МАТЕМАТИЧНІ СПІВВІДНОШЕННЯ ДЛЯ ВЕКТОРІВ ВІЗЕ ВІД ПРЯМОЛІНІЙНИХ АНОМАЛІЙ ЕЛЕКТРОПРОВІДНОСТІ

Ю. Городиський

(Карпатське відділення Інституту геофізики ім.С.І.Субботіна НАН України)

Резюме. *Для пояснення аномальної поведінки векторів Візе в Закарпатському сейсмоактивному прогині раніше було висловлене припущення, що в зоні Тереблянського розлому локалізована аномалія змінної електропровідности. Це було причиною постановки задачі як за відомими сумарним і власним вектором Візе однієї з двох аномалій обчислити власний вектор Візе другої аномалії. В роботі дається розв'язок цієї задачі для випадку моделі прямолінійних провідників. Наведено приклади користування отриманими формулами.*

Вступ

Довготривалі стаціонарні спостереження бухтоподібних варіацій геомагнітного поля і аналіз часових змін векторів Візе, побудованих на їх основі, дали можливість помітити деякі зв'язки між аномальною поведінкою цих векторів і сейсмотектонічними явищами [1, 2]. Компоненти вектора Візе - це коефіцієнти лінійної комбінації між амплітудами бухтоподібних варіацій незалежних компонент геомагнітного поля:

$$Z = aX + bY \tag{1}$$

де X, Y, Z - амплітуди варіації відповідних компонент; a, b - компоненти вектора Візе.

Інколи ці коефіцієнти називають передавальними функціями геомагнітного поля або компонентами вектора індукції. Зміст знаходження цих функцій полягає в тому, що вони є функціями тільки частоти збуджуючої хвилі і не залежать від її поляризації, залишаючись незмінними за умови незмінності внутрішніх параметрів середовища.

В загальному випадку, коли у формування спостережуваної варіації суттєвий вклад вносять не тільки омічні, але і ємнісні та індуктивні характеристики середовища, компоненти a і b є комплексними величинами. Дати їм в таких випадках просте фізичне витлумачення досить важко. Однак, в тому частковому випадку, коли реактивними характеристиками можна знехтувати, вектор побудований на компонентах a (напрям на північ), b (напрям на схід) вказує в точці спостереження напрям від зони підвищеної електропровідності. Такі часткові випадки мають місце, зокрема, коли в регіонах спостережень є сильно витягнуті квазілінійні аномалії електропровідності. На магнітограмах це проявляється наявністю помітної кількості синфазних для всіх компонент X, Y, Z бухтоподібних варіацій.

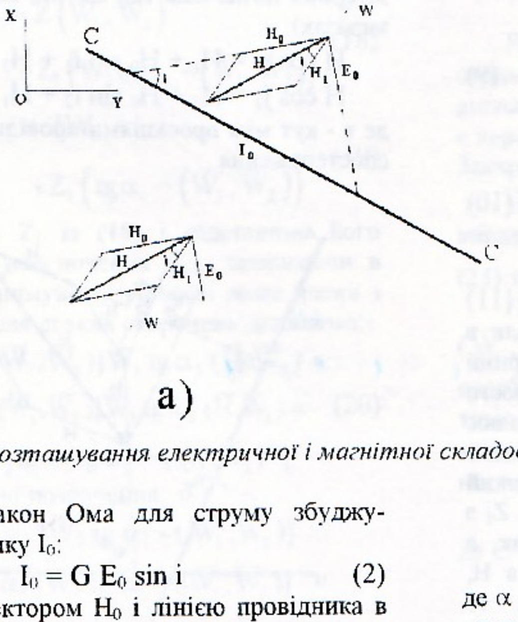
Для Закарпатського прогину такою квазілінійною аномалією є відома Карпатська аномалія електропровідності. Цим пояснюється, що напрям переважної більшості порахованих векторів Візе тяжіє до лінії від Карпатської аномалії до пункту спостереження. Разом з тим виявлено випадки, коли напрям векторів Візе суттєво відхиляється від цієї лінії. Раніше [3,4], ми відмічали, що вершини цих аномальних векторів групуються навколо прямої, перпендикулярної до напряму на Карпатську аномалію. Це дало нам підстави висунути припущення, що квазілінійна електропровідна структура існує також в зоні Тереблянського розлому, однак її електропровідність може сильно залежати від ряду факторів, зокрема від сейсмічного режиму в регіоні. Тоді ж і виникло запитання про те, як за відомими сумарним і власним вектором Візе однієї з двох аномалій обчислити власний вектор Візе другої аномалії, оскільки на ці вектори правило паралелограма може не поширюватись.

