

# РЕГІОНАЛЬНА КОВАРІАЦІЙНА ФУНКЦІЯ АНОМАЛІЙ СИЛИ ВАГИ

П. Двудіт, Н. Шупяний

(Національний університет "Львівська політехніка")

**Резюме.** В статті розглядається регіональна емпірична коваріаційна функція аномалій сили ваги у вільному повітрі та аномалій Буге, одержана для території Чехословаччини, та порівнюється з модельними коваріаційними функціями. На основі порівняння характеристик модельних та емпіричних коваріаційних функцій зроблено висновки про апроксимацію та прогноз аномалій сили ваги.

Коваріаційна функція або коваріація аномалій сили ваги визначається середнім значенням усіх добутків  $\Delta g_i \cdot \Delta g_j$  для деякої відстані  $\Psi$  [2].

$$\text{cov} \{ \Delta g_i, \Delta g_j, \Psi \} = M \{ \Delta g_i, \Delta g_j \}_\Psi, \quad (1)$$

де  $\Psi$  - кутова відстань на сфері одиночної кулі,  $M$  - оператор математичного сподівання.

Коваріація (1) означає сумісну зміну і показує степінь взаємної кореляції аномалій сили ваги. Взаємна кореляція аномалій сили ваги пов'язана з коефіцієнтом кореляції  $r$  співвідношенням [2].

$$\text{cov} \{ \Delta g_i, \Delta g_j, \Psi \} = r \{ \Delta g_i, \Delta g_j, \Psi \} \sigma^2(\Delta g) \quad (2)$$

де  $\sigma^2(\Delta g) = D$  - дисперсія, або коваріація при  $\Psi=0$ .

Визначення коваріаційної функції наглядно представлено на рис. 1. На ньому показано:  $P_i$  і  $P_j$  - досліджувана і біжуча точки одиночної сфери, відстань між якими  $\Psi$ ,  $\alpha$  - азимут напрямку лінії  $P_i P_j$ .

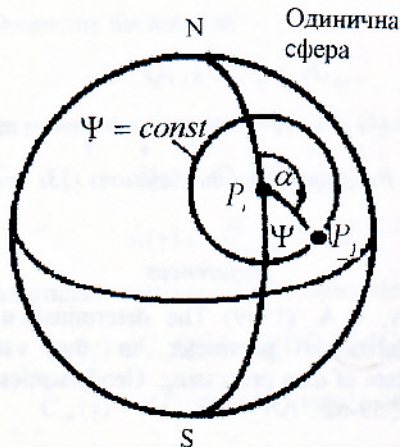


Рис. 1. До визначення коваріаційної функції.

Аналитично коваріаційну функцію можна описати у вигляді:

$$\text{cov}\{\Delta g_i, \Delta g_j, \Psi\} = \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{R^2}{r_i r_j} \right)^{n+2} \sigma_n^2(\Delta g) P_n(\cos \Psi) \quad (3)$$

де  $R$  - радіус сфери, на якій визначена функція,  $\sigma_n^2(\Delta g)$  - коефіцієнти, або степеневі дисперсії аномалій сили ваги,  $P_n(\cos \Psi)$  - поліноми Лежандра,  $n$  - степінь гармонік поля аномалій сили ваги,  $r_i$  і  $r_j$  - відповідні радіуси-вектори точок  $P_i$  і  $P_j$ .

У формулі (3) прийнято, що середнє значення аномалій сили ваги  $\Delta g$  для всієї поверхні Землі дорівнює нулю. А це означає, що член нульової степені в розкладі за сферичними функціями  $\Delta g_0 = 0$  і величина  $\Delta g_1 = 0$  (сферична гармоніка першої степені), оскільки приймається, що центр рівневого еліпсоїда збігається з центром мас Землі. Коваріаційні функції, які представлені у вигляді (3), дозволяють оцінити степеневі дисперсії аномалій сили ваги, коли гравіметричні дані є відомими на всій поверхні Землі. Практично ми маємо обмежене число вимірювань і на значних ділянках земної поверхні взагалі немає ніяких вимірів.

