

## МОДЕЛЮВАННЯ СУХОЇ СКЛАДОВОЇ ТРОПОСФЕРНОЇ ЗАТРИМКИ ДЛЯ ВРАХУВАННЯ ВПЛИВУ НЕЙТРАЛЬНОЇ АТМОСФЕРИ НА РЕЗУЛЬТАТИ GPS СПОСТЕРЕЖЕНЬ

© Toropa I.M., 2004

*В статті приведена модель для урахування сухої складової тропосферної затримки при GPS спостереженнях в Західному регіоні України. Також проведено порівняння цієї моделі з моделями Hopfield і Saastamoinen.*

*In the article is indicated the model for the account dry composite tropospheric delay for want of GPS observations in Western region of Ukraine. Also is conducted comparison of this model with models Hopfield and Saastamoinen.*

**Постановка проблеми та її зв'язок із важливими практичними завданнями.** Однією з найбільш істотних похибок результатів GPS вимірів є похибка врахування тропосферної затримки. На даний момент розроблено ряд аналітичних моделей, які враховують або зменшують вплив тропосферної затримки. Аналітичні моделі для визначення впливу атмосфери, закладені в програмне забезпечення GPS обробки, є глобально усередненими і близькими до стандартних моделей тропосфери і на регіональному рівні себе не оправдовують.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій з даної проблеми.** Проблемам врахування впливу атмосфери на розповсюдження електромагнітних хвиль і на результати GPS спостережень присвячено багато робіт, авторами яких є відомі зарубіжні вчені Baby H., Berman A., Black H., Chao C., Collins J., Langley R., Niell A., Davis J., Hopfield H., Ifadis I., Lanyi G., Marini J., Mendes V., Saastamoinen J., Yionoulis S., Грудинская Г., Куштин И., Куштин В. і вітчизняні - Костецька Я., Островский А., Заблоцький Ф., Каблак Н., Миронов Н., Прокопов А., Джуман Б. та інші.

**Невирішені частини загальної проблеми.** Для отримання високої точності визначення віддалей до супутників потрібно уточнювати найкращі з існуючих моделей або розробляти нові аналітичні моделі, придатні для певного фізико-географічного регіону.

**Постановка завдання.** Для точного визначення значення поправки у віддалі до супутників необхідно знати реальні миттєві значення метеорологічних величин вздовж шляху розповсюдження електромагнітних хвиль. У разі відсутності таких даних поправку шукають, використовуючи модельне представлення поправки.

Для досліджень використано дані аерологічного зондування на станції Львів за період з травня 2002р по квітень 2003р. Використання даних аерологічного зондування атмосфери дає можливість дослідити особливості розподілу метеорологічних величин з висотою, характер їх зміни протягом року і розробляти для певних регіонів моделі атмосфери близькі до реальних.



Сушу складову зенітної тропосферної затримки  $d_d^z$  часто представляють у вигляді:

$$d_d^z = 10^{-6} \int_{H_s}^{h_d} N_d dH, \quad (1)$$

де  $N_d$  - суха складова індексу показника заломлення повітря для УКХ;  $d_{d(aer)}^z$  - суха складова зенітної тропосферної затримки, отримана за результатами аерологічного зондування;  $H_s$  - висота пункту спостережень над рівнем моря;  $h_d$  - висота політропної атмосфери;  $dH$  - висота біжучого прошарку атмосфери.

Запишемо формулу індексу показника заломлення сухого повітря  $N_d$  як в [6]

$$N_d = K_1 \cdot R_d \cdot \rho, \quad (2)$$

де  $K_1$  - емпіричний коефіцієнт, закладений в формулу показника заломлення повітря;  $R_d = 287,05287$  м<sup>2</sup>/(с<sup>2</sup>К) - питома газова стала сухого повітря [1];  $\rho$  - густина повітря.

Враховуючи основне рівняння статки атмосфери і формулу (2) запишемо формулу (1) у вигляді:

$$d_d^z = 10^{-6} K_1 R_d \int_{P_s}^{P_H} \frac{dP}{g_m}, \quad (3)$$

де  $d_d^z$  - суха (гідростатична) зенітна тропосферна затримка;  $P_s$  і  $P_H$  - відповідно, тиск на рівні пункту спостережень і на висоті  $H$ ;  $g_m$  - прискорення вільного падіння в центрі мас вертикального стовпа повітря [7]

$$g_m = 9.784(1 - 0.0026 \cos 2\varphi - 0.00028 H_s), \quad (4)$$

де  $\varphi$  - широта пункту спостережень;  $H_s$  - висота пункту спостережень над рівнем моря в кілометрах.