Співвідношення для векторів Візе у випадку моделей прямолінійних провідників

Дана робота присвячена отриманню розв'язку поставленої вище задачі для моделей прямолінійних провідників, коли впливом реактивних характеристик середовища на спостережувані варіації можна знехтувати.

Приймемо також, що збуджуючий сигнал являє собою плоску вертикально падаючу електромагнітну хвилю. Часом проходження хвилі від поверхні до осі провідника будемо нехтувати.

Розглянемо спочатку випадок одного провідника. На рисунку 1а показано довільне розташування магнітного H_0 (X_0, Y_0) і електричного E_0 векторів збуджуючої хвилі (вертикальна складова магнітного вектора хвилі Z_0=0) відносно провідника CC в площині паралельній площині горизонту. H_1 -горизонтальна векторна складова магнітного поля струму, збудженого в провіднику вектором E_0. Напрямки осей X, Y в точці спостереження S відповідають напрямам на північ і схід, відповідно. На рис.1б показано ситуацію в площині, перпендикулярній до осі провідника, тут Z_1 - вертикальна складова магнітного поля струму, r - глибина осі провідника.



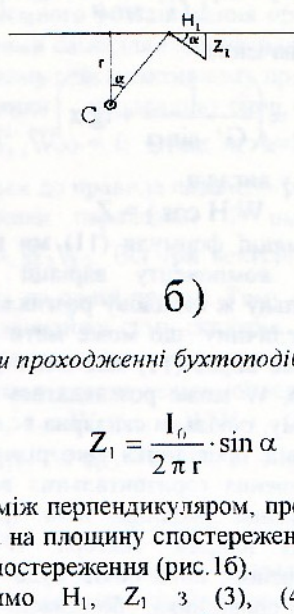


Рис.1. Схема розташування електричної і магнітної складових при проходженні бухтоподібної варіації

Запишемо закон Ома для струму збудженого в провіднику I_0:

$$I_0 = G\, E_0 \sin i \qquad (2)$$

де i - кут між вектором H_0 і лінією провідника в горизонтальній площині; G - сумарна провідність провідника, яка пов'язана з питомою електропровідністю σ, і площею поперечного перерізу провідника S виразом $G = \sigma \cdot S$.

Закон Біо - Савара для прямолінійного провідника має вигляд:

$$H_1 = \frac{I_0}{2\pi r} \cdot \cos\alpha \qquad (3)$$

$$Z_1 = \frac{I_0}{2\pi r} \cdot \sin\alpha \qquad (4)$$

де α - кут між перпендикуляром, проведеним з осі провідника на площину спостереження і напрямом на точку спостереження (рис.1б).

Виразимо H_1, Z_1 з (3), (4) через H_0, враховуючи вираз закону Ома (2) і зв'язок між амплітудами електричного і магнітного векторів в електромагнітній хвилі ($\varepsilon_0 \cdot E^2 = \mu_0 \cdot H^2$):

$$H_1 = G'\, H_0 \cos\alpha \sin i \qquad (5)$$

$$Z_1 = G'\, H_0 \sin\alpha \sin i \qquad (6)$$

де

$$G' = \frac{G}{2\pi r}\cdot\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \qquad (7)$$

Зауважимо, що вектор H_1, незалежно від поляризації падаючої хвилі завжди перпендикулярний до проекції провідника на площину спостереження, але з даних спостережень нам відомий не він, а сумарний вектор H. Однак, якщо б вектор H_1 і був би відомий, ми не могли б сказати з якого боку від точки спостереження знаходиться провідник, бо напрям цього вектора відносно провідника протилежний з різних боків провідника (з одного боку він напрямлений на провідник, з другого - від нього).