Нами побудована емпірична коваріаційна функція для регіонального поля аномалій сили ваги у вільному повітрі і аномалій Буге для території колишньої Чехословаччини. Для 607 пунктів вказаної території були вибрані аномалії сили ваги у вільному повітрі і аномалії Буге із

каталогу гравіметричних пунктів [4]. Вказані аномалії обчислені з використанням нормального поля прискорення сили ваги за Гельмертом, а поправки за рельєф у виміряне значення сили ваги не вводились. Отже, поле аномалій сили ваги обтяжено систематичними похибками.

Приведемо деякі дані про поле аномалій сили ваги згаданого району. Так, для поля аномалій сили ваги у вільному повітрі середнє значення аномалій  $(\Delta g_{en})_{\text{сер}} = 37,8$  мГал, максимальнє  $(\Delta g_{en})_{\text{max}} = 115,1$  мГал і мінімальнє значення  $(\Delta g_{en})_{\text{min}} = -17,1$  мГал. Відповідні значення цих величин для поля аномалій сили ваги Буге складають:  $(\Delta g_b)_{\text{сер}} = -4,7$  мГал,  $(\Delta g_b)_{\text{max}} = +34,20$  мГал,  $(\Delta g_b)_{\text{min}} = -52,39$  мГал. Слід відзначити, що для даного регіону перепад висот становить 1256 м, а максимальна і мінімальна висоти  $H_{\text{max}}=1359$  м, а  $H_{\text{min}}=103$  м. Середня густина - 1 пункт на 210 км<sup>2</sup>. Для даного регіону були побудовані емпіричні коваріаційні функції аномалій сили ваги у вільному повітрі і аномалій Буге з максимальною відстанню до  $\Psi = 7^\circ$  з кроком  $15'$ . Обчислення емпіричних коваріаційних функцій виконувалися за допомогою програмного забезпечення для аналізу гравітаційного поля Землі AGF 4.0 [3]. Результати обчислень приведені в таблиці 1, а побудовані емпіричні коваріаційні функції відповідних аномалій сили ваги предс тавлені на рис.2 і рис.4.

Таблиця 1. Результати обчислень емпіричної коваріаційної функції аномалій у вільному повітрі (а) і аномалій Буге (б)

$\rho$	Коваріація		Кількість пар	$\rho$	Коваріація		Кількість пар
	а	б			а	б	
0.000000	422.6425	311.3684	607	3.371290	-16.2570	18.7231	7181
0.174734	230.7453	237.2599	2747	3.621562	-45.5933	28.9998	6169
0.385035	107.5439	134.2406	7923	3.871751	-49.2914	44.8564	5317
0.630196	45.1939	42.4681	11395	4.121742	-17.4364	42.0793	4551
0.877771	-3.8023	-25.2247	13528	4.370729	25.5320	39.2488	3917
1.125756	-25.7460	-50.0314	14566	4.620506	42.2350	13.8200	3251
1.374316	-22.8170	-38.4934	15077	4.869602	10.8472	5.2329	2673
1.624382	-25.7686	-20.2574	14694	5.120189	-15.6155	2.2081	2147
1.873495	-38.1895	-15.2750	13549	5.371085	-49.8888	-10.4414	1582
2.122533	-18.6428	-22.1313	12213	5.618192	-77.4326	-21.1395	1161
2.372809	3.7762	-25.5666	11120	5.864592	-55.5718	-54.1595	765
2.622892	23.2703	-28.5367	10126	6.109339	-21.5084	165.3372	432
2.872972	22.2792	-9.4837	9243	6.349749	-31.9473	241.4736	187
3.122455	2.1738	5.3809	8345	6.587621	-55.2713	210.5428	54

