

В. С. Кравчишин<sup>1</sup>, М. О. Медиковський<sup>1</sup>, М. О. Галушак<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра автоматизованих систем управління,

<sup>2</sup> Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра прикладної математики

## МОДЕЛЮВАННЯ ЕНЕРГЕТИЧНОГО ПОТЕНЦІАЛУ ВІТРОВОЇ ЕЛЕКТРИЧНОЇ СТАНЦІЇ

© Кравчишин В. С., Медиковський М. О., Галушак М. О., 2016

Здійснено дослідження та порівняльний аналіз методів визначення ймовірності повторення швидкості за розподілом Вейбула, гамма-розподілом та логнормальним розподілом на основі статистичних даних швидкості вітру, які дають можливість обґрунтувати доцільність використання одного з них у конкретній вітровій зоні для моделювання параметрів вітру, а також обґрунтувати розміщення окремих вітрових установок та вітрової електричної станції загалом.

**Ключові слова:** вітрова електрична станція (ВЕС), вітроустановка (ВБУ), гамма-розподіл, логнормальний розподіл, розподіл Вейбула, енергетичний потенціал вітру.

**This paper deals with the research and comparative analysis of methods of determining the probability of wind speed's recurrence by using Weibull distribution, gamma distribution and log-normal distribution based on statistic wind speed data. It provides possibility to substantiate the feasibility of using one of them in a specific area for modeling a wind parameters and to substantiate location of individual wind turbines and wind power station as a whole.**

**Key words:** wind power plant (WPP), wind turbine (WT), gamma distribution, log-normal distribution, Weibull distribution, energy potential of wind.

### Вступ. Загальна постановка проблеми

Відновлювальні джерела енергії є одним з важливих критеріїв сталого розвитку світової спільноти. Постійно відбувається пошук нових та вдосконалення існуючих технологій задля підвищення ефективності та економічної вигоди їх використання в найрізноманітніших сферах. Головними причинами такої підвищеної уваги до них є зменшення шкідливого впливу на навколишнє середовище. В роботах [1, 2] досліджено перспективи розвитку відновлювальних джерел енергії в Україні, проаналізовано їх використання, а також викладено основні переваги застосування відновлювальних джерел енергії для нашої країни і світу загалом.

Сучасні технології за критерієм “обсяг доступної енергії” виокремлюють вітрову енергетику. При цьому одним з важливих напрямків дослідницької діяльності в вітроенергетиці є оцінювання вітрового енергетичного потенціалу регіону, а також обґрунтування конкретного місця розташування вітрової електричної станції (ВЕС). Значення швидкості вітру можна отримати з архівів метеорологічних станцій та дають можливість отримати статистичні параметри швидкості вітру для певного регіону за добу, місяць, рік чи будь-який інший період часу. Вагомим показником для визначення вітрового потенціалу регіону є середньорічна швидкість вітру на кожній конкретній території. На рис. 1 наведено середньорічний вітровий енергетичний потенціал території України [12].

Для дослідження територій за їх енергетичним потенціалом також використовують такі показники, як питома потужність вітру, сумарні потенціальні вітроенергоресурси та безперервна тривалість робочої швидкості вітру як критерій стабільності функціонування вітроагрегатів [3].

Дані такого типу можна використовувати лише для узагальненого оцінювання вітроенергетичних ресурсів певного регіону, проте їх використання некоректне у випадку прийняття технічних рішень при проектуванні та експлуатації ВЕС.



Рис. 1. Карта вітрів на території України

### Актуальність та задачі дослідження

Швидкість вітру є важливим критерієм при експлуатації вітрових електричних станцій. Від неї залежить кількість виробленої станцією енергії, доцільність застосування окремих типів ВЕУ, загальна ефективність ВЕС. Швидкість вітру є випадковою величиною, що ускладнює застосування вітрових електричних станцій, оскільки потребує аналізу більшої кількості даних для підвищення ефективності проектування та експлуатації ВЕС.

Актуальним завданням є дослідження стохастичних параметрів швидкості вітру для окремих регіонів з метою визначення перспективних місць розташування вітрових електростанцій чи встановлення окремих вітрових електричних установок. Такий аналіз дасть змогу оцінити вітроенергетичний потенціал місцевості, середню швидкість вітру та придатність ділянки для ефективного застосування ВЕС, обґрунтувати її структуру.

