РЕКУРЕНТНИЙ МЕТОД РОЗВ'ЯЗАННЯ ДИНАМІЧНИХ ЗАДАЧ СЕЙСМІКИ ДЛЯ СЕРЕДОВИЩА З НЕРЕГУЛЯРНИМИ ПОВЕРХНЯМИ.

Д.В.Малицький

(Карпатське відділення Інституту геофізики ім.Суббогіна НАН України, Львів, Україна)

Резюме. *Розглядається двовимірна динамічна P-SV задача. Джерело сейсмічних хвиль моделюється зсувною дислокацією, а досліджуване середовище - системою плоских однорідних і ізотропних шарів, які розділені нерегулярними поверхнями. Одержано розв'язок прямої задачі, а також рівняння для визначення форми нерегулярної поверхні.*

Розглядається неоднорідне середовище, яке моделюється системою плоских, однорідних і ізотропних n шарів на (n+1) півпросторі. В такому середовищі поширюються P-SV об'ємні хвилі від вогнища землетрусу, яке розміщене, в загальному випадку, в i-ому шарі. Джерело моделюється зсувною дислокацією, тобто розглядається деякий вектор $\mathbf{F} = (F_1, F_2, F_3, F_4)^T$, елементами якого є стрибки зміщень F_1, F_2 і напружень F_3, F_4. Таким чином, розглядається 2D-вимірна задача. Автор одержав розв'язок прямої задачі, тобто хвильове поле на вільній поверхні U_z, U_r в циліндричній системі координат через параметри досліджуваного середовища і вогнища землетрусу [4]. Отже, коли джерело сейсмічних хвиль знаходиться на i-тій границі і випромінює сейсмічні хвилі P-SV типу, амплітудні значення переміщень на вільній поверхні в спектральній області мають вигляд:

$$U_z^{(0)} = -\widetilde{F}_2 + \frac{d_{13}d_{31} - d_{11}d_{33}}{d_{11}d_{32} - d_{12}d_{31}}\widetilde{F}_3 + \frac{d_{31}d_{14} - d_{34}d_{11}}{d_{11}d_{32} - d_{12}d_{31}}\widetilde{F}_4 \quad \text{(1а)}$$

$$U_r^{(0)} = -\widetilde{F}_1 + \frac{d_{12}d_{33} - d_{32}d_{13}}{d_{11}d_{32} - d_{12}d_{31}}\widetilde{F}_3 + \frac{d_{12}d_{34} - d_{32}d_{14}}{d_{11}d_{32} - d_{12}d_{31}}\widetilde{F}_4, \quad \text{(1б)}$$

де $\widetilde{\mathbf{F}} = D_{i,1}^{-1}.\mathbf{F}$,

$$D = (d_{ij}) = A_{n+1}^{-1} A_n L_n A_n^{-1} \ldots A_{i+1}^{-1} A_i L_i A_i^{-1} \ldots A_2^{-1} A_1 L_1 A_1^{-1} \quad (2)$$

характеристична матриця середовища,

$$D_{i,1}^{-1} = A_1 L_1^{-1} A_1^{-1} \ldots A_i L_i^{-1} A_i^{-1} = D_1^{-1} \ldots D_i^{-1} \quad (3)$$

характеристична матриця для середовища над джерелом,

$$L_i^{-1} = [e^{-kh_i\alpha_i}, e^{kh_i\alpha_i}, e^{-kh_i\beta_i}, e^{kh_i\beta_i}] \quad (4)$$

