

УДК 528.24

САВЧУК С.Г.

Національний університет "Львівська політехніка"

ДО ПИТАННЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ УЗГОДЖЕННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ ОРІЄНТУВАННЯ РЕФЕРЕНЦ-ЕЛІПСОЇДА З ОСОБЛИВОСТЯМИ ГРАВІТАЦІЙНОГО ПОЛЯ

© САВЧУК С.Г., 2004

Рассмотрены вопросы использования информации о высотах квазигеоида на основе гравитационной модели EGG'97 при построении современных референцных систем координат. Указано, что условие минимизации поверхностей референц-эллипсоида и квазигеоида по высоте приводит к аналогичному эффекту и по их наклону.

The questions of use of the information on heights quasigeoid are considered on the basis of gravitational model EGG '97 at construction modern reference systems of coordinates. Is specified, that the condition of minimization of surfaces referenc-elipsoid and quasigeoid on height results in similar effect and on their inclination.

Вступ. Ще до недавнього часу вивчення методів створення систем геодезичних координат і визначення фігури Землі в загальноземному масштабі чи в межах континенту було головною науково-технічною задачею геодезії. Потреби сучасної практики такі, що координатну і гравітаційну проблеми формулювали і розв'язували спільно. Завдякияві нових космічних технологій та досить широкій програмі гравітаційного вивчення Землі в цілому зазначену вище задачу можна вважати вже, до певної міри, розв'язаною. І хоча при цьому на шляху розв'язку з'являється ще багато нових проблем, проте загальна схема залишається і поступово реалізується. Отже, Міжнародна земна система координат ITRF (International Terrestrial Reference Frame) реалізується шляхом побудови мережі більш ніж 200 наземних пунктів з визначеними координатами та швидкостями на деяку епоху.

"Класичні" геодезичні референцні системи координат, в тому числі і існуюча в Україні система СК-42, не можуть забезпечити однозначного переходу до загальноземних референцних систем через різні технології їх отримання. Безпосереднє визначення параметрів перетворення значно ускладнюється обставиною невідповідності можливостей точності супутникових вимірювань і якістю існуючих геодезичних мереж [5]. Необхідна точність може бути досягнута тільки при впровадженні сучасної геодезичної референцної системи координат, що однозначно пов'язана з загальноземними системами [6].

Постановка проблеми. Основною проблемою при вирішенні питання про введення геодезичної референцної системи координат, яка б базувалася на сучасних геодезичних технологіях, є однозначний зв'язок із загальноземною системою та збереження існуючого картографічного матеріалу при переході від існуючої системи до нової системи.

Загальну схему впровадження сучасних систем координат для обмежених за розмірами територій розглянуто в [4], де зазначено, що коли на пунктах геодезичної мережі, координати яких визначено із GPS-спостережень, є відомі лише дані про відхилення прямовисніх ліній або дані про висоти геоїда (квазігеоїда) відносно поверхні загальноземного еліпсоїда, то можна отримати (змоделювати) числові значення параметрів орієнтування референц-еліпсоїда Красовського, який би найкраще підходив до фігури геоїда в межах території України.

Основною перевагою такого методу побудови референцної системи координат є те, що використовуються модельні висоти геоїда, які ніяк не залежать від побічного впливу похибок геодезичних координат [3]. Цінним є також те, що досягається строга відповідність загальноземної системи координат, зреалізованої супутниковими методами, і нової геодезичної референцної системи, оскільки параметри перетворення задаються, а не визначаються на основі спільної обробки, при якій виникають неминучі похибки.

Проте висоти геоїда, які є практично єдиною інформацією щодо моделювання числових параметрів орієнтування референц-еліпсоїда, можуть не давати повного ефекту наближення ділянки поверхні геоїда та

референц-еліпсоїда. Тут мається на увазі, що наближення відповідних поверхонь відбувається як за висотою, так і за нахилом, тобто потрібно вияснити ефективність такої процедури відносно нахилу поверхонь (мінімізації складових відхилень прямовисної лінії).

У даний статті наведені числові результати перевірки щодо можливих кутів нахилу поверхонь геоїда і референц-еліпсоїда при проведенні процесу моделювання оптимальних параметрів орієнтування референц-еліпсоїда за відомими висотами геоїда.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Як відомо, геодезичні координати B, L, H будь-якого пункту, в тому числі і прийнятого за вихідний, в системі заданого референц-еліпсоїда можна представити у вигляді

$$\left. \begin{aligned} B &= B_{ITRF} + \delta\xi \\ L &= L_{ITRF} + \delta\eta \sec B_{ITRF} \\ H &= H_{ITRF} + \delta\zeta \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

де $B_{ITRF}, L_{ITRF}, H_{ITRF}$ - геодезичні координати пункту в загальноземній системі координат ITRF; $\delta\xi, \delta\eta, \delta\zeta$ - геометричні параметри орієнтування референц-еліпсоїда (висота референц-еліпсоїда над загальноземним еліпсоїдом та складові кута між нормалями до цих еліпсоїдів у даному пункті).