На практиці існує безліч випадків розташування ВЕУ на значних відстанях від метеорологічних станцій. У такому випадку актуальною є задача визначення швидкостей вітру в заданій географічній точці. Для розв'язання такої задачі найефективнішими є методи статистичного аналізу даних та їх прогнозування.

### Формулювання мети

Метою роботи є дослідження методів опрацювання статистичних даних параметрів вітру з метою підвищення точності ймовірнісних оцінок параметрів вітру, визначення потужності вітрового потоку та обґрунтування параметрів і місця розташування окремих вітроустановок чи ВЕС загалом.

### Методи досліджень

Оскільки швидкість вітру неперервно змінюється в часі, на основі первинного аналізу статистичних даних за період в один рік встановлено, що залежність густини розподілу швидкості вітру може набувати вигляду експоненти чи асиметричної кривої. На підставі аналізу відомих

законів розподілу випадкових величин [9] обґрунтовано застосування двопараметричних сімейств неперервних розподілів, а саме: гамма-розподілу, логнормального розподілу та розподілу Вейбула, які, залежно від параметра форми, перетворюються на показниковий закон, закон Релея чи нормальний закон розподілу випадкових величин.

Опрацюванням статистичних даних швидкості вітру за конкретний період часу можна з високою точністю описати розподіл густини ймовірності частоти повторюваності швидкості вітру за допомогою диференціального розподілу та двопараметричних сімейств неперервних розподілів, таких як: логнормальний розподіл, гамма-розподіл, розподіл Вейбула.

Використання функцій густини розподілів дає змогу точніше оцінити ймовірність появи заданої швидкості вітру, очікувану потужність вітрового потоку та тривалість робочої швидкості вітру в кожному конкретному напрямку. Аналіз швидкості вітру за диференціальним розподілом полягає в математичному опрацюванні експериментальної вибірки.

### Гамма-розподіл

Щільність гамма-розподілу з параметрами  $\alpha$  та  $\lambda$  має вигляд [9–11]:

$$f(v) = \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} v^{\alpha-1} e^{-\lambda v}, \quad v > 0, \quad (1)$$

де  $\Gamma(\alpha)$  – гамма-функція,  $v$  – значення швидкості вітру (м/с), коефіцієнти  $\alpha$  та  $\lambda$  визначаємо за допомогою моментів

$$M'_V(t) = \frac{\alpha \lambda^\alpha}{(\lambda - t)^{\alpha+1}} \Rightarrow m_1 = M'_V(0) = \frac{\alpha}{\lambda}; \quad (2)$$

$$M''_V(t) = \frac{\alpha(\alpha+1)\lambda^\alpha}{(\lambda - t)^{\alpha+2}} \Rightarrow m_1 = M''_V(0) = \frac{\alpha(\alpha+1)}{\lambda^2} \Rightarrow \mu_2 = \frac{\alpha(\alpha+1)}{\lambda^2} - \frac{\alpha^2}{\lambda^2} = \frac{\alpha}{\lambda} \quad (3)$$

З іншого боку, перший момент  $m_1$  дорівнює математичному сподіванню випадкової величини і показує відносне розташування розподілу на числовій прямій:

$$m_1 = M = \frac{\sum_{i=1}^n v_i}{n}, \quad (4)$$

де  $n$  – кількість вимірювань. Другий момент  $\mu_2$  дорівнює дисперсії розподілу випадкової величини і показує розкид розподілу довкола середнього значення:

$$\mu_2 = \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n} - \left( \frac{\sum_{i=1}^n v_i}{n} \right)^2, \quad (5)$$

де  $n$  – кількість вимірювань. Звідси  $\alpha = \frac{M^2}{\sigma}$ , де  $M$  – математичне сподівання випадкової величини,

а  $\sigma$  – дисперсія випадкової величини,  $\lambda = \frac{M}{\sigma}$

### Розподіл Вейбула

Функція розподілу Вейбула має вигляд [9, 11]:

$$p(v) = \frac{k}{c} \left( \frac{v}{c} \right)^{k-1} \exp \left[ - \left( \frac{v}{c} \right)^k \right], \quad \text{для } 1 < k < 10, \quad (6)$$

де  $p(v)$  – густина ймовірності повторення швидкості зі значенням  $v$ ;  $v$  – значення швидкості вітру (м/с);  $c$  – параметр масштабування розподілу Вейбула, визначається за формулою

$$c = \frac{\bar{v}}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right)}, \quad (7)$$

