

# ІНТЕРПОЛЮВАННЯ ДАНИХ ГЕОДЕЗИЧНИХ ВИМІРЮВАНЬ НА ГЕОДИНАМІЧНИХ ПОЛІГОНАХ ІЗ ЗМІНОЮ КІЛЬКОСТІ ВУЗЛІВ ІНТЕРПОЛЯЦІЇ

Р. Григорчук

(Державний університет "Львівська політехніка")

В попередній роботі [1] була описана програма інтерполювання даних геодезичних вимірювань за допомогою поліномів Лагранжа  $L_n(u)$  з фіксованою кількістю вузлів інтерполяції. В даній роботі число вузлів інтерполювання можна змінювати і це впливає на одержувані результати.

Вхідні дані вимірювань деякої функції двох змінних  $f(x, y)$  записуються у вигляді

Наприклад :

XV	97.	80.	59.	46.	35.	20.	14.	5.
----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----

YV	6.	12.	18.	26.	42.	50.	66.	72.	88.	96.	102.	118.
----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	------

Таким чином, матриця HV задає значення функції  $f(x, y)$  у фіксованих точках  $(x_i, y_j)$

$$(hv)_{ij} = f(x_i, y_j). \quad (1)$$

де  $i = 1, 2, \dots, mv$ ,  $j = 1, 2, \dots, nv$ .

Для нашого числового прикладу ця матриця описує поверхню, яка зображена на рис. 1

Тут чорні крапки на поверхні зображують результати вимірювань значень функції  $f(x, y)$  у точках  $(x_i, y_j)$ .

матриці HV розмірності  $[mv \times nv]$ . Елементами цієї матриці можуть бути значення будь-яких величин, зокрема це можуть бути значення висот земної поверхні у вузлах перетину координатної сітки. Координати вузлів сітки задаються двома векторами: XV - розмірності  $mv$  та YV - розмірності  $nv$ .

В описуваній програмі вхідні дані можна вводити як з клавіатури, так і з попередньо сформованого текстового файлу.

При збільшенні кількості вузлів координатної сітки нові вузли  $(x_k, y_l)$  займають проміжні положення в оточенні вузлів сітки вихідних даних  $(x_i, y_j)$ . Їх положення задаються двома іншими векторами: XR - розмірності  $mr$  та YR - розмірності  $nr$ .

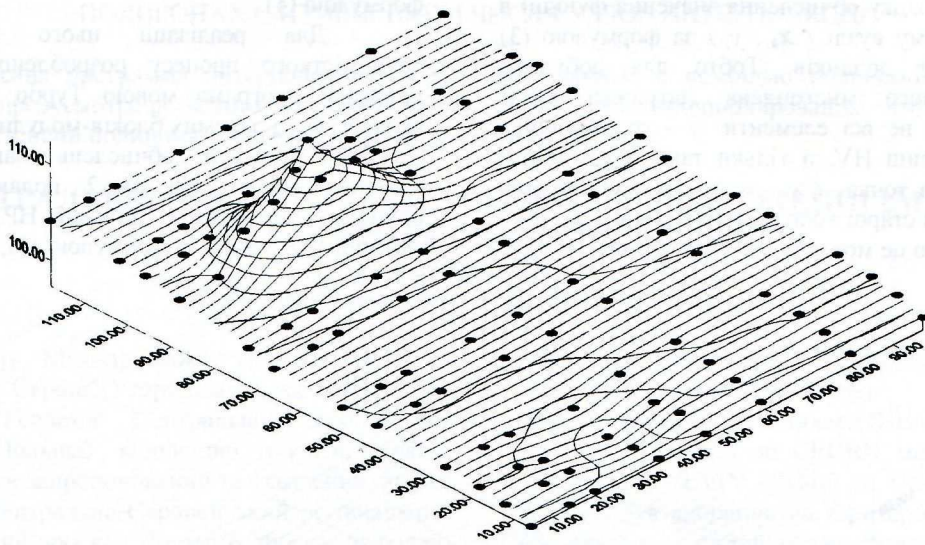


Рис.1.

**Наприклад :**

XR	97	82.	80.	63.	59.	49.	46.	39.	35.	29.	26	20.	18.	15.	14.	5.
YR	6.	8.	12.	14.	18.	21.	26.	33.	37.	42.	46.	50.	57.	66.	68.	72.
	80.	88.	93.	96.	99.	102.	106.	118.								

Значення функції  $f(x, y)$  одержуються за допомогою інтерполювання функції у вузлах нової сітки  $(x_k, y_l)$ . Їх величини  $f(x_k, y_l)$  утворюють результуючу матрицю HR розмірності  $[mr \times nr]$  з елементами

$$(hr)_{k,l} = f(x_k, y_l), \quad (2)$$

де  $k = 1, 2, \dots, mr, \quad l = 1, 2, \dots, nr.$

Зокрема, така задача може виникати при побудові ЦМР. Однак значення функції  $f(x, y)$  можуть мати і інший зміст.

Знаходження значень функції  $f(x, y)$  у тих вузлах, яких не було у вихідній сітці вузлів, здійснюється у два етапи.