Отже, задача встановлення геодезичної референцної системи зводиться до вибору оптимальних значень геометричних параметрів $\delta\xi, \delta\eta, \delta\zeta$, а оскільки на сьогодні існують глобальні та регіональні моделі гравітаційного поля Землі високої роздільної здатності та однорідності щодо точності, то методику визначення параметрів оптимальної референцної системи було вирішено розробити на основі розв'язування задачі узгодження геометричних параметрів (розмірів та орієнтування) з особливостями регіонального гравітаційного поля [2,7].

Для кожного пункту, в якому відомі значення $\xi_{ITRF}, \eta_{ITRF}, \zeta_{ITRF}$, можна скласти такі рівняння

$$\left. \begin{aligned} \xi_i &= \xi_{ITRF_i} - \delta\xi_i \\ \eta_i &= \eta_{ITRF_i} - \delta\eta_i \sec B_{ITRF_i} \\ \zeta_i &= \zeta_{ITRF_i} - \delta\zeta_i \end{aligned} \right\},$$

Найбільшим оптимальним параметрам орієнтування будуть відповідати такі величини $\delta\xi, \delta\eta, \delta\zeta$, значення яких більше всього підходять до кутів складових відхилень прямовисних ліній ξ_{ITRF}, η_{ITRF} та до висот геоїда (квазігеоїда) ζ_{ITRF} , тобто підбір параметрів орієнтування в такому випадку повинен виконуватися за умовами

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n (\xi_{ITRF_i} - \delta\xi_i)^2 &= \min \\ \sum_{i=1}^n (\eta_{ITRF_i} - \delta\eta_i)^2 &= \min \\ \sum_{i=1}^n (\zeta_{ITRF_i} - \delta\zeta_i)^2 &= \min \end{aligned} \right\}. \quad (2)$$

Для розв'язку даної задачі скористаємося відомими в теоретичній геодезії рівняннями градусних вимірювань

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{\sin B}{M} D_X + \frac{\sin B \sin L}{M} D_Y - \frac{\cos B}{M} D_Z - \\ &- e^2 \sin B \cos B \frac{da}{a} - (2 - e^2 \sin^2 B) \sin B \cos B \frac{d\alpha}{1-\alpha} + \xi_{ITRF}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\eta = \frac{\sin L}{N} D_X - \frac{\cos L}{N} D_Y + \eta_{ITRF}, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \zeta &= \cos B \cos L D_X + \cos B \sin L D_Y + \sin B D_Z - \\ &- (1 - e^2 \sin^2 B) N \frac{da}{a} + (1 - e^2 \sin^2 B) M \sin^2 B \frac{d\alpha}{1-\alpha} + \zeta_{ITRF}, \end{aligned} \quad (5)$$

де D_X, D_Y, D_Z - координати центра референц-еліпсоїда відносно центра загальноземного еліпсоїда; da - різниця великих півосей a загальноземного і референц-еліпсоїда; $d\alpha$ - різниця відповідних стиснень α . Треба відмітити, що геодезичні координати B, L та радіуси кривини M, N у рівняннях (3-5) відносяться до загальноземної системи. Ще одне зауваження стосується питання вибору розмірів референц-еліпсоїда. Оскільки розміри еліпсоїда не є визначальним фактором, то їх вибір, в принципі, може бути довільним [5].

Таким чином, задача встановлення оптимальних параметрів орієнтування референц-еліпсоїда D_X, D_Y, D_Z полягає у виборі значень ξ_i, η_i і ς_i .

Виділення невирішених раніше частин проблеми встановлення референцної системи. Виходячи із рівнянь (3-5) можемо складові відхилення прямовисної лінії ξ, η та висоту геоїда (квазігеоїда) ς в системі, що підлягає визначенню, розглядати як два різні функціонали, що неперервно залежать від геодезичних координат у прийнятій референцній системі та параметрів D_X, D_Y, D_Z .

