

# ВИЗНАЧЕННЯ ХВИЛЬОВИХ ПОТЕНЦІАЛІВ У ФОРМІ ІНТЕГРАЛЬНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ ДЛЯ ЕФЕКТИВНО-ТОЧКОВОЇ ДИСЛОКАЦІЇ

Р. М. Пак, Д. В. Малицький

*Карпатське відділення Інституту геофізики НАН України, Львів, Україна*

**Вступ.** На сьогодні існує ряд добре розроблених методів обчислення хвильового поля для горизонтально-шаруватих середовищ, які використовують точкове джерело, описане загальним тензором моменту: рефлексивний метод (метод Фукса), повна хвильова теорія, узагальнений променевий метод (метод Каньяра-де Хоопа) та інші. Незважаючи на різноманітність методик, проблема побудови теоретичних сейсмограм для заданих моделей середовища і джерела сейсмічних хвиль залишається актуальною. Тому ми в даній статті запропонуємо підхід для побудови теоретичних основ інтерпретації сейсмічних даних.

В рамках загальної проблематики розглянемо вогнище землетрусу, змодельоване у вигляді розриву із зміщенням по внутрішній поверхні, розміщене в будь-якій точці неоднорідного півпростору. Відомо, що таке джерело математично представляється тензором другого рангу — тензором сейсмічного моменту. Середовище апроксимуємо системою однорідних, абсолютно пружних, ізотропних

шарів з плоскими границями. В роботах [1, 2, 3] розглянуто також так званий рекурентний метод, який дозволяє будувати хвильові поля для осесиметричного поширення хвиль.

Дана робота повністю присвячена побудові хвильового поля для точково-ефективного дислокаційного джерела, яке діє в однорідному, пружному, ізотропному просторі. В монографії [4] розв'язок такої задачі представлений у формі Стокса, яка є зручною для дослідження поля на великих віддалях, однак, не дозволяє розглядати процеси відбиття і заломлення на границях шарів. Тому в нашій статті ми використаємо підхід, викладений у [5], де хвильові потенціали представлені як у вигляді інтегральних перетворень Фур'є-Бесселя і Лапласа, так і у вигляді Стокса, із застосуванням формули Зомерфельда.

Отже, в підсумку ми одержимо точні вирази для хвиль  $P$  і  $S$  у формі інтегральних перетворень, що дозволить використати їх при розв'язуванні загальної проблеми з використанням матричного методу.

## Хвильові потенціали для однонапрямленої сили.

Для розв'язання поставленої задачі розглянемо наступний випадок. Нехай в деякій точці  $O$  півпростору зафікована декартова система координат з віссю  $z$  перпендикулярно до вільної поверхні і направлена вниз. До цієї точки, розташованої на нескінченій віддалі від вільної поверхні, прикладена сила, направлена вздовж осі  $z$ . Для побудови хвильового поля від такого джерела ролзглянем спочатку випадок розподіленого джерела з тим, щоб потім перейти до точкового. Розподілене джерело представляємо у вигляді стрибка діагонального елемента тензора напружень  $[\tau_{zz}]$  при  $z = 0$ :

$$[\tau_{zz}] = -\frac{F_n(r)f_z(r)}{2\pi}, \quad (1)$$

де

$$F_n(r) = \frac{n^2}{(1+n^2r^2)^{3/2}}, \quad r^2 = x^2 + y^2. \quad (1')$$

Всі інші стрибки напруження і переміщення вважаємо рівними нулю. При  $n \rightarrow \infty$  ця функція переходить у вираз

$$\delta(r)/r, \quad (1'')$$

в якому  $\delta(r)$  — функція Дірака, і цей перехід відповідає переходу до зосередженого джерела. Наше завдання знайти потенціали  $P$  і  $S$  хвиль як функції від просторових і часової координат. Розв'язуватимемо задачу в циліндричній системі координат. Як і у [5] джерело (1) можна записати у вигляді системи рівнянь

$$\begin{cases} \tau_{zz} = -\frac{F_n(r)f_z(r)}{4\pi} \\ u_r = 0 \\ u_\varphi = 0 \end{cases} \quad (2)$$

при  $z = 0$ .