де  $\Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right)$  – гамма-функція, а  $\bar{v}$  – середня швидкість вітру, визначається як:

$$\bar{v} = \frac{\sum_{i=1}^n v_i}{n}, \quad (8)$$

де  $v_i$  – значення швидкості вітру  $i$ -го вимірювання, отримане з результатів метрологічних спостережень за певний період часу (м/с);  $n$  – загальна кількість спостережень;  $k$  – коефіцієнт форми розподілу Вейбула, характеризує асиметрію кривої та визначається як [13]:

$$k = \left(\frac{\sigma}{\vartheta_c}\right)^{-1.086}, \quad (9)$$

де  $\vartheta_c$  – середня швидкість вітру, а  $\sigma$  – середньоквадратичне відхилення швидкості вітру, визначається як:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n} - \left(\frac{\sum_{i=1}^n v_i}{n}\right)^2}. \quad (10)$$

### Логнормальний розподіл

Густина логнормального розподілу має вигляд [9,11]:

$$f(v) = \frac{1}{\beta v \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\ln v - \alpha)^2}{2\beta^2}\right], \quad (11)$$

де  $\alpha, \beta$  – параметри розподілу та визначаються як:

$$\beta = \sqrt{\ln(V^2 + 1)}; \quad (12)$$

$$\alpha = \ln(M) - \beta^2 / 2, \quad (13)$$

де  $v$  – значення швидкості вітру, яка цікавить;  $M$  – математичне сподівання вибірки, або ж середнє

значення вибірки;  $M = \frac{\sum_{i=1}^n v_i}{n}$  [14],  $V$  – коефіцієнт варіації вибірки, який визначається як:  $V = \frac{\sqrt{\sigma}}{M}$ .

### Результати досліджень

Для порівняння результатів статистичного аналізу параметрів вітру з використанням різних законів розподілу за допомогою карти вітрів на території України визначено місцевості з високим вітроенергетичним потенціалом [12]. У роботі виконано статистичний аналіз результатів замірів швидкості вітру на основі даних з метеостанцій м. Дрогобича, м. Івано-Франківська та м. Асканії-Нової в період з 1 січня 2015 року по 31 грудня 2015 року. Заміри проводились щоденно о 2:00, 5:00, 8:00, 11:00, 14:00, 17:00, 20:00, 23:00 годинах на висоті 10–12 метрів [4, 5].

Ймовірність кожного конкретного значення швидкості вітру визначено за диференціальним розподілом, розподілом Вейбула, гамма-розподілом та логнормальним розподілом. Для коректної роботи кожного з алгоритмів було виконано нормування значень швидкості вітру з діапазону [0–14] до діапазону [1–15]. Нижче наведено результати математичного опрацювання експериментальних даних для трьох досліджуваних місць.

Таблиця 1

**Статистичний аналіз результатів вимірювання швидкості вітру для м. Дрогобич**

$v$ (м/с)	$dN/dv$	$\Phi_v$	$\Phi_{v>v'}$	$P_v$	$P_v * \Phi_v$	Вейбула	Логнормальний	Гамма
1	823	0,2933	1,0000	0,65	0,1906	0,1965	0,2011	0,2072
2	576	0,2053	0,7067	5,20	1,0674	0,1974	0,2768	0,2134
3	379	0,1351	0,5014	17,55	2,3704	0,1663	0,1991	0,1719
4	259	0,0923	0,3664	41,60	3,8398	0,1273	0,1251	0,1252
5	219	0,0780	0,2741	81,25	6,3413	0,0912	0,0764	0,0863
6	280	0,0998	0,1960	140,40	14,0100	0,0621	0,0469	0,0574
7	83	0,0296	0,0962	222,95	6,5947	0,0405	0,0292	0,0373
8	56	0,0200	0,0666	332,80	6,6418	0,0254	0,0185	0,0238
9	84	0,0299	0,0467	473,85	14,1851	0,0155	0,0120	0,0150
10	7	0,0025	0,0167	650,00	1,6215	0,0091	0,0079	0,0093
11	29	0,0103	0,0143	865,15	8,9413	0,0053	0,0053	0,0058
12	0	0,0000	0,0039	1123,20	0,0000	0,0029	0,0036	0,0035
13	8	0,0029	0,0039	1428,05	4,0714	0,0016	0,0025	0,0022
14	2	0,0007	0,0011	1783,60	1,2713	0,0009	0,0018	0,0013
15	1	0,0004	0,0004	2193,75	0,7818	0,0005	0,0013	0,0008