Як зазначалось в роботі [3], основне рівняння статки виконується з високою ступінню точності.

Інтегрування формули (3) виконаємо в межах від атмосферного тиску на рівні пункту спостережень  $P_s$  до тиску  $P_H=0$ .

Формула (3) отримана виходячи з того, що повітря знаходиться в стані рівноваги відносно земної поверхні. Однак в реальній атмосфері при різних погодних умовах спостерігаються горизонтальні і вертикальні рухи і прискорення повітряних мас, які викликають відхилення від гідростатичної рівноваги і флуктуації тиску [4].

Використаємо спеціальний коефіцієнт  $Q$ , який враховує такі фактори:

- сезонну зміну прискорення вільного падіння повітря  $g_m$ ;
- зміну прискорення вільного  $g_m$  з висотою;
- відхилення від статичної рівноваги атмосфери.

Коефіцієнти  $Q$  визначалися шляхом порівняння визначених затримок за даними аерологічного зондування  $d_{d(aer)}^z$  і затримками  $d_d^z$ , визначеними за формулою

$$Q = \frac{d_{d(aer)}^z}{d_d^z}. \quad (5)$$

Для знаходження інтегральної сухої складової зенітної тропосферної затримки було використано 76 аерологічних зондувань на станції Львів, які проведені впродовж року. Для дослідження сухої складової зенітної тропосферної затримки до уваги брали тільки дні, для яких зондування проводились до висоти не менше ніж 18 км і з вимірами відносної вологості не менше ніж до висоти тропосфери. Визначення поправки числовим інтегруванням вимагає значень метеорологічних величин вище верхньої межі зондування. Нарощування метеорологічних величин виконано так, щоб значення показників заломлення на стику даних зондування і найближчої висоти, для якої проводиться нарощування, були максимально близькими.



Інтегральні значення сухої складової зенітної тропосферної затримки визначалась інтегруванням моделей атмосфери, побудованих за даними аерологічного зондування, а індекс показника сухого повітря визначався за формулою

$$N_d = K_1 \frac{P_d}{T} \cdot Z_d^{-1}, \tag{6}$$

$T$  – абсолютна температура повітря,  $e$  – парціальний тиск водяної пари;  $Z_d^{-1}$  – величина обернена до коефіцієнта стискування сухого повітря [8].

$$Z_d^{-1} = 1 + P_d \left[ 57.9 \cdot 10^{-8} \left( 1 + \frac{0.52}{T} \right) - 9.4611 \cdot 10^{-4} \frac{t}{T^2} \right], \tag{7}$$

де  $P_d = P - e$  – атмосферний тиск сухого повітря.

В результаті отримаємо середньомісячні значення коефіцієнтів  $Q$  (табл.1).

Таблиця 1

Середньомісячні і річні значення коефіцієнтів  $Q$

Місяць	$Q$
Січень	0,998844
Лютий	0,999104
Березень	0,997958
Квітень	0,998546
Травень	0,995746
Червень	0,996244
Липень	0,996303
Серпень	0,995133
Вересень	0,996946
Жовтень	0,997756
Листопад	0,998502
Грудень	0,999238
Середньорічне значення	0,997527

На рис.1 зображено зміну коефіцієнта  $Q$  протягом року. Зміни коефіцієнта  $Q$  апроксимовано поліномами 3-го, 4-го, 5-го ступеня. Найкращим з них виявився поліномом 5-го ступеня.

$$Q = A X^5 + B X^4 + C X^3 + D X^2 + E X + F \tag{8}$$

У формулі (8)  $X$  – порядковий номер місяця від початку року. Коефіцієнти полінома визначено за способом найменших квадратів (табл.2).

Таблиця 2

Значення коефіцієнтів полінома 5-го степеня

Коефіцієнти	Значення
A	$1,6786114 \cdot 10^{-3}$
B	$-6,3034514 \cdot 10^{-4}$
C	$4,4880836 \cdot 10^{-5}$
D	$2,069433 \cdot 10^{-6}$
E	$-1,945136 \cdot 10^{-7}$
F	0,9977586

Відхилення між кривими визначеного і апроксимованого значення коефіцієнта  $Q$  знаходиться в проміжку від -0,00094 до 0,00096. Апроксимована крива, побудована на основі формули (8), досить добре відображає характер річної зміни коефіцієнта  $Q$ .