Використовуючи зв'язки переміщення і елемента тензора напружень з потенціалами

$$\mathbf{u} = \mathbf{grad}\phi + \mathbf{rot}\psi = \mathbf{grad}\phi + \mathbf{rot}\mathbf{rot}(k\Psi) + \mathbf{rot}(k\chi)$$

$$\tau_{zz} = \frac{\lambda}{v_p^2} \phi_{,rr} + 2\mu \left( \phi_{,zz} + \Psi_{,zzz} - \frac{1}{v_s^2} \Psi_{,rrz} \right), \quad (3)$$

розв'язок хвильових рівнянь для  $\phi, \Psi, \chi$  шукаємо у вигляді:

$$\begin{aligned} \phi(r, z, \varphi, t) &= \text{sign } z \int_0^\infty \frac{k J_0(kr) dk}{2\pi j} \int_{-\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} X(k, \eta) e^{k(\eta-|z|\alpha)} d\eta + \\ &\quad \text{sign } z \cos \varphi \int_0^\infty \frac{k J_1(kr) dk}{2\pi j} \int_{-\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \tilde{X}(k, \eta) e^{k(\eta-|z|\alpha)} d\eta + \\ &\quad + \text{sign } z \sin \varphi \int_0^\infty \frac{k J_1(kr) dk}{2\pi j} \int_{-\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \tilde{\tilde{X}}(k, \eta) e^{k(\eta-|z|\alpha)} d\eta, \\ \cos \varphi \int_0^\infty \frac{J_1(kr) dk}{2\pi j} \int_{-\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \tilde{Y}(k, \eta) e^{k(\eta-|z|\beta)} d\eta &+ \\ + \sin \varphi \int_0^\infty \frac{J_1(kr) dk}{2\pi j} \int_{-\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \tilde{\tilde{Y}}(k, \eta) e^{k(\eta-|z|\beta)} d\eta, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \chi(r, z, \varphi, t) &= -\text{sign } z \sin \varphi \int_0^\infty \frac{k J_1(kr) dk}{2\pi j} \\ &\cdot \int_{-\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \tilde{Z}(k, \eta) e^{k(\eta-|z|\beta)} d\eta + \text{sign } z \cdot \\ &\cdot \cos \varphi \int_0^\infty \frac{k J_1(kr) dk}{2\pi j} \int_{-\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \tilde{\tilde{Z}}(k, \eta) e^{k(\eta-|z|\beta)} d\eta, \end{aligned}$$

де  $J_0(kr), J_1(kr)$  — функції Бесселя порядку 0 і

$1, \sigma > 0$  — деяка постійна,  $k$  — горизонтальне

хвильове число,  $j = \sqrt{-1}$ , а

$$\alpha_i = \sqrt{1 + \frac{\eta^2}{v_p^2}}, \quad \beta_i = \sqrt{1 + \frac{\eta^2}{v_s^2}}. \quad (4')$$

Після підстановки (4) у (3), а потім у систему (2), представивши перед цим  $f_z(t)$  у вигляді перетворення Лапласа, а  $F_n(r)$  у вигляді перетворення Фур'є-Бесселя і, здійснивши перехід до точкового джерела при  $n \rightarrow \infty$ , отримаємо:

$$\begin{cases} X - \beta Y = 0 \\ \mu(gX - 2\beta Y) = -\frac{1}{4\pi} F_z(k\eta), \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} \tilde{X} - \beta \tilde{Y} = 0 \\ \tilde{X} - \beta \tilde{Y} + \tilde{Z} = 0 \\ \mu(g\tilde{X} - 2\beta \tilde{Y}) = 0, \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \tilde{\tilde{X}} - \beta \tilde{\tilde{Y}} = 0 \\ \tilde{\tilde{X}} - \beta \tilde{\tilde{Y}} + \tilde{\tilde{Z}} = 0 \\ \mu(g \tilde{\tilde{X}} - 2\beta \tilde{\tilde{Y}}) = 0, \end{cases} \quad b \quad (7)$$