Таблиця 2

**Статистичний аналіз результатів вимірювання швидкості вітру для м. Асканія-Нова**

$v$ (м/с)	$dN/dv$	$\Phi_v$	$\Phi_{v>v'}$	$P_v$	$P_v * \Phi_v$	Вейбула	Логнормальний	Гамма
1	118	0,0418	1,0000	0,65	0,0272	0,0651	0,0111	0,0442
2	347	0,1229	0,9582	5,20	0,6390	0,1201	0,1288	0,1309
3	565	0,2001	0,8353	17,55	3,5112	0,1534	0,2140	0,1788
4	489	0,1732	0,6353	41,60	7,2034	0,1616	0,2026	0,1780
5	432	0,1530	0,4621	81,25	12,4292	0,1481	0,1531	0,1490
6	283	0,1002	0,3091	140,40	14,0698	0,1210	0,1044	0,1118
7	211	0,0747	0,2089	222,95	16,6581	0,0892	0,0678	0,0777
8	131	0,0464	0,1342	332,80	15,4380	0,0598	0,0430	0,0511
9	94	0,0333	0,0878	473,85	15,7726	0,0366	0,0271	0,0322
10	69	0,0244	0,0545	650,00	15,8817	0,0206	0,0171	0,0197
11	42	0,0149	0,0301	865,15	12,8670	0,0106	0,0108	0,0117
12	18	0,0064	0,0152	1123,20	7,1592	0,0050	0,0069	0,0068
13	19	0,0067	0,0089	1428,05	9,6080	0,0022	0,0044	0,0039
14	5	0,0018	0,0021	1783,60	3,1579	0,0009	0,0029	0,0022
15	1	0,0004	0,0004	2193,75	0,7768	0,0003	0,0019	0,0012

## Статистичний аналіз результатів вимірювання швидкості вітру для м. Івано-Франківськ

$v$ (м/с)	$dN/dv$	$\Phi_v$	$\Phi_{v>v'}$	$P_v$	$P_v * \Phi_v$	Вейбула	Логнормальний	Гамма
1	706	0,2423	1,0000	0,65	0,1575	0,1563	0,1184	0,1578
2	267	0,0916	0,7577	5,20	0,4765	0,1977	0,2767	0,2226
3	703	0,2412	0,6661	17,55	4,2339	0,1883	0,2315	0,2006
4	478	0,1640	0,4248	41,60	6,8239	0,1530	0,1507	0,1504
5	304	0,1043	0,2608	81,25	8,4763	0,1107	0,0909	0,1020
6	176	0,0604	0,1565	140,40	8,4799	0,0729	0,0538	0,0649
7	119	0,0408	0,0961	222,95	9,1047	0,0442	0,0319	0,0395
8	79	0,0271	0,0553	332,80	9,0224	0,0249	0,0191	0,0233
9	29	0,0100	0,0281	473,85	4,7157	0,0131	0,0117	0,0134
10	30	0,0103	0,0182	650,00	6,6918	0,0065	0,0072	0,0076
11	17	0,0058	0,0079	865,15	5,0472	0,0030	0,0046	0,0042
12	2	0,0007	0,0021	1123,20	0,7709	0,0013	0,0029	0,0023
13	4	0,0014	0,0014	1428,05	1,9603	0,0005	0,0019	0,0013
14	0	0,0000	0,0000	1783,60	0,0000	0,0002	0,0013	0,0007
15	0	0,0000	0,0000	2193,75	0,0000	0,0001	0,0008	0,0004

де  $v$  – швидкість вітру з інтервалом  $\Delta u$ ;  $dN/dv$  – густина функції розподілу швидкості вітру;  $\Phi_v$  – ймовірний диференціальний розподіл швидкості вітру;  $\Phi_{v>v'}$  – інтегральна повторюваність швидкості вітру;  $P_v$  – питома потужність швидкості вітру (при  $\rho = 1,3 \text{ кг/м}^3$ );  $P_v * \Phi_v$  – функція розподілу енергії вітру,  $P$  – функція ймовірного розподілу швидкості вітру (Вейбула, логнормального, гамма).