діагональна матриця

$$A_i = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -\beta_i & \beta_i \\ \alpha_i & -\alpha_i & -1 & -1 \\ 2\mu_i\alpha_i & -2\mu_i\alpha_i & -\mu_i g_i & -\mu_i g_i \\ \mu_i g_i & \mu_i g_i & -2\mu_i\beta_i & 2\mu_i\beta_i \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$A_i^{-1} = 1/(g_i - 2)\begin{bmatrix} -1 & g_i/(2\alpha_i) & -1/(2\mu_i\alpha_i) & 1/(2\mu_i) \\ -1 & -g_i/(2\alpha_i) & 1/(2\mu_i\alpha_i) & 1/(2\mu_i) \\ -g_i/(2\beta_i) & 1 & -1/(2\mu_i) & 1/(2\mu_i\beta_i) \\ g_i/(2\beta_i) & 1 & -1/(2\mu_i) & -1/(2\mu_i\beta_i) \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\alpha_i = (1+\eta^2/V_{pi}^2)^{1/2}, \quad \beta_i = (1+\eta^2/V_{si}^2)^{1/2}, \quad (7)$$

$g_i = 1+\beta_i^2$, μ_i-модуль зсуву в i-тому шарі, h_i-товщина i-го шару, η -змінна Мелліна, к-хвильове число.

Співвідношення (1-6) одержані, коли границі між шарами є паралельними до вільної поверхні. Автор в роботах [4-6] одержав рекурентні вирази для визначення радикалів α_i, β_i, а також $x_i = \mu_i/\mu_{i+1}$. Рівняння (1) можуть бути використані також для визначення $\mathbf{F}$.

Відомі роботи вчених, зокрема в Японії і Австралії [3], які розглядають середовище, що моделюється однорідними шарами, але розділеними нерегулярними поверхнями. І для таких випадків є актуальною задача відновлення форми нерегулярних поверхонь. Це є важлива проблема, так як шари, з яких складається реальне середовище, не є строго паралельними. Таким чином, слід дослідити вплив нерегулярності на хвильове поле на вільній поверхні, а також знайти вигляд нерегулярних поверхонь. Ми в даній статті розглянемо модель середовища –шар на півпросторі, де шари розділені нерегулярною поверхнею:

$$z(r) = d_1 + h(r)$$

Будемо вважати, що джерело сейсмічних хвиль $\mathbf{F}$ знаходиться на границі між шарами, тобто на нерегулярній поверхні. Будемо розглядати поширення сейсмічних хвиль від такого джерела для моделі середовища, згідно таблиці 1. На рис.1(а) нерегулярна поверхня представлена у вигляді:

$$z(r) = d_1 + \frac{c}{2}[1+\sin(2\pi(r-3)/w)],$$

де c=0,25 км, w = 5 км.

Неважко показати, що характеристична матриця D для даного випадку має вигляд:

$$D = A_2^{-1}A_1L(d_1+h(r))A_1^{-1}, \quad (9)$$

В загальному випадку, коли всі шари розділені нерегулярними поверхнями $z_i(r) = d_i + h_i(r)$, (i=1,...,n) характеристична матриця приводиться до вигляду:

$$D = A_{n+1}^{-1}A_nL_n(\Delta d_n + \Delta h_n)A_n^{-1}\ldots A_{i+1}^{-1}A_iL_i(\Delta d_i+\Delta h_i)A_i^{-1}$$
$$\ldots A_2^{-1}A_1L_1(d_1+h_1)A_1^{-1}$$

де $\Delta d_i = d_i - d_{i-1}$, $\Delta h_i = h_i - h_{i-1}$.

Рівняння (1) запишемо в матричному виді:

$$\mathbf{U}^{(0)} = G\widetilde{\mathbf{F}}, \quad (10)$$

де $\mathbf{U}^{(0)} = (U_z^{(0)}, U_r^{(0)})^T$, $G = \begin{bmatrix} 0 & -1 & \frac{A}{B} & \frac{M}{B} \\ -1 & 0 & \frac{N}{B} & \frac{A}{B} \end{bmatrix}$,

$A = d_{13}d_{31} - d_{11}d_{33}$, $B = d_{11}d_{32} - d_{12}d_{31}$,
$M = d_{31}d_{14} - d_{34}d_{11}$, $N = d_{12}d_{33} - d_{32}d_{13}$

Для нашої моделі середовища $D_{i,1}^{-1} = D_1^{-1}$.