де  $F_z(k\eta)$  – функція-зображення для  $f_z(t)$ , а

$$g = 1 + \beta^2. \quad (8)$$

З рівнянь (5) – (7) одержимо:

$$X = -\frac{1}{4\pi\rho} \frac{F_z(k\eta)}{k\eta^2}, \quad Y = -\frac{1}{4\pi\rho} \frac{F_z(k\eta)}{k\beta\eta^2},$$

$$\tilde{X} = \tilde{Y} = \tilde{Z} = 0, \quad \tilde{\tilde{X}} = \tilde{\tilde{Y}} = \tilde{\tilde{Z}} = 0. \quad (9)$$

Отже, розв'язок задачі в потенціалах, після підстановки (9) у (4) має вигляд:

$$\phi(r, z, t) = -\frac{1}{4\pi\rho} \operatorname{sign} z \int_0^\infty \frac{J_0(kr) dk}{2\pi j}.$$

$$\cdot \int_{-\infty}^{\sigma+\infty} \frac{F_z(k\eta)}{\eta^2} e^{k(|\eta|-|z|\alpha)} d\eta,$$

$$\Psi(r, z, t) = -\frac{1}{4\pi\rho} \int_0^\infty \frac{J_0(kr) dk}{2\pi j}. \quad (10)$$

$$\cdot \int_{-\infty}^{\sigma+\infty} \frac{F_z(k\eta)}{k\beta\eta^2} e^{k(|\eta|-|z|\beta)} d\eta,$$

$$\chi(r, z, t) = 0.$$

Таким чином, ми одержали хвильове поле, яке, як і слід було очікувати із постановки задачі, є симетричним відносно осі  $z$ . Виявляється, що потенціали (10) можна записати і у формі Стокса, якщо скористатись співвідношенням:

$$\frac{1}{R} f\left(t - \frac{R}{v}\right) = \int_0^\infty \frac{k J_0(kr) dk}{2\pi j}, \quad (11)$$

$$\cdot \int_{-\infty}^{\sigma+\infty} \frac{F_z(k\eta)}{\alpha} e^{k(|\eta|-|z|\alpha)} d\eta$$

одержаного за допомогою формули Зомерфельда [6]. Інтегруючи (11) в одному випадку двічі по  $t$  і диференціючи ще раз по  $z$  – у другому випадку, можемо записати вирази для потенціалів у формі Стокса:

$$\phi(\mathbf{R}, t) = -\frac{1}{4\pi\rho} \frac{z}{R^3} \int_{R/v_p}^t \tau f_z(\tau) d\tau,$$

$$\Psi(\mathbf{R}, t) = -\frac{1}{4\pi\rho} \left[ \frac{1}{R} \int_{R/v_s}^t \tau f_z(\tau) d\tau - \frac{1}{v_s} \int f_z\left(t - \frac{R}{v_s}\right) d\tau \right], \quad (12)$$

$$\text{де } R = |\mathbf{R}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

Крім цього, згідно (3):

$$\psi_x(\mathbf{R}, t) = \frac{1}{4\pi\rho} \frac{y}{R^3} \int_{R/v_s}^t \tau f_z(\tau) d\tau,$$

$$\psi_y(\mathbf{R}, t) = -\frac{1}{4\pi\rho} \frac{x}{R^3} \int_{R/v_s}^t \tau f_z(\tau) d\tau,$$

$$\psi_x(r, z, \varphi, t) = \frac{1}{4\pi\rho} \sin \varphi \int_0^\infty \frac{J_1(kr) dk}{2\pi j} \cdot \int_{-\infty}^{\sigma+\infty} \frac{F_z(k\eta)}{\beta\eta^2} e^{k(|\eta|-|z|\beta)} d\eta, \quad (13)$$

$$\psi_y(r, z, \varphi, t) = -\frac{1}{4\pi\rho} \cos \varphi \int_0^\infty \frac{J_1(kr) dk}{2\pi j} \cdot \int_{-\infty}^{\sigma+\infty} \frac{F_z(k\eta)}{\beta\eta^2} e^{k(|\eta|-|z|\beta)} d\eta.$$