Рис.1 Зміна коефіцієнта  $Q$  протягом року

Формулу (3) запишемо у вигляді:

$$d_{d}^z = \frac{10^{-6} \cdot K_1 \cdot R_d \cdot Q \cdot P_s}{g_m} \quad (9)$$

Використавши формулу (9) та підставивши коефіцієнт  $K_1$ , визначений Фрумом і Ессеном [5], запишемо

$$d_{d}^z = Q \cdot \frac{0.0022774 P_s}{1 - 0.0026 \cos 2\varphi - 0.00028 H_s} \quad (10)$$

Для визначення  $d_{d}^z$  (табл.3) використаємо середньомісячні значення коефіцієнтів  $Q$  і приземні значення тиску  $P_s$ . Крім цього проведемо дослідження приведеної моделі з середньорічним значенням коефіцієнта  $Q=0,997527$  (табл.3).

Для аналізу затримок, отриманих за приведеною моделлю, були обчислені різниці  $\Delta$  між ними та затримками, визначеними за результатами аерологічного зондування  $d_{d(aer)}^z$  (табл.3).

Таблиця 3

Дослідження моделі для визначення сухої складової  
зенітної тропосферної затримки із використанням середньомісячних та середньорічного значень  
коефіцієнта  $Q$

Дата	Приземні значення метеорологічних величин			$d_{d(aer)}^z$ , м	З використанням середньомісячних значень $Q$		З використанням середньорічного значення $Q$	
	$P_s$ , mbar	$t_s$ , °C	$e_s$ , mbar		$d_{d}^z$ , м	$\Delta$ , м	$d_{d}^z$ , м	$\Delta$ , м
1	2	3	4	5	6	7	8	9
02.01.2003	971,0	-8,4	2,59	2,2054	2,2080	-0,0026	2,2051	0,0003
06.01.2003	970,3	-8,5	2,57	2,2091	2,2064	0,0027	2,2035	0,0056
08.01.2003	971,0	-10,3	2,43	2,2071	2,2080	-0,0009	2,2051	0,0020
14.01.2003	978,8	-5,5	2,84	2,2299	2,2258	0,0041	2,2228	0,0070
16.01.2003	982,9	2,6	5,01	2,2356	2,2351	0,0005	2,2322	0,0034