Так як джерело знаходиться на нерегулярній поверхні $z(r)$, то $D_{i,1}^{-1} = D_1^{-1} = A_1L_1^{-1}(d_1+h(r))A_1^{-1}$

Оскільки матриця L_1^{-1} є діагональна, то матриця D_1^{-1} є матрицею простої структури. А це означає, що діагональні елементи матриці L_1^{-1} є власними значеннями, а стовпці матриці A_1^{-1} є власними векторами матриці D_1^{-1}. Таким чином:

$$D_1^{-1}\mathbf{x_j} = \lambda_j\mathbf{x_j}, \quad (11)$$

де $\mathbf{x_j}$-стовпці матриці A_1^{-1}, $j = 1 \div 4$,

$\lambda_1 = e^{-kz(r)\alpha_1}, \lambda_2 = e^{kz(r)\alpha_1}, \lambda_3 = e^{-kz(r)\beta_1}, \lambda_4 = e^{kz(r)\beta_1}$

Матриця $D_{i,1}^{-1} = D_1^{-1}$ зводиться до діагонального виду в базі власних векторів $\mathbf{x_j}$ і власних значень λ_j за допомогою рівняння (11).

Оскільки $\widetilde{\mathbf{F}} = D_{i,1}^{-1}.\mathbf{F}$, то завжди можна підібрати константу, щоб в заданому просторі з базою $\mathbf{x_j}$, мало місце співвідношення $\mathbf{F} = const\,\mathbf{x_j}$. Тоді $\widetilde{\mathbf{F}} = D_1^{-1}\mathbf{F} = D_1^{-1}const\,\mathbf{x_j} = constD_1^{-1}\mathbf{x_j} = const\lambda_j\mathbf{x_j}$

Матричне рівняння (10) приводиться до вигляду.

$$\mathbf{U}^{(0)} = const\lambda_jG\mathbf{x_j}. \quad (12)$$

Для вектора $\mathbf{x_j} = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T$, використовуючи (12) можна записати:

$$\frac{U_z^{(0)}}{U_r^{(0)}} = \frac{-x_2 + (A/B)x_3 + (M/B)x_4}{-x_1 + (N/B)x_3 + (A/B)x_4} \quad (13)$$

Ми одержали, з однієї сторони, рекурентне рівняння, в якому відсутній вектор $\mathbf{F}$, тобто ви-

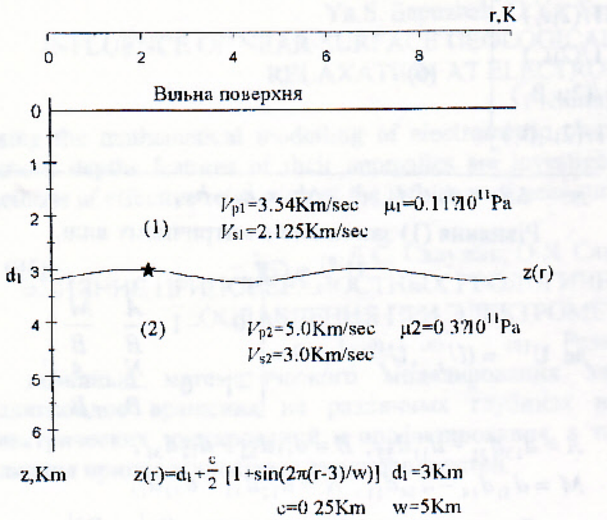

***Рис. 1(а)**. Джерело сейсмічних хвиль розміщене на нерегулярній поверхні $z(r)$, яка розділяє шари*

ключене джерело, а з другої сторони, дане співвідношення можна записати, як

$$f[z(r)] = 0\,, \tag{14}$$

де

$$f[z(r)] = \frac{U_z^{(0)}}{U_r^{(0)}} - \frac{-x_2 + (A/B)x_3 + (M/B)x_4}{-x_1 + (N/B)x_3 + (A/B)x_4} \tag{15}$$