На рис. 1, а-в зображено залежності диференціального розподілу та функцій ймовірності розподілу Вейбула, логнормального розподілу, а також гамма-розподілу для досліджуваних міст (Дрогобич, Івано-Франківськ, Асканія-Нова).

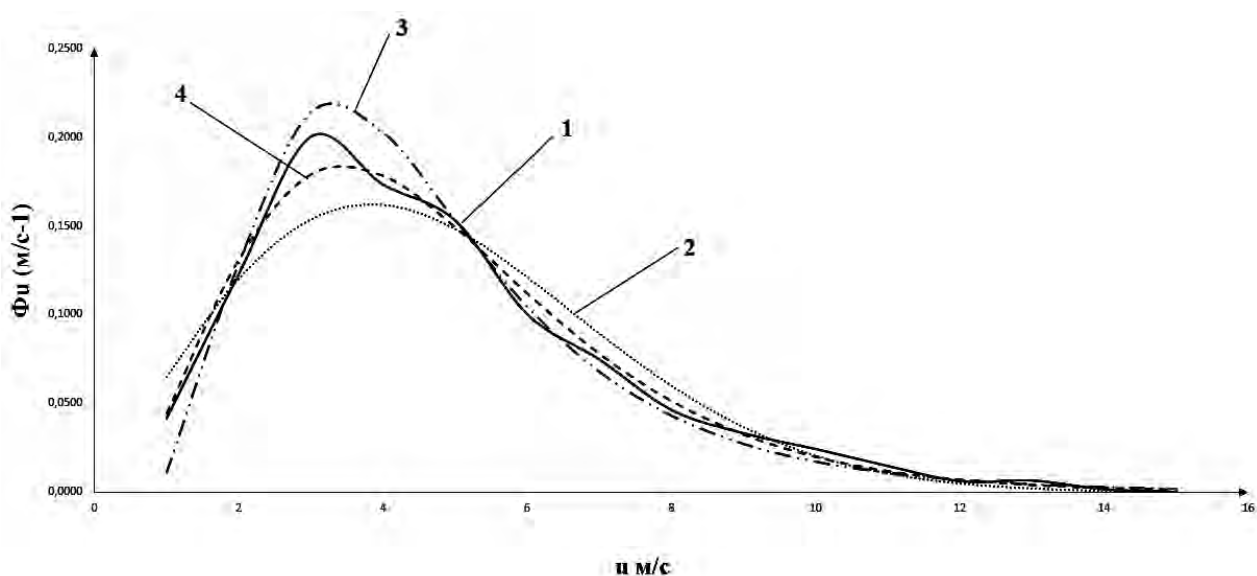


Рис. 1а. Розподіл повторюваності швидкості вітру: 1 – диференціальний розподіл, 2 – розподіл Вейбула, 3 – логнормальний розподіл, 4 – гамма-розподіл для м. Асканія-Нова