Беручи до уваги класичний зміст задачі побудови геодезичної референц-системи, будемо шукати такі значення D_X, D_Y, D_Z , які давали би мінімум норми функцій (3-5):

$$(\xi, \xi)_{L_2} + (\eta, \eta)_{L_2} + (\varsigma, \varsigma)_{L_2} = \min. \quad (6)$$

Мінімізація функціоналу (6) дозволяє отримати таку систему нормальних рівнянь відносно невідомих параметрів D_X, D_Y, D_Z :

$$\left(\xi, \frac{\partial \xi}{\partial D_X} \right)_{L_2} + \left(\xi, \frac{\partial \xi}{\partial D_Y} \right)_{L_2} + \left(\eta, \frac{\partial \eta}{\partial D_X} \right)_{L_2} = 0, \quad (7)$$

$$\left(\xi, \frac{\partial \xi}{\partial D_Y} \right)_{L_2} + \left(\xi, \frac{\partial \xi}{\partial D_Z} \right)_{L_2} + \left(\eta, \frac{\partial \eta}{\partial D_Y} \right)_{L_2} = 0, \quad (8)$$

$$\left(\xi, \frac{\partial \xi}{\partial D_Z} \right)_{L_2} + \left(\eta, \frac{\partial \eta}{\partial D_Z} \right)_{L_2} = 0. \quad (9)$$

При цьому всі записані скалярні добутки розуміють як інтеграли по поверхні ділянки еліпсоїда, обмеженої певною сфeroїдною трапецією.

Як показала практика застосування вказаного підходу, об'єднання двох задач щодо мінімізації згладжуючого функціоналу (6) не приводить до стійкого розв'язку (проявляється так звана неоднорідність вихідних рівнянь) через неоднакову точність отримання параметрів ξ_i, η_i і ς_i , пов'язану з особливостями регіонального гравітаційного поля. Неоднорідність рівнянь є відображенням тієї обставини, що конкретні рівняння даної системи (7-9) по різному відчувають інформаційний дефіцит. Це стосується, в першу чергу, рівнянь із складовими відхилень прямовисних ліній [6]. Відомо [8], що для неоднорідних рівнянь вплив похибок зовнішньої інформації можна зробити достатньо малим (таким що нехтувати) через продуманий вибір параметра регуляризації β :

$$\beta[(\xi, \xi)_{L_2} + (\eta, \eta)_{L_2}] + (\varsigma, \varsigma)_{L_2} = \min,$$

Відповідно і у рівняннях (7-9) сума скалярних добутків складових відхилень прямовисної лінії, яку охоплюють квадратними дужками, домножується на параметр β . Члени у квадратних дужках є стабілізатором розв'язку, а параметр регуляризації β підбирається таким чином, щоби задовільнити вимогу про такі величини $\delta\xi, \delta\eta, \delta\varsigma$, значення яких близче всього підходять до кутів складових відхилень прямовисних ліній ξ_{ITRF}, η_{ITRF} .

Постановка завдання. Проведений числовий експеримент на даних європейського гравіметричного геоїда EGG'97 показав, що точність розв'язку вказаної задачі отримується дуже низькою. Причиною цього, на наш погляд, є недостатність інформації про точність локальних модельних значень відхилень прямовисних

ліній. Таким чином проведення повної регуляризації привело до того, що звільнившись від похибок числової нестійкості нашої задачі, ми отримали падіння точності за рахунок похибок прийнятої схеми отримання додаткової інформації. Крім того, на точність розв'язку вплинув і той факт, що вихідні рівняння (3-5) не є відносно незалежними. Так відомо, що відхилення прямовисної лінії є першою похідною аномалії висоти в горизонтальному напрямі, тобто лінійність зміни величин $\delta\xi$ означає, що різниці відхилень прямовисної лінії $\delta\xi, \delta\eta$ в межах деякої області повинні бути постійними. Зважаючи на цей факт, ми припускаємо, що мінімізація норми тільки функції (5) та розв'язок системи нормальних рівнянь без складових відхилень прямовисної лінії, приведе в кінцевому варіанті до того ж загального результату, а саме повного ефекту наближення ділянки поверхні геоїда (квазігеоїда) та референц-еліпсоїда. При такому припущення виникає питання: чи буде нова референцна система оптимальним чином зорієнтована не тільки щодо відстаней між поверхнями геоїда (квазігеоїда) і референц-еліпсоїда, але й щодо їх нахилу, оскільки визначення параметрів D_X, D_Y, D_Z нами виконується лише за третьою умовою виразу (2) та на основі рівнянь вигляду (5)?