Продовження таблиці 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9
18.01.2003	986,2	-1,5	3,56	2,2423	2,2426	-0,0003	2,2396	0,0026
22.01.2003	970,1	-2,7	4,31	2,2089	2,2060	0,0029	2,2031	0,0059
24.01.2003	978,9	1,0	5,65	2,2233	2,2260	-0,0027	2,2231	0,0002
26.01.2003	991,0	0,2	5,08	2,2520	2,2535	-0,0015	2,2505	0,0015
30.01.2003	957,6	-0,5	4,12	2,1754	2,1776	-0,0022	2,1747	0,0007
01.02.2003	972,7	-3,7	3,16	2,2120	2,2125	-0,0005	2,2090	0,0030
15.02.2003	981,3	-7,5	2,85	2,2298	2,2320	-0,0023	2,2285	0,0013
17.02.2003	997,3	-12,5	2,10	2,2705	2,2684	0,0021	2,2649	0,0056
21.02.2003	982,1	-0,6	5,20	2,2332	2,2339	-0,0007	2,2303	0,0028
23.02.2003	996,9	-9,9	2,13	2,2697	2,2675	0,0022	2,2639	0,0057
25.02.2003	993,4	-7,8	2,07	2,2602	2,2596	0,0006	2,2560	0,0042
27.02.2003	984,9	-8,9	2,31	2,2388	2,2402	-0,0014	2,2367	0,0021
01.03.2003	984,3	-3,7	3,86	2,2364	2,2363	0,0001	2,2353	0,0011
03.03.2003	979,6	-4,9	3,40	2,2270	2,2256	0,0014	2,2247	0,0023
05.03.2003	986,7	-4,8	3,12	2,2448	2,2418	0,0031	2,2408	0,0040
13.03.2003	971,3	3,9	7,27	2,2060	2,2068	-0,0008	2,2058	0,0002
15.03.2003	992,8	-1,1	4,45	2,2550	2,2556	-0,0006	2,2546	0,0004
19.03.2003	982,1	0,4	4,59	2,2313	2,2313	0,0000	2,2303	0,0009
31.03.2003	972,0	5,9	6,32	2,2052	2,2084	-0,0032	2,2074	-0,0022
04.04.2003	976,2	4,4	7,20	2,2184	2,2192	-0,0008	2,2169	0,0015
08.04.2003	968,4	-2,0	4,64	2,2021	2,2015	0,0007	2,1992	0,0029
10.04.2003	975,9	-1,7	4,80	2,2207	2,2185	0,0021	2,2163	0,0044
12.04.2003	977,3	2,8	6,28	2,2216	2,2217	-0,0001	2,2194	0,0022
14.04.2003	987,9	4,1	6,06	2,2521	2,2458	0,0063	2,2435	0,0086
16.04.2003	991,7	6,0	6,17	2,2574	2,2544	0,0030	2,2521	0,0053
22.04.2003	976,7	8,3	8,10	2,2196	2,2203	-0,0007	2,2181	0,0015
30.04.2003	978,9	16,0	15,64	2,2211	2,2253	-0,0042	2,2231	-0,0020
09.05.2002	983,1	15,4	9,10	2,2293	2,2286	0,0007	2,2326	-0,0033
11.05.2002	975,2	12,8	9,76	2,2105	2,2107	-0,0002	2,2147	-0,0042
23.05.2002	975,4	12,9	9,23	2,2147	2,2112	0,0036	2,2151	-0,0004
25.05.2002	971,6	17,6	12,08	2,2023	2,2026	-0,0002	2,2065	-0,0042
27.05.2002	973,2	17,9	12,51	2,2023	2,2062	-0,0039	2,2101	-0,0078
04.06.2002	974,0	10,2	6,47	2,2120	2,2091	0,0029	2,2119	0,0000
08.06.2002	971,5	11,2	10,91	2,2045	2,2034	0,0011	2,2063	-0,0017
10.06.2002	970,8	14,2	14,42	2,2021	2,2018	0,0002	2,2047	-0,0026
12.06.2002	977,9	15,2	13,48	2,2166	2,2179	-0,0013	2,2208	-0,0042
14.06.2002	976,3	17,0	12,02	2,2128	2,2143	-0,0015	2,2172	-0,0044
16.06.2002	977,0	19,0	12,09	2,2118	2,2159	-0,0041	2,2188	-0,0070
26.06.2002	984,5	12,3	7,15	2,2352	2,2329	0,0023	2,2358	-0,0006
28.06.2002	974,7	18,8	7,81	2,2091	2,2107	-0,0016	2,2135	-0,0044
30.06.2002	979,8	11,4	7,15	2,2242	2,2223	0,0019	2,2251	-0,0009
02.07.2002	976,9	17,1	10,53	2,2193	2,2154	0,0039	2,2185	0,0008
04.07.2002	973,5	22,8	15,27	2,2059	2,2077	-0,0019	2,2108	-0,0050
06.07.2002	981,7	15,2	11,75	2,2257	2,2263	-0,0006	2,2294	-0,0037
10.07.2002	978,1	21,2	14,10	2,2182	2,2181	0,0001	2,2213	-0,0030