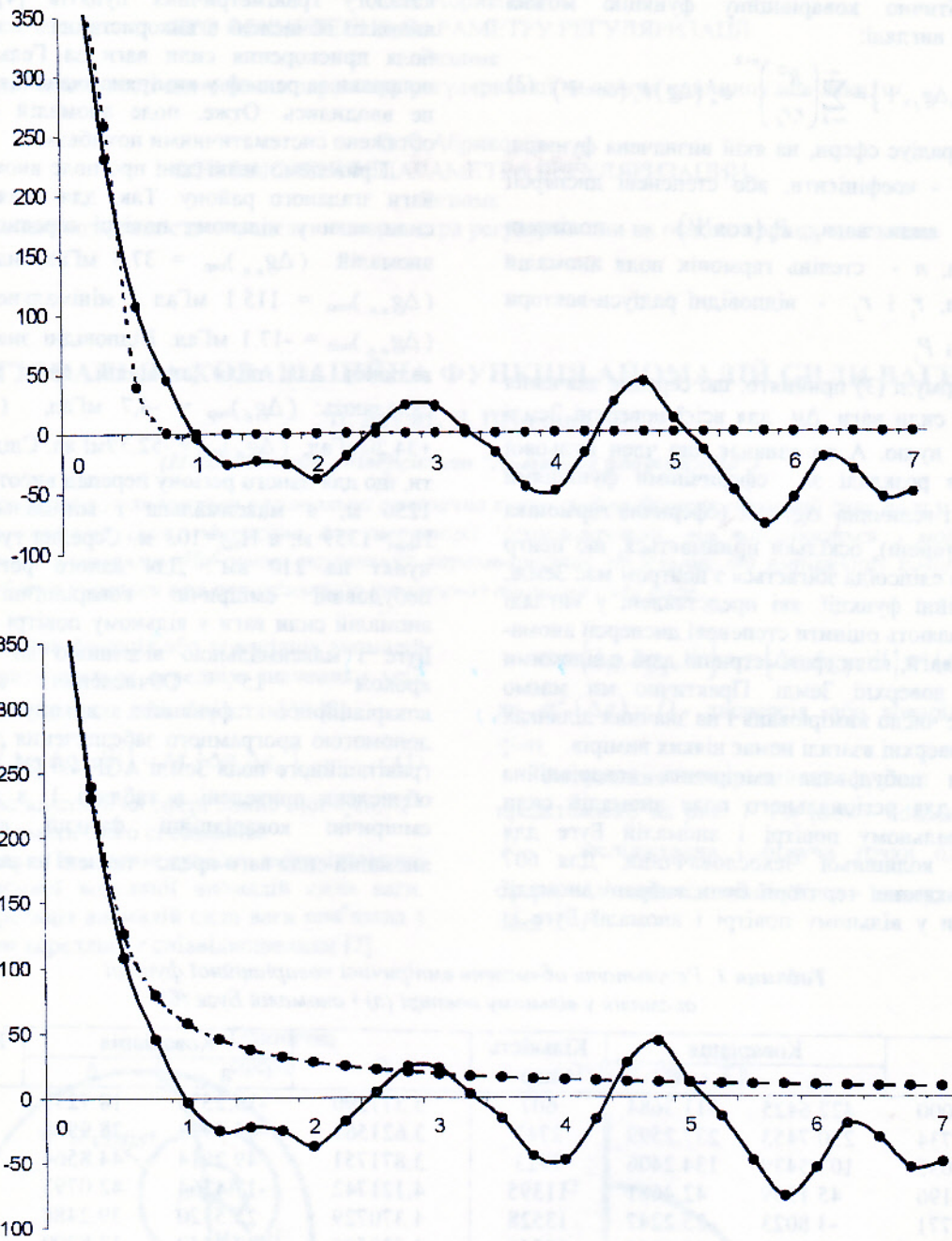


Рис. 2. Емпіричні та модельні коваріаційні функції аномалій сили ваги у вільному повітрі

Умовні позначення:

- Емпірична коваріаційна функція аномалій сили ваги у вільному повітрі.
- - - - - Модельна експоненціальна коваріаційна функція.
- · - · - · - Модельна коваріаційна функція Хірвонена 1.







**Таблиця 2.** Порівняльна характеристика емпіричної і відповідних модельних коваріаційних функцій аномалій сили ваги у вільному повітрі

№	$\rho^\circ$	Емпірична, мГал	Модельна			
			Експоненціальна, мГал	Хірвонен 1, мГал	Хірвонен 2, мГал	Джордана, мГал
1	0,174734	230,7453	-28,2605	-8,5534	-20,3576	-21,1571
2	0,385035	107,5439	68,3375	-18,2357	26,8105	53,633
3	0,630196	45,1939	44,6499	-33,8804	19,0765	63,4154
4	0,877771	-3,8023	-3,8641	-61,0614	-14,6795	17,2008
5	1,125756	-25,7460	-25,746	-70,5534	-31,1783	-13,7951

**Таблиця 3.** Порівняльна характеристика емпіричної і відповідних модельних коваріаційних функцій аномалій сили ваги Буге