Виклад основного матеріалу дослідження. Для розв'язування поставленого завдання нами були використані матеріали супутникових радіонавігаційних спостережень у 2000 р., що були виконані на астрономічних пунктах геодезичної мережі України спеціалістами Українського державного аерогеодезичного підприємства та Науково-дослідного інституту геодезії і картографії (м.Київ). Схема розподілу пунктів спостереження приведена на рис.

В результаті виконаної Науково-дослідним інститутом геодезії і картографії обробки супутниковых спостережень був отриманий масив даних - $B_{ITRF}, L_{ITRF}, H_{ITRF}$ (геодезичні координати пункту в загальноземній системі координат ITRF), а з відповідних каталогів були виписані астрономічні координати φ, λ та геодезичні координати $B_{СК-42}, L_{СК-42}$ цих же пунктів.

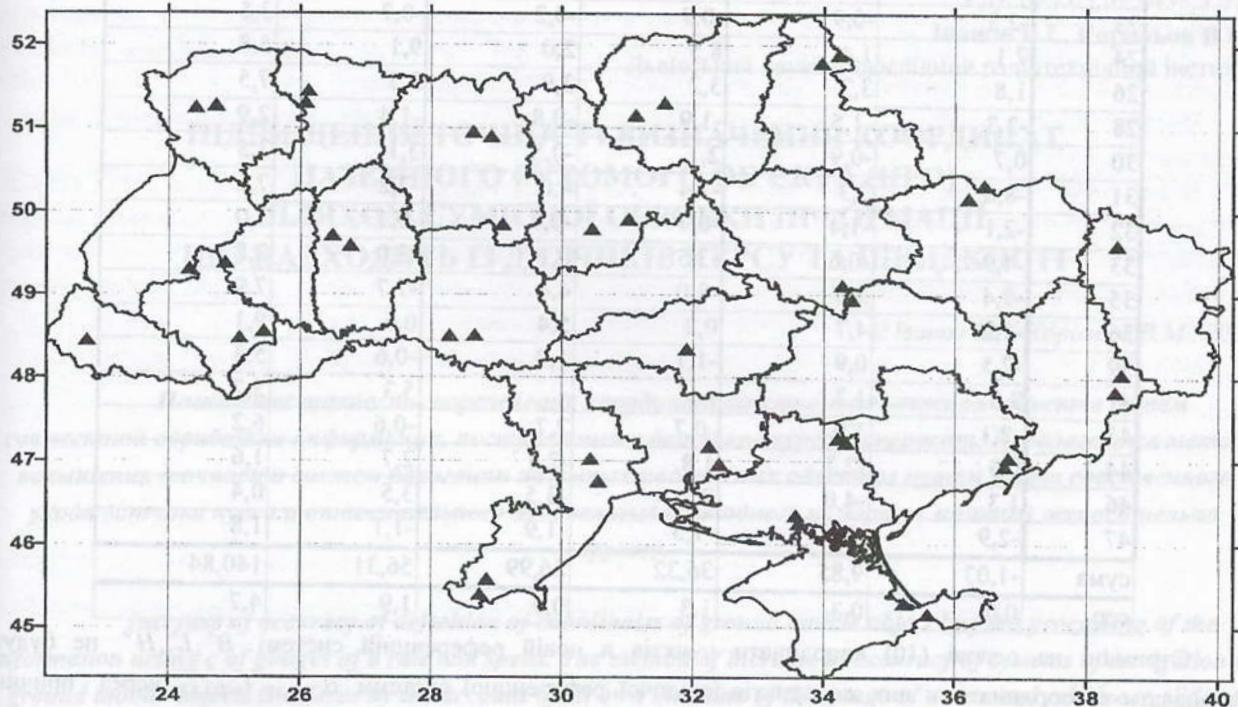


Рис. Розподіл астрономо-геодезичних пунктів на території України.

Це дозволило визначити значення складових відхилень прямовисних ліній ξ_{ITRF}, η_{ITRF} та $\xi_{СК-42}, \eta_{СК-42}$ за відомими формулами [1].