Продовження таблиці 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9
14.07.2002	978,9	21,8	14,63	2,2179	2,2200	-0,0021	2,2231	-0,0052
16.07.2002	976,0	21,3	15,20	2,2134	2,2134	0,0001	2,2165	-0,0030
18.07.2002	971,1	20,0	11,93	2,2018	2,2023	-0,0005	2,2054	-0,0036
20.07.2002	975,7	19,4	17,58	2,2131	2,2127	0,0004	2,2158	-0,0027
22.07.2002	974,0	17,5	10,40	2,2132	2,2088	0,0044	2,2119	0,0013
28.07.2002	985,5	16,7	12,36	2,2353	2,2349	0,0004	2,2381	-0,0027
30.07.2002	977,8	20,0	13,57	2,2173	2,2175	-0,0001	2,2206	-0,0032
03.08.2002	973,1	20,0	13,80	2,2061	2,2046	0,0015	2,2099	-0,0038
11.08.2002	973,2	17,9	15,18	2,2026	2,2048	-0,0022	2,2101	-0,0075
13.08.2002	964,4	17,2	13,54	2,1871	2,1849	0,0022	2,1901	-0,0031
08.09.2002	977,7	15,3	12,17	2,2174	2,2191	-0,0016	2,2203	-0,0029
12.09.2002	980,8	9,6	7,53	2,2278	2,2261	0,0017	2,2274	0,0004
18.09.2002	973,8	8,4	8,71	2,2107	2,2102	0,0005	2,2115	-0,0008
20.09.2002	978,7	11,9	11,57	2,2226	2,2213	0,0012	2,2226	-0,0001
22.09.2002	973,9	9,0	9,76	2,2105	2,2104	0,0001	2,2117	-0,0012
26.09.2002	969,5	9,6	10,88	2,1985	2,2004	-0,0019	2,2017	-0,0032
04.10.2002	978,7	11,4	9,44	2,2213	2,2231	-0,0019	2,2226	-0,0013
06.10.2002	974,8	9,5	8,79	2,2137	2,2143	-0,0006	2,2138	-0,0001
08.10.2002	971,1	3,8	7,22	2,2064	2,2059	0,0005	2,2054	0,0010
26.10.2002	974,3	4,9	6,41	2,2150	2,2131	0,0019	2,2126	0,0024
07.11.2002	985,6	-4,1	3,25	2,2395	2,2405	-0,0009	2,2383	0,0013
11.11.2002	969,2	0,8	5,24	2,2039	2,2032	0,0007	2,2010	0,0029
13.11.2002	978,5	0,5	4,56	2,2245	2,2243	0,0002	2,2222	0,0024
01.12.2002	980,5	2,2	6,23	2,2295	2,2305	-0,0010	2,2267	0,0028
13.12.2002	988,5	-14,1	1,50	2,2482	2,2487	-0,0005	2,2449	0,0034
27.12.2002	978,3	-11,0	1,82	2,2278	2,2255	0,0023	2,2217	0,0061

Різниці  $\Delta$  за абсолютними значеннями між значеннями затримок, отриманими за даними аерологічного зондування і приведеною моделлю в 2,6% знаходяться в межах 0,010-0,005 м, в 51,3% знаходяться в межах 0,001-0,005 м і в 46,1% знаходяться в межах 0-0,001 м.

Середні квадратичні похибки визначення тропосферної затримки для кожного місяця року за приведеною моделлю обчислені за формулою:

$$m_i = \sqrt{\frac{[\Delta^2]}{n_i - 1}}, \quad (11)$$

$m_i$  - середня квадратична похибка визначення сухої складової зенітної тропосферної затримки за аналітичною моделлю 1;  $n_i$  - кількість даних в  $i$ -тому місяці;  $i$  - номер місяця.

Виконаємо порівняння середньоквадратичних похибок для приведеної моделі (Модель 1) і моделей Saastamoinen (SA) та Hopfield (HO) (рис.3).

З рис.3 бачимо, що середньоквадратичні похибки визначення сухої складової тропосферної затримки за приведеною моделлю для всіх місяців є меншими від середньоквадратичних похибок, отриманих для моделей (SA) і (HO).

Модель 1 при використанні середньомісячних значень коефіцієнтів  $Q$  дозволяє визначити суху складову зенітної тропосферної затримки з середньоквадратичною похибкою 0,0020 м, що у порівнянні з моделлю (SA) приблизно в 3 рази точніше, а порівняно з моделлю (HO) – в 5 разів точніше.



Різниці  $\Delta$  за абсолютними значеннями між значеннями затримок, отриманими за даними аерологічного зондування і приведеною моделлю з використанням середньорічного значення коефіцієнта  $Q$ , в 14,5% знаходяться в межах 0,010-0,005м, в 64,5% знаходяться в межах 0,001-0,005м і в 21,1% знаходяться в межах 0-0,001м. Модель 1 при використанні середньорічного значення коефіцієнта  $Q$  дозволяє визначити суху складову зенітної тропосферної затримки для регіону м. Львова з середньоквадратичною похибкою 0,0035 м, що у порівнянні з моделлю (SA) приблизно в 2 рази точніше, а порівняно з моделлю (HO) – в 3 рази точніше.