Спочатку в напрямі осі  $Ox$ , тобто для нових значень  $x_k$ , але старих значень  $y_j$ .

$$f(x_k, y_j) = \sum_{p=1}^{2r} \frac{(x_k - x_1) \dots (x_k - x_{p-1})(x_k - x_{p+1}) \dots (x_k - x_{2r})}{(x_p - x_1) \dots (x_p - x_{p-1})(x_p - x_{p+1}) \dots (x_p - x_{2r})} f(x_p, y_j). \quad (3)$$

Це відповідає одержанню нової проміжної матриці HR, у якої кількість рядків зросла до  $mr$ , але кількість стовпчиків залишилася незмінною  $nr$

Потім в напрямі осі  $Oy$ , тобто для нових значень  $y_l$  та уже проінтерполюваних значень  $x_k$ .

$$f(x_k, y_l) = \sum_{q=1}^{2r} \frac{(y_l - y_1) \dots (y_l - y_{q-1})(y_l - y_{q+1}) \dots (y_l - y_{2r})}{(y_q - y_1) \dots (y_q - y_{q-1})(y_q - y_{q+1}) \dots (y_q - y_{2r})} f(x_k, y_q). \quad (4)$$



Це відповідає одержанню кінцевої матриці  $HR$ , яка має  $mr$  рядків і  $nr$  стовпчиків.

У випадку обчислення значення функції в деякому новому вузлі  $(x_k, y_j)$  за формулою (3) сума має  $2r$  доданків. Тобто для побудови інтерполяційного многочлена Лагранжа використовуються не всі елементи  $j$ -го стовпчика вихідної матриці  $HV$ , а тільки такі  $2r$  елементи, для яких нова точка  $(x_k, y_j)$  знаходиться між цими вузлами старої координатної сітки  $(x_i, y_j)$ , причому, якщо це можливо, то посередині.

Аналогічно відбувається інтерполювання для нових значень  $y_l$ , тобто в точках  $(x_k, y_l)$ , за формулою (4).

Для реалізації цього тривалого і трудомісткого процесу розроблено алгоритм і написана програма мовою Турбо Паскаль, яка складається з окремих блоків-модулів.

Результати обчислень записуються у текстовий файл. На рис.2 подані результати обчислень проміжної матриці  $HR$  для заданої матриці  $HV$ , тобто за формулою (3), для значення  $r = 4$ .

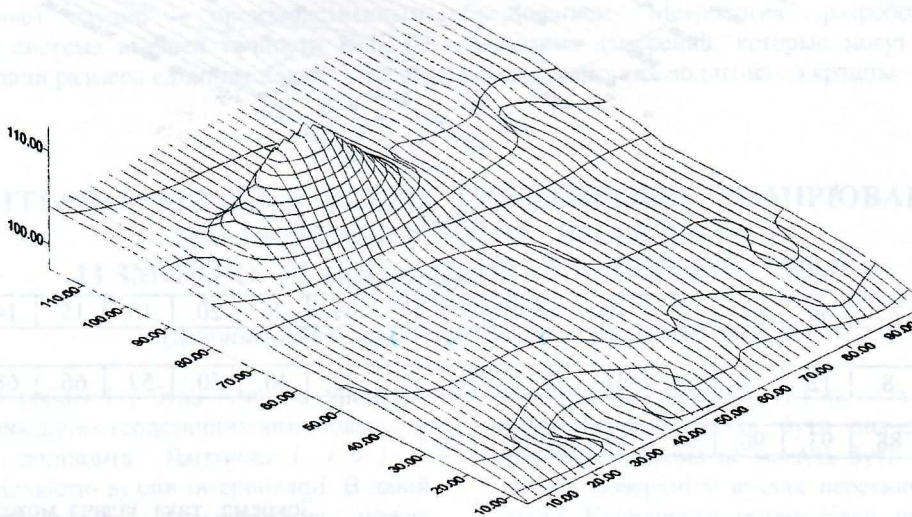


Рис. 2.

Цей рисунок є результатом інтерполювання вхідних даних тільки в напрямку осі  $Ox$ . Тому в матриці  $HR$  кількість вузлів у напрямі осі  $Oy$  збігається з кількістю вузлів у цьому ж напрямі в матриці  $HV$ . Тобто кількість стовпчиків у матрицях  $HR$  та  $HV$  однакова тому, що інтерполяція в цьому напрямі ще не розпочалася. В той же час кількість вузлів у напрямку осі  $Ox$  різна. Вектор  $XR$  має шістнадцять координат, а вектор  $XV$  має тільки вісім координат.

Рядки матриці  $HR$ , в яких  $x$  - координати векторів  $XR$  та  $XV$  відрізняються,

одержані внаслідок інтерполювання за формулою (3).

Далі відбувається інтерполювання одержаної проміжної матриці  $HR$  у напрямку осі  $Oy$  за формулою (4). На цьому інтерполяція завершується.

### Література

Григорчук Р. Оптимізація даних геодезичних вимірювань для побудови ЦМР // Геодезія, картографія і аерофотознімання. 1997, № 58, с.102-104.

R. Hryhorchuk

### THE INTERPOLATION OF THE GEODETIC DATA MEASURED ON THE GEODYNAMIC RANGES WITH A CHANGE OF THE INTERPOLATING NODE NUMBER

#### Summary

The program for interpolation a numerical data by means of Lagrange polynomials is described. The program has a possibility to change the interpolation node numbers, that correspond to changing of the polynomial degree  $n$ . The program on the algorithmic language Pascal is written.

Р. Григорчук

**ИНТЕРПОЛИРОВАНИЕ ДАННЫХ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ НА ГЕОДИНАМИЧЕСКИХ  
ПОЛИГОНАХ С ИЗМЕНЕНИЕМ ЧИСЛА УЗЛОВ ИНТЕРПОЛЯЦИИ**

Резюме

Описана программа интерполирования числовых данных с помощью полиномов Лагранжа. В программе предусмотрена возможность изменения числа узлов интерполирования, что соответствует изменению степени полинома. Программа написана на языке Паскаль.