Геодезичні координати, які позначимо через B^+, L^+, H^+ , в новій референцній системі можуть бути визначені через параметри перетворення [6]

$$\begin{aligned} B^+ &= B_{ITRF} + f_1(a, \alpha, D_X, D_Y, D_Z), \\ L^+ &= L_{ITRF} + f_2(D_X, D_Y, D_Z), \\ H^+ &= H_{ITRF} + f_3(a, \alpha, D_X, D_Y, D_Z). \end{aligned} \quad (10)$$

Таблиця

Складові відхилення прямовисної лінії ("")

№ пункту	ξ^+, η^+	$\xi_{CK-42}, \eta_{CK-42}$	ξ_{ITRF}, η_{ITRF}
1	-1,9	1,8	-0,5
2	1,1	0,4	2,6
5	2,8	-4,8	4,2
8	3,8	-3,1	5,2
10	-3,4	-0,5	-2,0
11	8,3	5,8	9,7
12	6,4	1,4	7,8
13	3,5	1,5	4,9
15	-2,5	-1,2	-1,1
17	0,7	2,1	2,1
18	-2,7	-2,1	-1,2
20	-0,1	3,8	1,3
21	3,3	-3,4	4,7
22	4,5	2,4	5,9
23	-2,3	-0,9	-0,9
24	7,1	1,4	8,5
26	1,8	3,2	3,2
28	-3,3	-1,5	-1,9
30	0,7	-0,9	2,1
31	-8,8	3,3	-7,4
32	-2,1	-1,4	-0,7
33	-4,9	-0,6	-3,5
35	-9,4	3,6	-8,0
36	-1,2	4,7	0,2
39	-2,5	0,9	-1,1
41	3,3	1,3	-
43	-2,1	1,9	-0,7
44	0,5	-2,7	1,8
46	1,3	-4,0	2,7
47	-2,9	-2,6	-1,5
сума	-1,03	9,85	36,32
сер.	0,0	0,3	1,3
			26,99
			56,31
			140,84
			1,9
			4,7

Отримані на основі (10) координати пунктів в новій референцній системі B^+, L^+, H^+ не будуть співпадати з координатами цих же пунктів існуючої референцної системи B_{CK-42}, L_{CK-42} через причину неоднакових технологій їх отримання. Очевидно, що ми можемо тепер обчислити складові відхилення прямовисної лінії ξ^+, η^+ відносно нової референцної системи.

Результати обчислень складових відхилень прямовисної лінії з різним набором геодезичних координат наведено у таблиці. Як видно із приведених у таблиці даних, тільки у новій референцній системі складові відхилення прямовисної лінії є більш випадковими, ніж у інших системах. Отже, ми отримали підтвердження припущення про те, що оптимізація поверхонь геоїда (квазігеоїда) і референц-еліпсоїда по висоті приводить і до їх оптимізації щодо нахилу.

Висновки. Основний недолік класичного підходу встановлення референцної системи координат на основі градусних вимірювань полягав у розв'язку рівнянь градусних вимірювань під умовою вільного мінімума суми квадратів залишкових відхилень прямовисної лінії з припущенням, що вони є величинами випадкового характеру. Саме ця умова приводить до того, що орієнтування земного еліпсоїда залежить, в основному від особливостей місцевої фігури геоїда. Тому при правильній постановці задачі визначення параметрів орієнтування референц-еліпсоїда з врахуванням особливостей гравітаційного поля перш за все необхідно оцінити остаточні відхилення прямовисних ліній від нормалі до його поверхні в астрономо-геодезичних пунктах. Одна із можливостей такого підходу показана в даній роботі. На числовому прикладі пунктів державної геодезичної мережі виявлено ефективність застосування даних про висоти геоїда (квазігеоїда) для оптимізації геометричних параметрів орієнтування референц-еліпсоїда.

1. Изотов А.А. Форма и размеры Земли по современным данным //Тр. ЦНИИГАиК, вып.73. – М., 1950. - 204 с.
2. Машимов М.М. Системы координат и геофизические поля в геодезии //Геодезия и картография. – 1988. - №10. – С. 8-12.
3. Пеллинен Л.П. Новые возможности использования гравитационных данных при реализации геодезических систем координат //Геодезия и картография. – 1987. - №3. – С. 10-13.
4. Савчук С.Г. До питання про створення національної системи відліку //Вісник геодезії та картографії. – 2001. -№4. – С.11-13.
5. Савчук С.Г. Побудова геодезичної референцної системи координат //Геодезія, картографія і аерофотознімання. – 2002. - Вип.62. – с. 47-59.
6. Савчук С.Г. Моделювання параметрів референцної системи координат для території України //Геодезія, картографія і аерофотознімання. – 2003. - Вип.64. – с. 26-33.
7. Савчук С.Г., Тартачинська З.Р. Технологія прогнозування висот європейського квазігеоїда EQG'97 на територію України для визначення оптимальних параметрів перетворення координат //Геодезія, картографія і аерофотознімання. – 2003. - Вип.65. – с. 32-41.
8. Тихонов А.Н., Арсенін В.Я. Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1974. –224 с.