Позначимо через j кут між векторами H і H_1 (рис. 1а). Має місце очевидна рівність

$$H \cos j = H_0 \sin i + H_1 \qquad (8)$$

Виразимо в (8) H_0 і H_1 через вимірювану величину Z_1 згідно виразів (5), (6). Після деяких скорочень дістанемо:

$$H\cdot\cos j = \frac{Z_1\cdot\cos\alpha + Z_1\cdot G'\cdot\sin^2\alpha}{G'\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha}$$

або

$$H\cdot\cos j = Z_1\left(\frac{1}{G'\cdot\sin\alpha} + \mathrm{tg}\,\alpha\right) \qquad (9)$$

Приймемо позначення

$$W = \left(\frac{1}{G'\cdot\sin\alpha} + \mathrm{tg}\,\alpha\right)^{-1} \qquad (10)$$

і запишемо (9) у вигляді

$$W\,H \cos j = Z_1 \qquad (11)$$

При отриманні формули (11) ми вкладали в горизонтальну компоненту варіації векторний зміст, вертикальну ж складову розглядаєм просто як скалярну величину, що може мати знак плюс або мінус. Отже вираз (11) має зміст скалярного добутку, тобто, W може розглядатись як деякий вектор. Причому, оскільки скалярна величина Z_1 з різних боків від провідника має різний знак, а взаємне розміщення горизонтальних векторів H, H_1, H_0 не зазнає жодних змін (рис.1а), то зрозуміло, що напрям вектора W відносно провідника з різних його боків буде однаковим (або завжди до провідника, або завжди від нього - в залежності від нашого вибору характеру зміни знаку для Z_1).

Якщо записати вираз скалярного добутку векторів $(\overline{W},\overline{H}) = Z$ через компоненти H(X,Y), W(a,b), ми отимаємо формулу (1): Z = a X + b Y.

Перейдемо тепер до знаходження правила додавання векторів Візе.

Вектор Візе системи двох прямолінійних провідників будемо називати сумою таких двох векторів Візе, кожен з яких відповідає одному з провідників системи за умови виключення другого. Позначимо через $\overline{W}_1, \overline{W}_2$ вектори Візе, які були б отримані при умові функціонування лише одного з провідників і через $\overline{W}$ - вектор, що відповідає одночасному функціонуванню їх обох. Задача полягає в тому, щоб виразити операцію $\overline{W} = \overline{W}_1 \oplus \overline{W}_2$ через операції над звичайними векторами.

Розглянемо два довільно розташованих провідники, осі яких паралельні площині спостереження, однак можуть перебувати на різних глибинах. Проекції осей цих провідників на площину спостереження позначено на рис. 2 через AA і BB. Запишемо вирази для проекцій сумарного вектора $\overline{H}$ на осі кожного з провідників (в наступних формулах ідекс 1 значить, що відповідна величина стосується провідника AA, індекс 2 - BB, зміст літерних позначень той самий, що й у попередніх виразах):

$$H \cos j_1 = H_1 + H_0 \sin i_1 + H_2 \cos(\pi - \tau) \qquad (12)$$

$$H \cos j_2 = H_2 + H_0 \sin i_2 + H_1 \cos(\pi - \tau) \qquad (13)$$

де τ - кут між проекціями провідників на площині спостереження.

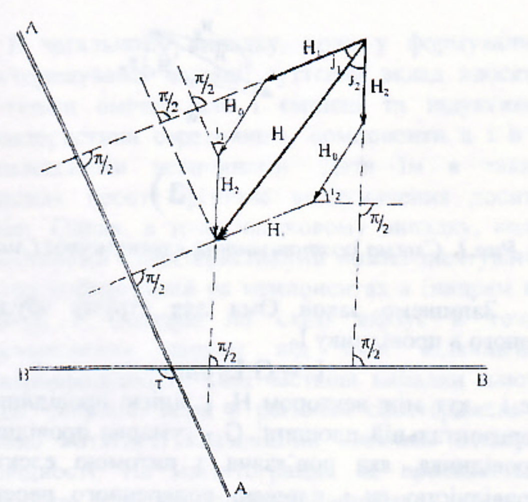


Рис.2. До знаходження "правила додавання" векторів Візе

Враховуючи, що $Z=Z_1+Z_2$, $Z_1/H_1=\mathrm{tg}\alpha_1$, $Z_2/H_2=\mathrm{tg}\alpha_2$, а також рівності

$$H_1 + H_0 \sin i_1 = \frac{Z_1}{|W_1|},\ H_2 + H_0 \sin i_2 = \frac{Z_2}{|W_2|}$$