Таблиця 4

Середні квадратичні похибки визначення сухої складової зенітної тропосферної затримки

Місяць	$m$ , м
Січень	0,00246
Лютий	0,00169
Березень	0,00192
Квітень	0,00235
Травень	0,00267
Червень	0,00229
Липень	0,00171
Серпень	0,00245
Вересень	0,00149
Жовтень	0,00160
Листопад	0,00085
Грудень	0,00179

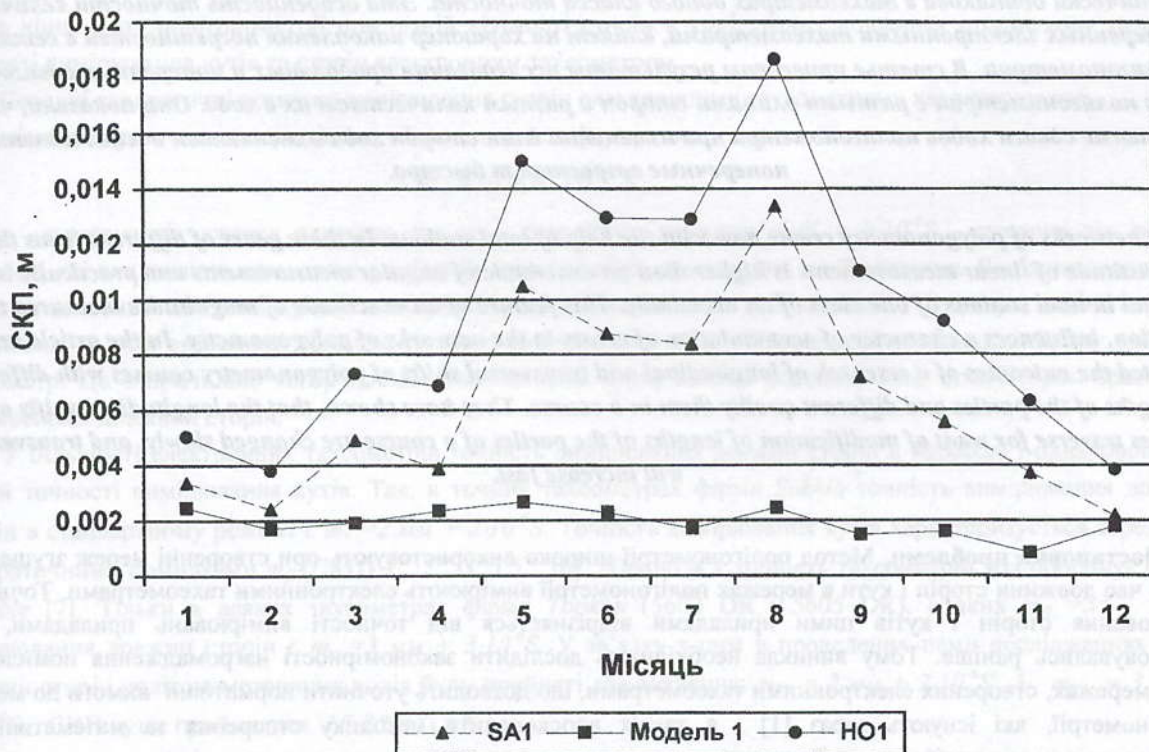


Рис.3 Середньоквадратичні похибки визначення сухої складової зенітної тропосферної затримки.

**Висновки.** Можна вважати, що формула (10) є достатньо точною для регіону м. Львова і при GPS спостереженнях вимагає інформацію про атмосферу тільки в точці прийому електромагнітних хвиль.

1. ГОСТ 4401-81. Атмосфера стандартная. Параметры. - М., Изд-во стандартов, 1981. - 108с.
2. Костецька Я.М., Торопа І.М. До питання точності моделей для визначення тропосферної затримки при GPS спостереженнях // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва: Зб. наук. пр.-Л., 2004.-С.92-97.
3. Матвеев Л.Г. Курс общей метеорологии. Физика атмосферы.-Л.: Гидрометеиздат, 1984.-751с.
4. Миронов Н.Т., Емец А.И. Рефракция атмосферы при лазерных наблюдениях ИСЗ. Часть 2. Горизонтальные градиенты рефракции: Препр. / ГАО-93-Зр.-К., 1993.-48с.
5. Фрум Л., Ессен Л. Скорость света и радиоволн.- М.: Мир, 1973.-196с.
6. Davis J.L., Herring T.A., Shapiro I.I., Rogers A.E., Elgered G. Geodesy by radio interferometry: Effects of atmospheric modeling errors on estimates of baseline length // Radio Science.-1985.- Vol.20, № 6.-P.1593-1607.
7. Mendes V.B. Modeling the neutral atmosphere propagation delay in radiometric space techniques // Ph. D. Dissertation, department of Geodesy and Geomatics Engineering, Technical Report № 199, University of New Brunswick, Fredericton, New Brunswick, Canada.-1999.- 353 pp.
8. Thayer G.D. An improved equation for the radio refractive index of air // Radio Science.-1974.-Vol.9, № 10.-P.803-80.