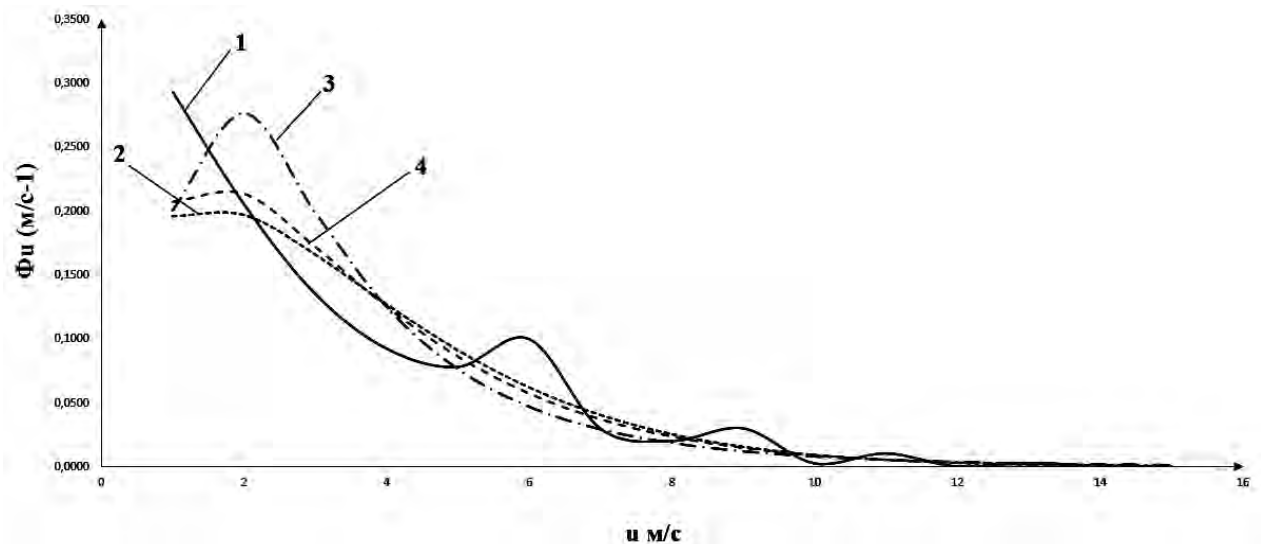


Рис. 16. Розподіл повторюваності швидкості вітру: 1 – диференціальний розподіл, 2 – розподіл Вейбула, 3 – логнормальний розподіл, 4 – гамма-розподіл для м. Дрогобич

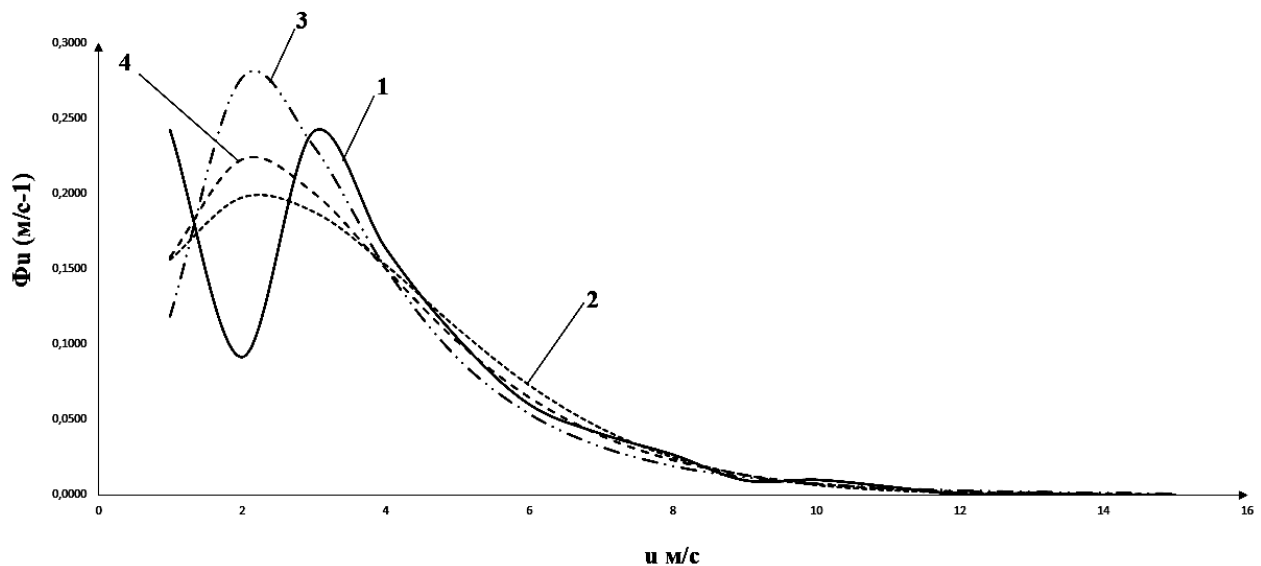


Рис. 1в. Розподіл повторюваності швидкості вітру: 1 – диференціальний розподіл; 2 – розподіл Вейбула; 3 – логнормальний розподіл; 4 – гамма-розподіл для м. Івано-Франківськ

Після опрацювання результатів вимірювання швидкості вітру визначено коефіцієнт детермінації  $R^2$  для кожного з наведених статистичних розподілів та визначено, наскільки результати розподілів (гамма, Вейбула та логнормальний) відповідають реальним параметрам вітру.

Коефіцієнт детермінації  $R^2$  дає змогу визначити точність опису вхідної вибірки даних кожним з використаних розподілів.  $R^2$  завжди знаходиться в діапазоні  $[0..1]$ , він визначається як:

$$R^2 = 1 - \frac{V(y|x)}{V(y)} = 1 - \frac{\sigma^2}{\sigma_y^2}; \quad (14)$$

де  $V(y|x) = \sigma^2$  – дисперсія залежної змінної.