У випадку, якщо сила діє в напрямі осі  $x$ , в першому рівнянні (12) і в першому та другому рівняннях (13) слід зробити циклічну перестановку. Тобто

$$\phi(\mathbf{R}, t) = -\frac{1}{4\pi\rho} \frac{x}{R^3} \int_{R/v_p}^t \tau f_x(\tau) d\tau,$$

$$\psi_y(\mathbf{R}, t) = \frac{1}{4\pi\rho} \frac{z}{R^3} \int_{R/v_s}^t \tau f_x(\tau) d\tau, \quad (14)$$

$$\psi_x(\mathbf{R}, t) = -\frac{1}{4\pi\rho} \frac{y}{R^3} \int_{R/v_s}^t \tau f_x(\tau) d\tau,$$

$$\psi_x(\mathbf{R}, t) = 0.$$

Використовуючи (11), можна знайти потенціали в інтегральній формі:

$$\phi(r, \varphi, z, t) = -\frac{1}{4\pi\rho} \cos \varphi \int_0^\infty \frac{J_1(kr) dk}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \frac{F_x(k\eta)}{\alpha\eta^2} e^{k(\eta-|z|\alpha)} d\eta,$$

$$\psi_y(r, z, \varphi, t) = \frac{1}{4\pi\rho} \operatorname{sign} z \int_0^\infty \frac{J_0(kr) dk}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \frac{F_x(k\eta)}{\eta^2} e^{k(\eta-|z|\beta)} d\eta, \quad (15)$$

$$\psi_z(r, z, \varphi, t) = -\frac{1}{4\pi\rho} \sin \varphi \int_0^\infty \frac{J_1(kr) dk}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \frac{F_x(k\eta)}{\beta\eta^2} e^{k(\eta-|z|\beta)} d\eta.$$

Аналогічно, якщо сила діє в напрямі осі ординат, розв'язок задачі матиме вигляд:

$$\phi(\mathbf{R}, t) = -\frac{1}{4\pi\rho} \frac{y}{R^3} \int_R^t f_y(t-\tau) d\tau = -\frac{1}{4\pi\rho} \sin \varphi \int_0^\infty \frac{J_1(kr) dk}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \frac{F_y(k\eta)}{\alpha\eta^2} e^{k(\eta-|z|\alpha)} d\eta,$$

$$\psi_x(\mathbf{R}, t) = -\frac{1}{4\pi\rho} \frac{z}{R^3} \int_R^t f_y(t-\tau) d\tau = -\frac{1}{4\pi\rho} \operatorname{sign} z \int_0^\infty \frac{J_0(kr) dk}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \frac{F_y(k\eta)}{\eta^2} e^{k(\eta-|z|\beta)} d\eta, \quad (16)$$

$$\psi_z(\mathbf{R}, t) = \frac{1}{4\pi\rho} \frac{x}{R^3} \int_R^t f_y(t-\tau) d\tau = \frac{1}{4\pi\rho} \cos \varphi \int_0^\infty \frac{J_1(kr) dk}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \frac{F_y(k\eta)}{\beta\eta^2} e^{k(\eta-|z|\beta)} d\eta.$$

Отже, для джерела у вигляді довільно напрямленої сили  $\mathbf{f}(t) = i f_x + j f_y + k f_z$ , що діє в точці  $O(0, 0, 0)$  однорідному, ізотропному,

