	7.5	10.9	<b>0.6</b>
<b>1-4</b>	3.6	3.1	2.5	2.0	1.5	<b>0.4</b>	-2.8
<b>2-3</b>	4.1	4.7	5.3	5.9	6.5	7.7	<b>1.0</b>
<b>2-4</b>	<b>0.7</b>	1.9	3.2	4.5	5.8	8.3	<b>-0.6</b>
<b>Середнє</b>	<b>2.2</b>	2.9	3.7	4.5	5.3	6.8	<b>-0.4</b>
<b>С.к.п</b>	1.9	1.3	<b>1.2</b>	1.8	2.6	4.5	1.7

Як бачимо з табл. 5, найменше середнє значення похибок є між геометричним та тригонометричним нівелюванням з врахуванням еквівалентних висот і дорівнює 0.4 мм, а с.к.п. – 1.7 мм. Найменше значення с.к.п. із використанням флуктуацій зенітних відстаней у степені  $-1/3$  і дорівнює 1.2 мм. Обидва способи відповідають точності геометричного нівелювання II класу. Це вказує на обернену залежність флуктуацій від величини вертикальної рефракції і може бути пояснено наявністю динамічної турбулентності на вищих висотах розповсюдження візирного променя над водною поверхнею у районі досліджень.

Таблиця 6

**Обчислені значення степеня  $b$  (ст. Бережанський)**

Номер лінії	$b$
<b>1-3</b>	-1.07
<b>1-4</b>	1.27
<b>2-3</b>	-3.39
<b>2-4</b>	-1.18
<b>Середнє</b>	<b>-1.09</b>

Степені, які обчислені за (16), приведені у табл. 6, підтверджують висунуту гіпотезу оберненого зв'язку. Повітряні потоки над Бережанським ставком проходять вздовж долини річки Золота липа з високими берегами, що утворюють динамічну трубу.

Для підвищення точності нівелювання планується опрацювати методику визначення степенів при флуктуаціях зенітних відстаней та еквівалентних висотах під час виконання

одночасних двосторонніх тригонометричних спостережень.

**Висновки**

1. Показана можливість застосування неодночасного двостороннього тригонометричного нівелювання для передачі висот над водними поверхнями із частковим врахуванням вертикальної рефракції з точністю геометричного нівелювання II класу.

2. Виявлено, що над водними поверхнями може створюватись, як стійка, так і нестійка стратифікація приземного прошарку повітря.

3. Флуктуації зенітних відстаней для визначення перевищень для стійкої стратифікації атмосфери більше пов'язані з динамічною турбулентністю і тому степені при них мають від'ємні значення під час визначення часткових величин вертикальної рефракції в межах  $-1$  до  $-0.3$ .

4. Під час нестійкої стратифікації для двостороннього тригонометричного нівелювання рекомендується застосовувати степені при флуктуаціях зенітних відстаней в межах  $+1$  до  $+0.3$ .

5. Для стійкої стратифікації за умов сильно розвинутої динамічної турбулентності для визначення часткових величин вертикальної рефракції краще застосовувати еквівалентні висоти.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- Баран П. І. Тригонометричне нівелювання в інженерно-геодезичних роботах / П. І. Баран, Ф. Ф. Соловйов, В. Я. Чоркоконь. –К: Укргеодезкартографія, 1996. -130 с.
- Дементьев В. Е. Рефракция и миражи / В. Е. Дементьев. – М.: ООО “Галлея-Принт”, 2009. – 391 с.
- Дементьев В. Е. Рефракция в турбулентной атмосфере / В. Е. Дементьев. – М.: ООО “Галлея-Принт”, 2011. – 398 с.
- Изотов А. А. Исследование земной рефракции и методов геодезического нивелирования / А. А. Изотов, Л. П. Пеллинен. // Тр. ЦНИИГАИК, Вып. 102, – М. : 1955. – 176 с.
- Казанский К. В. Земная рефракция над обширными водными поверхностями / К. В. Казанский // – Л:Гидрометеоздат, 1966. – 192 с.
- Масліч Д. І. Особенности рефракционного поля на морских трассах в прибрежном субтропическом районе. / Д. І. Масліч, С. С. Перій // - Геодезия, картография и аэрофотосъемка. - Львів, 1984. Вип. 39. – С. 38-46.
- Мороз О. І. Визначення та врахування вертикальної рефракції під час геодезичних вимірювань: Монографія / О. І. Мороз. – Львів: В-тво НУ «ЛП», 2003. – 224 с.
- Мороз О. І. Створення геодезичного полігона навколо озера Пісочне Шацького національного природного парку/ О. І. Мороз, Т. Ю. Корлятович, І. Я. Покотило, С. П. Ямелинець // Вісник геодезії та картографії. - 2015. - № 5-6. - С. 21-23.
- Островський А. Л. Дослідження закономірностей дії вертикальної рефракції та точності тригонометричного нівелювання над водними поверхнями/ А. Островський, О. Кравчук // Геодезія, картографія і аерознімання. -2007. -№69. – С.83-90.
- Перій С. С. Визначення вертикальної рефракції за флуктуаціями вертикальних кутів / С. С. Перій, О. І. Мороз. // Наукові праці Донец. нац. тех. ун-та, Донецьк. Сер.: гірничо-геологічна. – 2013. – Вип. 1(18). – С. 49-55.
- Перій С. С. Апробація застосування неодноточного двостороннього тригонометричного нівелювання з урахуванням вертикальної рефракції/ С. С. Перій// Геодезія, картографія і аерознімання. -2015. – №82. – С.19-28.
- Перій С. Застосування тригонометричного нівелювання для передавання висот над водними поверхнями на території Шацького національного природного парку/ С.С. Перій, О. І. Мороз, Т.Ю. Корлятович, І.Я. Покотило //Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. -2017. –Випуск І (33). - С.65-68.
- Тлустяк Б. Т. Исследование закономерностей изменения земной рефракции в прибрежной зоне больших водных поверхностей // Б. Т. Тлустяк. // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. – 1974. № 20. – С. 86-93.
- Учет атмосферных влияний на астрономогеодезические измерения. / Островский А. Л., Джуман Б. М., Заблоцкий Ф. Д., Кравцов М. І. // – М.:Недра, 1990. – 235 с.
- Accuracy of height measurements for levelling across wide water bodies / A. Celms, A. Ratkevičs, A. Brants, E. Kauranens// Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. -2013 –№II (26). –С.97-101.
- Bjelotomić O. Prefactory accuracy of levelling figure closure by combined measurements of trigonometric and geometric levelling// Bjelotomić O, Grgić I, Bašić T.// Proceeding of the 5<sup>th</sup> international conference on engineering surveying: «Ingeo 2011» Brijuni, Croatia, 22-24 September 2011, p.185-192;
- Tretyak K. Complex High Accuracy Satellite and Field Measurements of Horizontal and Vertical Displacements of Control Geodetic Network on Dniester Hydroelectric Pumped Power Station (HPPS) / K. Tretyak, S. Periy, I. Sidorov, L. Babiy // Geomatics and Environmental Engineering, vol. 9, no. 1, 2015, pp. 83–96. Available at: <http://dx.doi.org/10.7494/geom.2015.9.1.83>
- Walo J. The Height transfer over the Czorsztyn artificial lake applying trigometric levelling/ Walo J. Pachuta A. Olszak T.//Reports on Geodesy/ -2004. -Tom 2/69. -p.315-321.

Надійшла 04.09.2017 р.