Коефіцієнти детермінації наведено для логнормального розподілу, гамма-розподілу та розподілу Вейбула після опрацювання статистичних даних м. Дрогобича, м. Асканії-Нової та м. Івано-Франківська.

Таблиця 4

місто	Розподіл	Коефіцієнт детермінації R2
Дрогобич	Вейбула	0,872
	Логнормальний	0,794
	Гамма	0,886
Асканія-Нова	Вейбула	0,941
	Логнормальний	0,965
	Гамма	0,988
Івано-Франківськ	Вейбула	0,788
	Логнормальний	0,511
	Гамма	0,745

### Висновки та перспективи подальших наукових розвідок

Порівняльний аналіз методів визначення ймовірності повторення швидкості вітру: за диференціальним розподілом, розподілом Вейбула, логнормальним розподілом та гамма-розподілом забезпечив можливість обґрунтувати доцільність використання одного з них для моделювання параметрів вітру в конкретному вітровому регіоні України.

Отримані результати можуть бути використані при обґрунтуванні параметрів та місцезнаходження окремих вітроустановок, а також вітрових електричних станцій загалом.

Отримані результати важливі при проектуванні та експлуатації вітрових електростанцій. Вони забезпечують можливість формувати алгоритми управління режимами ВЕС для ефективного використання як вітрового потенціалу, так і встановлених потужностей з врахуванням потреб споживачів та можливостей акумулювання електричної енергії.

1. Чумаченко С. М. Впровадження вітроенергетичного потенціалу України для середнього та малого бізнесу АПК / С. М. Чумаченко, Л. А. Пісня, І. А. Черепньов // Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка. – 2015. – Вип. 156. – С. 626–635. – Режим доступу: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vkhdusg\\_2015\\_156\\_96](http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vkhdusg_2015_156_96)
2. Міхаличева Е. А. Екологічні аспекти будівництва і експлуатації вітроенергетичних станцій / Міхаличева Е. А., Трифонов А. Г. // Вісник Брестського державного технічного університету. – 2013. – № 2.. 3. Костогрзізова Н. О. Статистичний аналіз результатів виміру швидкостей вітру / Н. О. Костогрзізова, В. В. Дубровська, В. І. Шкляр // Енергетика. – 2014. – № 2. – С. 52–57. – Режим доступу: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/eete\\_2014\\_2\\_12](http://nbuv.gov.ua/UJRN/eete_2014_2_12). 4. <https://www.rp5.ua> 5. Кравчишин В. С. Інтелектуальні засоби прогнозування параметрів вітру / Кравчишин В. С., Медиковський М. О., Шуневич О. Б. // Матеріали другої міжнародної науково-практичної конференції «Проблеми та перспективи розвитку енергетики, електротехнологій та автоматики в АПК». – К.: НУБІП, 2014 – С.34. 6. Твайделл Дж. Відновлювані джерела енергії : Пер. з англ./ Твайделл Дж., Уейр А. – М.: Енергоатоміздат, 1990. – 392 с. 7. Papoulis Athanasios Probability, Random Variables, and Stochastic Processes / Athanasios Papoulis, S. Unnikrishna Pillai. 4th Edition.- New York, 2002. 8. Козьменко О. В. Актуарні розрахунки: навч. посібник / О. В. Кузьменко. – Суми: Університетська книга, 2011. – 224 с. 9. Карташов М. В. Ймовірність, процеси, статистика / Карташов М. В. – К.: ВПЦ “Київський університет”, 2008. 10. Де Гроот М. Оптимальные статистические решения / Де Гроот М. – М.: Мир, 1974 11. Зінченко Н. М. Математичні методи в теорії ризику / Зінченко Н. М. – К.: ВПЦ “Київський університет”, 2008. 12. Карта вітрів України. – Режим доступу: <http://www.ecosvit.net/ua/vitrogeneratori> – карта вітрів України 13. Біліченко В. В. Моделювання технологічних процесів підприємств автомобільного транспорту / Біліченко В. В., Кузьель В. П. – Вінниця: ВНТУ, 2013. 14. Теоретико-ймовірнісні та статистичні методи в економетриці та фінансовій математиці / Леоненко М. М., Мішура Ю. С., Пархоменко В. М., Ядренко М. Й. – К.: Інформтехніка, 1995.