Розв'язуючи нелінійне рівняння (14) відносно $z(r)$, одержуємо вигляд нерегулярної поверхні, як показано в таблиці 2. На рис.1(б) і1(в) показано z і r-компоненти переміщення на вільній поверхні, згідно (1) для моделі середовища із таблиці 1 і форми нерегулярної поверхні, як на рис.1(а). Параметри джерела $\mathbf{F}$ вибираємо з використанням вектора $\mathbf{x}_j$. Наприклад, для $j=4$, тобто для вектора $\mathbf{x}_4$: $F_1 = F_2$, $F_3 = -F_4$. Для нашого випадку задаються такі параметри вогнища землетрусу: $F_1 = F_2 = 0{,}5m$, $F_3 = -F_4 = 20*10^5\ Pa$. Під стрибками змiщень F_1, F_2 розуміємо подвижки по розриву; а під стрибками напружень-пару зсувних сил на одиницю площі.

Отже, запропонована методика розв'язує задачі по уточненню характеристик моделі середовища, що було показано в роботах [4-6], а також дає можливість визначати форму нерегулярної поверхні. Ми одержали рекурентне рівняння (13) для переміщень на вільній поверхні, в якому відсутнє джерело, що є якісним кроком для розв'язання динамічних задач сейсміки, що і буде показано в наступних роботах. Слід також ще раз відзначити, що задача визначення форми нерегулярної поверхні є актуальна. Тому автор в наступних роботах розглядатиме проблеми визначення двох і більше поверхонь з використанням, розробленого автором рекурентного методу.

Таблиця 1

№	V_{pi}, Km/sec	V_{si}, Km/sec	μ_i, $\times 10^{10}$Pa	$\Delta d_i = d_i - d_{i-1}$ Km
1	3.50	2.10	1.10	3
2	5.00	3.00	3.00	--

Таблиця 2

r, Km	$z(r)$, Km	$z(r)$, Km (після обертання)
0	3.20	3.17
1	3.05	3.01
2	3.00	2.90
3	3.12	3.07
4	3.20	3.18

Література

1. Аки К., Ричардс Г. Количественная сейсмология. Теория и методы. Т.1,2. С.880.
2. Касахара К. Механика землетрясений, М., Мир. 1985, С.262.
3. Takenaka H., Ohori M.,Koketsu K. and Kennett B.L.N. An Efficient Approach to the Seismogram Synthesis for a Basin Structure Using Propagation Invarians // Bull. Seism. Soc. Am.–1996.– 86, .№2. – P. 379-388.
4. Малицкий Д.В. Решение прямой двухмерной задачи теории распространения волн на основе рекуррентного подхода. // Геофиз. журнал – 1994. – №4. – С.62-65.
5. Вербицкий Т.З., Малицкий Д.В. Рекуррентный подход к решению обратных задач сейсмики //Там же.–1995.– №5.–С.47-52.
6. Малицький Д.В. Основні принципи розв'язування динамічної задачі сейсмології на основі рекурентного підходу. //Там же.–1998.– №5.–С.96-98.