запишемо вирази (12), (13) у вигляді

$$H \cdot \cos j_1 = \frac{Z_1}{W_1} + \frac{(Z - Z_1)\cdot \cos(\pi - \tau)}{tg\alpha_2} \qquad (14)$$

$$H \cdot \cos j_2 = \frac{Z - Z_1}{W_2} + \frac{Z_1 \cdot \cos(\pi - \tau)}{tg\alpha_1} \qquad (15)$$

Домножимо обидві частини (14) на $W_1\ tg\alpha_2$, а (15) -на $W_2\ tg\alpha_1$, зведем подібні члени і використаєм позначення склярного добутку. Отримаєм:

$$\left(\bar{H}, \bar{W}_1\right) tg\alpha_2 = ZW_1 \cos(\pi - \tau) + Z_1\left(tg\alpha_2 - W_1 \cos(\pi - \tau)\right) \qquad (16)$$

$$\left(\bar{H}, \bar{W}_2\right) tg\alpha_1 = Z_1 tg\alpha_1 - Z_1\left(tg\alpha_1 - W_2 \cos(\pi - \tau)\right) \qquad (17)$$

Домножимо тепер 1-шу з отриманих рівностей на W_1, а 2-гу - на W_2, і використаєм операцію скалярного добутку для векторів $\overline{W}_1, \overline{W}_2$:

$$W_2\left(\bar{H}, \bar{W}_1\right) tg\alpha_2 = Z\left(\bar{W}_1, \bar{W}_2\right) + Z_1\left(W_2\, tg\alpha_2 - \left(\bar{W}_1, \bar{W}_2\right)\right) \qquad (18)$$

$$W_1\left(\bar{H}, \bar{W}_2\right) tg\alpha_1 = ZW_1 + Z_1\left(tg\alpha_1 - \left(\bar{W}_1, \bar{W}_2\right)\right) \qquad (19)$$

Визначимо тепер Z_1 із (18) і підставимо його значення в (19) (виключення Z_1), залишаючи в правій частині отримуваної рівності лише члени з множником Z. Після деяких скорочень дістанемо:

$$\{W_2\, tg\alpha_2 - (\overline{W}_1, \overline{W}_2)\} W_1\, tg\alpha_1\, (\overline{H}, \overline{W}_2) + [W_1\, tg\alpha_1 - (\overline{W}_1, \overline{W}_2)] W_2\, tg\alpha_2\, (\overline{H}, \overline{W}_1) = Z[W_1 W_2 tg\alpha_1\, tg\alpha_2 - (\overline{W}_1, \overline{W}_2)^2] \qquad (20)$$

Приймемо наступні позначення:

$$k = W_1\, tg\,\alpha_1\, [W_2\, tg\,\alpha_2 - (\overline{W}_1, \overline{W}_2)]$$

$$l = W_2\, tg\,\alpha_2\, [W_1\, tg\,\alpha_1 - (\overline{W}_1, \overline{W}_2)]$$

$$m = W_1 W_2\, tg\,\alpha_1\, tg\,\alpha_2 - (\overline{W}_1, \overline{W}_2)^2$$

де k, l, m є, очевидно, скалярними величинами.

Тепер (20) можна записати у виді

$$k\,(\overline{H}, \overline{W}_2) + l\,(\overline{H}, \overline{W}_1) = m\,Z \qquad (21)$$

Поділимо обидві частини (21) на m і використаємо ту властивість скалярного добутку, що для будь яких векторів $\bar{f}$ і $\bar{h}_i$, $i=1,...n$ виконується рівність

$$\sum_i (\bar{f}, \bar{h}_i) = \left(\bar{f}, \sum_i \bar{h}_i\right)$$

В результаті дістанемо

$$(\overline{H}, \overline{W}) = Z \qquad (22)$$

Тобто, ми отримали вираз вектора Візе, що стосується одночасного функціонування двох провідників. Звідси "правило додавання векторів Візе":

$$\overline{W} = \frac{k}{m}\overline{W}_1 + \frac{l}{m}\overline{W}_2 \qquad (23)$$