№	$\rho^\circ$	Емпірична, мГал	Модельна			
			Експоненціальна, мГал	Хірвонен 1, мГал	Хірвонен 2, мГал	Джордана, мГал
1	0,174734	237,2599	-22,3694	4,3049	-13,9095	-12,1414
2	0,385035	134,2406	5,3965	-7,5987	-0,5166	1,0813
3	0,630196	42,4681	13,179	-50,4443	-17,3606	2,2625
4	0,877771	-25,2247	-31,5739	-93,4186	-54,053	-22,3865
5	1,125756	-50,0314	-50,1964	-103,7104	-65,5236	-33,952

Далі нами підібрані чотири модельні коваріаційні функції, що використовувались для апроксимації відповідних емпіричних коваріаційних функцій [1,3].

1. Модельна експоненціальна функція

$$C(\rho) = C(0)e^{-a^2\rho^2}$$

2. Модельна коваріаційна функція Хірвонена 1

$$C(\rho) = C(0) \frac{1}{\sqrt{(1+B^2\rho^2)}}$$

3. Модельна коваріаційна функція Хірвонена 2

$$C(\rho) = C(0) \frac{1}{\sqrt{(1+B^2\rho^2)^3}}$$

4. Двопараметрична формула Джордана

$$C(\rho) = C(0) \left[ 1 + \frac{\rho}{\mu} - \frac{1}{2} \left( \frac{\rho}{\mu} \right)^2 \right] e^{-\rho/\mu}$$

Для знаходження параметрів модельних коваріаційних функцій використовувались очевидні

співвідношення  $C(r) = \frac{1}{2}C(0)$ , де  $r$  - інтервал кореляції.

На рис. 2 і рис. 3 представлені емпіричні і модельні коваріаційні функції аномалій сили ваги у вільному повітрі, а на рис.4 і рис.5- відповідно емпірична і модельні коваріаційні функції аномалій Буге. Крім цього, в таблицях 2 і 3 наведені результати порівняння значень емпіричної та модельних коваріаційних функцій вказаних аномалій.

### Висновки

1. Складена емпірична коваріаційна функція для аномалій сили ваги відображає реальну кореляційну залежність її від відстані між пунктами для регіону Чехословаччини.
2. Підібрані модельні коваріаційні функції можна використати для апроксимації емпіричної коваріаційної функції згаданого району лише для відстаней між пунктами до  $\Psi = 1^\circ$ .
3. На основі порівняння характеристик модельних і емпіричної коваріаційних функцій для поля аномалій сили ваги у вільному повітрі даного

ваги у вільному повітрі, а модель двопараметричної формули Джордана - для прогнозування аномалій Буге.

5. Для більш впевненого прогнозування (передбачення) аномалій сили ваги необхідно використати додатково іншу геолого- геофізичну інформацію.

### *Література*

1. Двудіт П. Д. Гравіметрія, ЛАГТ. Львів, 1998.
2. Heiskanen W. A., Moritz H. Physical geodesy, Graz, 1981.
3. A. Marchenko. Parameterization of the Earth's Gravity Field. Point and line singularities, Lviv Astronomical and Geodetic Society, 1998
4. Picha J. Gezeitenbeobachtungen in Brezove Hory aus den Jahren 1926-1928, Geofysikalny sbornik, 1957.

P. Dvulit, N. Shupyaniy

### REGIONAL COVARIANCE FUNCTION OF GRAVITY ANOMALIES

#### Summary

Regional empirical covariance functions are considered for free-air gravity anomalies and Bouger gravity anomalies in the area of Czechia and Slovakia. The empirical covariance functions are compared with some model covariance functions. Conclusions on approximation and prediction of gravity anomalies are based on comparison of parameters for empirical and model covariance functions.

П. Двудіт, Н. Шупяний

### РЕГИОНАЛЬНАЯ КОВАРИАЦИОННАЯ ФУНКЦИЯ АНОМАЛИЙ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ

#### Резюме

В статье рассматривается региональная эмпирическая ковариационная функция аномалий силы тяжести в свободном воздухе и аномалий Буге, полученная для территории Чехословакии, и сравнивается с модельными ковариационными функциями. На основании сравнения характеристик модельных и эмпирических ковариационных функций сделаны выводы об аппроксимации и прогнозирования аномалий силы тяжести.