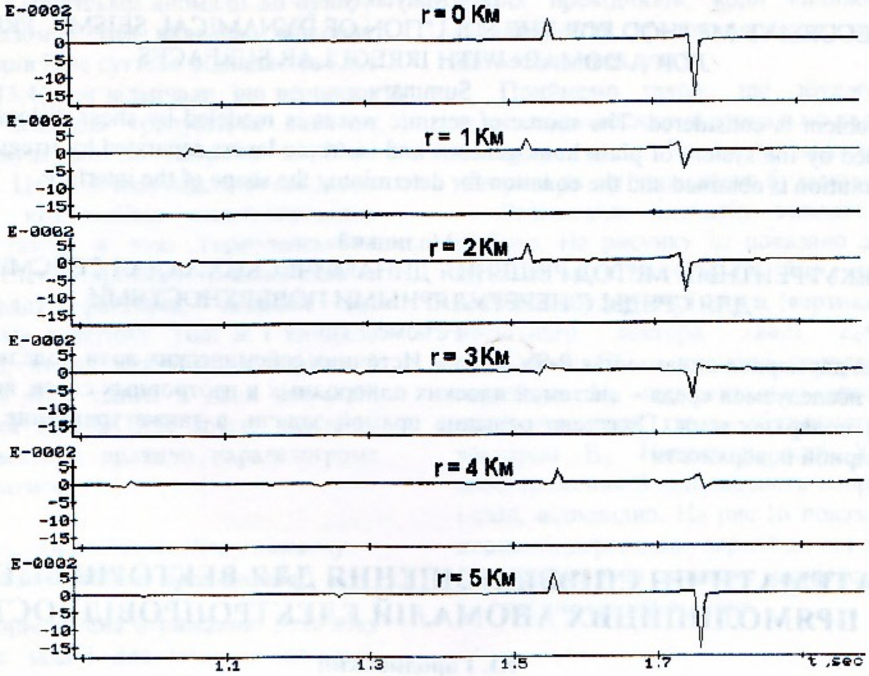

Рис.1(б). *U_z-компонента переміщення на вільній поверхні для моделі середовища – шар на півпросторі, згідно формул (1) і таблиці 1 (r=0, 1, 2, 3, 4, 5 Km)*

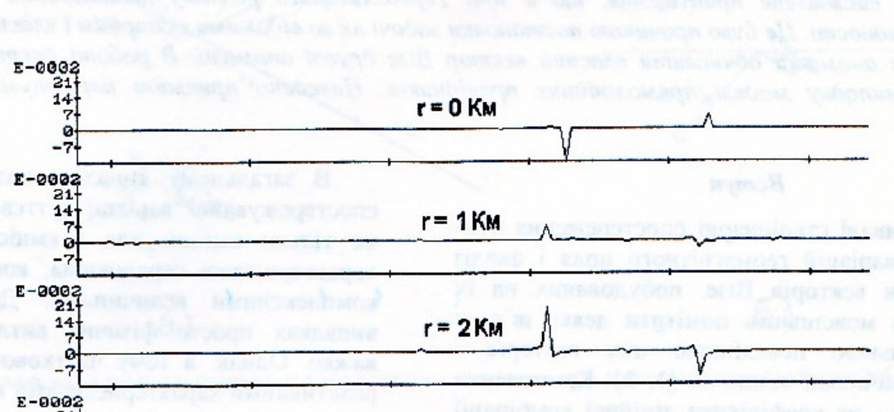

Рис.1(в). *U_r-компонента переміщення на вільній поверхні для моделі середовища - шар напівпросторі*

D.V.Malytskiy

THE RECURSIVE METHOD FOR THE SOLUTION OF DYNAMICAL SEISMIC PROBLEMS FOR A DOMAIN WITH IRREGULAR SURFACES

Summary

2-D dynamic problem is considered. The source of seismic waves is modeled by shear dislocation. The medium studied is modeled by the system of plain homogeneous and isotropic layers separated by irregular interfaces. The direct problem solution is obtained and the equation for determining the shape of the interface.

Д.В.Малицкий

РЕКУРРЕНТНЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ СЕЙСМИКИ ДЛЯ СРЕДЫ С НЕРЕГУЛЯРНЫМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ

Резюме

Рассматривается двумерная динамичная P-SV задача. Источник сейсмических волн моделируется сдвиговой дислокацией, а исследуемоя среда – системой плоских однородных и изотропных слоев, которые разделены нерегулярными поверхностями. Получено решение прямой задачи, а также уравнение для определения формы нерегулярной поверхности.