Вираз (17) має вже зміст звичайної векторної суми. Якщо нам відомі $\overline{W}$ і наприклад $\overline{W}_1$, і розглядається гіпотеза про деяку динамічну лінійну неоднорідність, то коректне правило знаходження її власного вектора Візе $\overline{W}_2$ (а отже можливість оцінити деякі її параметри) згідно (23) буде мати вигляд

$$\overline{W}_2 = \frac{m}{l}\overline{W} - \frac{k}{l}\overline{W}_1 \qquad (24)$$

Як приклади того, як користуватись отриманими формулами розглянемо два часткові випадки взаємного розташування провідників, які є характерними саме для геоелектричної ситуації в Закарпатському сейсмоактивному прогині.

Провідники перпендикулярні. В цьому випадку $(\overline{W}_1, \overline{W}_2) = 0$. Отже, m=k=l. Тому, вираз (23) зводиться до правила паралелограма.

Провідники паралельні. В цьому випадку $(\overline{W}_1, \overline{W}_2) = W_1 W_2$. Всі три вектори W, W_1, W_2 перебувають на одній прямій. Тому вираз (23) матиме зміст звичайної суми скалярів. Елементарними перетвореннями його можна звести до квадратного рівняння відносно невідомої величини W_2.

$$W_2^2\, t_2 - W_2(t_1 t_2 + WW_1) - C = 0 \qquad (25)$$

де $C = W_1 t_1 t_2 - W t_1 t_2 - W_1^2 t_1$; $t_1 = tg\alpha_1$; $t_2 = tg\alpha_2$.

Висновки

Отримано математичні співвідношення для векторів Візе від прямолінійних аномалій електропровідності. Наведено приклади їх практичного використання для двох моделей паралельних і перпендикулярних провідників. Саме такі моделі є характерними для геоелектричної ситуації в Закарпатському прогині.

Література

1. Chen P. F. A search for correlation between time change in transfer functions and seismic actuvity in North Taiwan// J. Geomagn. Geoelectr. - 1981.- 33, N 12.- p.635- 643.
2. Zeng X.P., Lin Y.F. et al. Study on electric variations of media in epicentral area by geomagnetic transfer functions //Acta Seismologica Sinica.- 1995.-V.8, No.3.- pp.413-418.
3. Gorodyski Yu., Kuznetsova V., Maksymchuk V.,KharinYe. About Possible Studying Geodynamic Processes and Earthquakes Precursors Basing on Temporal Variations of Wiese Vector. /International Workshop on Seismo Electromagnetics, Abstracts, Tokyo, 1997.- pp.122-123.
4. Gorodisky Yu. Results of vector Wiese time changes investigations in CarpathiansCarpathian-Balkan /Geological Association XVI Congress Aug 30 to Sept 2, 1998 Vienna, Austria Geological Survey of Austria Austrian National Committeee of Geology Geological Society of Austria Ausrian Academy of Scinces ABSTRACTS p. 189

Yu. Gorodisky

MATHEMATICAL RELATIONCHIPS FOR WIESE VECTORS DEPENDING ON RECTILINEAR ANOMALIES OF CONDUCTIVITY

Summary

For explanation of anomalous Wiese vectors conduct in Transcarpathian seismoactive trough earlier we have supposed, that in Tereblia fault zone is localized anomaly of variable conductivity. This caused problem of calculating of own Wiese vector of one of two anomalies when we have values of other anomaly own Wiese vector and theirs total value. In presented work the problem solution is given for model case of rectilinear conductors. Examples of these formulas using are given.

Ю. Городиский

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ ВЕКТОРОВ ВИЗЕ ОТ ПРЯМОЛИНЕЙНЫХ АНОМАЛЫЙ ЭЛЕКТОРПРОВОДНОСТИ

Резюме

Для объяснения аномального поведения векторов Визе в Закарпатском сейсмоактивном прогибе раньше было высказано предположение, что в зоне Тереблянского разлома локализована аномалия переменной электропроводности. Это было причиной постановки задачи: как по известным суммарным и собственным вектором Визе одной из двух аномалий вычислить собственный вектор Визе второй аномалии. В работе приводится решение этой задачи для случая модели прямолинейных проводников. Приведены примеры использования полученных формул.