пружному середовищі, потенціали поздовжньої і поперецької хвилі в будь-якій точці, згідно принципу суперпозиції, матимуть вигляд:

$$\begin{aligned} \phi(r, z, \varphi, t) &= -\frac{1}{4\pi\rho} \left[ \operatorname{sign} z \int_0^\infty \frac{J_0(kr) dk}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \frac{F_z(k\eta)}{\eta^2} e^{k(\eta-|z|\alpha)} d\eta + \cos \varphi \int_0^\infty \frac{J_1(kr) dk}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \frac{F_x(k\eta)}{\alpha\eta^2} e^{k(\eta-|z|\alpha)} d\eta + \right. \\ &\quad \left. + \sin \varphi \int_0^\infty \frac{J_1(kr) dk}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \frac{F_y(k\eta)}{\alpha\eta^2} e^{k(\eta-|z|\alpha)} d\eta \right], \\ \psi_x(r, z, \varphi, t) &= -\frac{1}{4\pi\rho} \left[ \operatorname{sign} z \int_0^\infty \frac{J_0(kr) dk}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \frac{F_y(k\eta)}{\eta^2} e^{k(\eta-|z|\beta)} d\eta - \sin \varphi \int_0^\infty \frac{J_1(kr) dk}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \frac{F_z(k\eta)}{\beta\eta^2} e^{k(\eta-|z|\beta)} d\eta \right], \\ \psi_y(r, z, \varphi, t) &= \frac{1}{4\pi\rho} \left[ \operatorname{sign} z \int_0^\infty \frac{J_0(kr) dk}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \frac{F_x(k\eta)}{\eta^2} e^{k(\eta-|z|\beta)} d\eta - \right. \\ &\quad \left. - \cos \varphi \int_0^\infty \frac{J_1(kr) dk}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \frac{F_z(k\eta)}{\beta\eta^2} e^{k(\eta-|z|\beta)} d\eta \right], \quad (17) \end{aligned}$$

$$\psi_z(r, z, \varphi, t) = -\frac{1}{4\pi\rho} \left[ \sin z \int_0^\infty \frac{J_1(kr) dk}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \frac{F_x(k\eta)}{\beta\eta^2} e^{k(\eta-|z|\beta)} d\eta - \cos \varphi \int_0^\infty \frac{J_1(kr) dk}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \frac{F_y(k\eta)}{\beta\eta^2} e^{k(\eta-|z|\beta)} d\eta \right].$$

## Хвильові потенціали для подвійної пари сил.

Наступне і головне завдання нашої роботи - знайти хвильове поле в інтегральній формі для системи сил еквівалентних точково-ефективному дислокаційному джерелу (рис. 1), використовуючи співвідношення для потенціалів у випадку одинарної сили, прикладеної в точці початку координат.

Щоб одержати сумарний ефект дев'яти пар сил, показаних на рис. 1, ми можемо оцінити кожне з рівнянь (17) для сили  $\mathbf{f}(t)$ , прикладеної в точці  $\Delta \mathbf{l}_j$  ( $\Delta \mathbf{l}_j$  - мала віддаль в напрямі  $x_j$ ;  $x_1 = x$ ,  $x_2 = y$ ,  $x_3 = z$ ) і відняти значення (17)

для сили  $\mathbf{f}(t)$ , прикладеної в точці  $O(0,0,0)$ . Ця різниця дає значення потенціалів в  $(r, \phi, z)$  для пари сил з моментом  $|\Delta \mathbf{l}_j| \cdot |\mathbf{f}|$ ; з точністю до першого порядку по  $\Delta l_j$ , її можна одержати, діючи оператором  $-\Delta l_j \frac{\partial}{\partial x_j}$ . Завершальний крок - прирівняти добуток  $\Delta l_j F_i(k \eta)$  (в якому  $\Delta l_j \rightarrow 0$ ,  $F_i \rightarrow \infty$ ) до функції-зображення компоненти тензора моменту  $M_{ij}(k \eta)$ . В результаті, враховуючи, що  $M_{ij} = M_{ji}$ , одержуємо:

$$\begin{aligned} \phi(r, z, \phi, t) &= \frac{1}{4\pi\rho} \left[ \int_0^\infty \frac{k J_0(kr)}{2\pi j} dk \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \frac{m_1}{\alpha \eta^2} e^{k(\eta-|z|\alpha)} d\eta + \text{sign } z \int_0^\infty \frac{k J_1(kr)}{2\pi j} dk \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \frac{m_2}{\eta^2} e^{k(\eta-|z|\alpha)} d\eta + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{r} \int_0^\infty \frac{J_1(kr)}{2\pi j} dk \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \frac{m_3}{\alpha \eta^2} e^{k(\eta-|z|\alpha)} d\eta \right], \\ \psi_x(r, z, \phi, t) &= \frac{1}{4\pi\rho} \left[ \int_0^\infty \frac{k J_0(kr)}{2\pi j} dk \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \frac{m_4}{2\beta \eta^2} e^{k(\eta-|z|\beta)} d\eta + \text{sign } z \int_0^\infty \frac{k J_1(kr)}{2\pi j} dk \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \frac{m_5}{\eta^2} e^{k(\eta-|z|\beta)} d\eta + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{r} \int_0^\infty \frac{J_1(kr)}{2\pi j} dk \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \frac{m_6}{\beta \eta^2} e^{k(\eta-|z|\beta)} d\eta \right], \\ \psi_y(r, z, \phi, t) &= \frac{1}{4\pi\rho} \left[ \int_0^\infty \frac{k J_0(kr)}{2\pi j} dk \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \frac{m_7}{2\beta \eta^2} e^{k(\eta-|z|\beta)} d\eta + \right. \\ &\quad \left. + \text{sign } z \int_0^\infty \frac{k J_1(kr)}{2\pi j} dk \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \frac{m_8}{\eta^2} e^{k(\eta-|z|\beta)} d\eta + \frac{1}{r} \int_0^\infty \frac{J_1(kr)}{2\pi j} dk \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \frac{m_9}{\beta \eta^2} e^{k(\eta-|z|\beta)} d\eta \right], \\ \psi_z(r, z, \phi, t) &= \frac{1}{4\pi\rho} \left[ \int_0^\infty \frac{k J_0(kr)}{2\pi j} dk \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \frac{m_{10}}{2\beta \eta^2} e^{k(\eta-|z|\beta)} d\eta + \text{sign } z \int_0^\infty \frac{k J_1(kr)}{2\pi j} dk \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \frac{m_{11}}{\eta^2} e^{k(\eta-|z|\beta)} d\eta + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{r} \int_0^\infty \frac{J_1(kr)}{2\pi j} dk \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \frac{m_{12}}{\beta \eta^2} e^{k(\eta-|z|\beta)} d\eta \right], \end{aligned} \quad (18)$$

де величини  $m_i$  виражені співвідношеннями:

$$m_1 = \cos^2 \phi M_{xx} + \sin^2 \phi M_{yy} + \sin 2\phi M_{xy} - \alpha^2 M_{zz},$$

$$m_2 = -2(\cos \phi M_{xz} + \sin \phi M_{yz}),$$

$$m_3 = \cos 2\phi (M_{yy} - M_{xx}) - 2 \sin 2\phi M_{xy},$$

$$m_4 = -\sin 2\phi M_{xz} - 2(\sin^2 \phi + \beta^2) M_{yz},$$

$$m_5 = \sin \phi (M_{zz} - M_{yy}) - \cos \phi M_{xy},$$

$$m_6 = \sin 2\phi M_{xz} - \cos \phi M_{yz},$$

$$m_7 = 2(\cos^2 \varphi + \beta^2) M_{xz} + \sin 2\varphi M_{yz},$$

$$m_{11} = -\sin \varphi M_{xz} + \cos \varphi M_{yz},$$

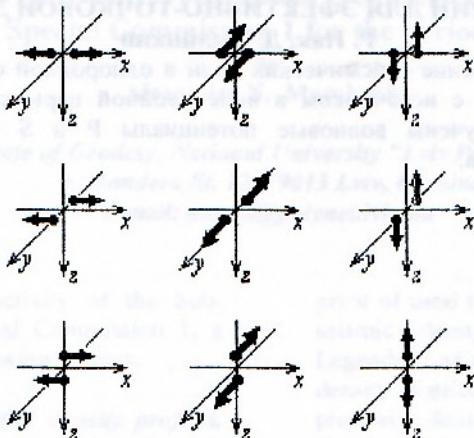
$$m_8 = \cos \varphi (M_{xx} - M_{zz}) + \sin \varphi M_{xy},$$

$$m_{12} = \sin 2\varphi (M_{yy} - M_{xx}) + 2 \cos 2\varphi M_{xy},$$

$$m_9 = -\cos 2\varphi M_{xz} - \sin 2\varphi M_{yz},$$

$$\text{в яких } M_{ij} = M_{ij}(k\eta).$$

$$m_{10} = \sin 2\varphi (M_{xx} - M_{yy}) - 2 \cos 2\varphi M_{xy},$$



**Рисунок 1.** Силовий еквівалент для довільно орієнтованого розриву.

Завершуючи основну частину роботи, зауважимо, що використовуючи (11), та формули, одержані на її основі, викладені в [5], неважко знайти вирази для потенціалів у формі Стокса. Легко показати, що після приведення (18) до форми Стокса, а потім перейшовши до переміщень, ми одержимо рівняння, які точно співпадають з рівняннями в [1, стор. 81]. Це дає підстави стверджувати правильність виразів (18).

#### Висновки.

В даній роботі ми вивели формули для хвиль Р і S всередині однорідного, ізотропного, необмеженого простору, які викликані однонапрямленою силою, що діє в деякій точці середовища і має будь-яку залежність від часу величину. Для одержання цієї формули ми скористалися підходом, описаним в [5], узагальнивши його на випадок довільно орієнтованої сили.

Використавши формули (17), ми одержали хвильове поле для точково-ефективної рухомої дислокації – моделі джерела, представленого тензором сейсмічного моменту (18).

Щоб застосувати ці точні результати на практиці, ми в наступних роботах введемо модель середовища у вигляді шаруватого півпростору, і для розгляду процесів відбиття і

проходження на границях шарів використаємо матричний метод.

#### Список літератури.

- Малицький Д. В. Основні принципи розв'язування динамічної задачі сейсмології на основі рекурентного підходу // Геофиз.журнал — 1998. — №5. — С. 95—98.
- Malytskyy D. Recurrent Method of Solving Direct and Inverse Seismic Problems // The 2nd ACES Workshop Proceedings — Japan: 2001. — P. 417 — 422.
- Малицький Д. В., Пак Р. М. Визначення параметрів вогнища землетрусу з використанням рекурентного підходу // Геофиз.журнал — 2003. — №3.
- Аки К., Річардс Г. Количественная сейсмология. — М.: Мир, 1983. — Т. 1. — 880 с.
- Молотков Л. А. Исследование распространения волн в пористых и трещиноватых средах на основе эффективных моделей Био и слоистых сред. — М.: Наука, 2001. — 348 с.
- Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. — М.: Гос. Издат. Технико-теоретической литературы, 1953. — 679 с.

## **WAVE POTENTIALS CALCULATION WITH A HELP A FORM OF INTEGRAL TRANSFORM FOR A EFFECTIVELY POINT DISLOCATION.**

P. Pak, D. Malichkij

It is considered a propagation of seismic waves in heterogeneous media with a source of one strength and two. It is obtained the waves potentials in a integral transforms and a form of stors.

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛОВ ПОТОКОВ В ФОРМЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ для ЭФФЕКТИВНО-ТОЧКОВОЙ ДИСЛОКАЦИИ.**

Р. Пак, Д. Малицкий

Рассматривается распространение сейсмических волн в однородной среде с источником заданным в виде одинарной силы, а также с источником в виде двойной пары сил (разрыв со смещением по внутренней поверхности). Получены волновые потенциалы Р и S волн в форме интегральных преобразований и в форме Стокса.