

# РАДІОЕЛЕКТРОННІ КОЛА, ПРИСТРОЇ ТА СИСТЕМИ

УДК 621.372

А. П. Бондарєв, С. І. Алтунін

Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра теоретичної радіотехніки і радіовимірювань

## ДОСЛІДЖЕННЯ ЧАСТОТНОЇ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОГРАМНО РЕАЛІЗОВАНОГО ПРИСТРОЮ ФАПЧ

© Бондарєв А. П., Алтунін С. І., 2017

Метою цієї статті є опис експериментального вимірювання частотної характеристики (ЧХ) передавальної функції програмно реалізованого пристрою фазового автоматичного підстроювання частоти (ФАПЧ) за допомогою частотно-модульованих (ЧМ) сигналів. Наведено вираз для передавальної функції пристрою ФАПЧ. Пояснено метод вимірювання ЧХ передавальної функції. Побудовано графіки експериментально отриманих ЧХ для різних параметрів пристрою ФАПЧ. На основі порівняння теоретичних та експериментальних даних зроблено висновки про точність отриманих результатів та адекватність цієї методики вимірювання ЧХ.

Ключові слова: ФАПЧ, частотна характеристика, передавальна функція, резонансна частота, коефіцієнт вгамівності.

A. P. Bondariev, S. I. Altunin

Lviv Polytechnic National University,  
Department of Theoretical Radio Engineering and Radio Measurement

## INVESTIGATION OF THE FREQUENCY RESPONSE CHARACTERISTIC OF THE SOFTWARE PHASE-LOCKED LOOP

© Bondariev A., Altunin S., 2017

The goal of this paper is an experimental measurement of the frequency response of the software phase-locked loop (PLL) transfer function using frequency modulated signals.

The article describes the block diagram of the PLL and its main components. The paper also presents formulas for the PLL transfer function, one of which is expressed through the parameters of the PLL components, and another is presented in normalized form. The measurement method of the frequency response of the PLL transfer function is explained and expression for its calculation is displayed. A block diagram of the PLL hardware part is presented in the paper as well. Moreover, the article depicts an algorithm of the PLL software part. Further in the article, the diagrams of experimentally obtained frequency response are built for various PLL parameters. These plots also contain theoretically calculated PLL frequency response.

Comparison of theoretical and experimental data gives an opportunity to make the conclusion that mentioned measurement method provides a high-quality assessment of the PLL frequency response with sufficient accuracy.

Key words: PLL, frequency response, transfer function, natural frequency, damping factor.

## Вступ

Переважно сучасні системи передавання інформації, радіолокації та радіонавігації, а також системи керування неспроможні виконувати свої задачі без пристроїв фазової синхронізації. Найпоширенішим та найпростішим з них є пристрій ФАПЧ, який водночас є вкрай універсальним, адже має багато корисних функцій (синтез частот, модуляція та детектування частотно- та фазомодульованих сигналів, відновлення носійної частоти та ін.) [2]. Тому якість функціонування великих радіоелектронних систем суттєво залежить від працездатності пристрою ФАПЧ.

Однією з основних характеристик ФАПЧ є його передавальна функція фази. За виглядом ЧХ передавальної функції можна оцінити частотний діапазон роботи ФАПЧ, а також характер перехідної характеристики ФАПЧ за стрибкоподібною зміни частоти (коливальний чи аперіодичний) [1]. Тому завданням цієї статті є аналіз результатів експериментального вимірювання ЧХ передавальної функції програмно реалізованого пристрою ФАПЧ та порівняння отриманих графіків з кривими, визначеними теоретично.

### Будова пристрою ФАПЧ. Передавальна функція ФАПЧ

Пристрій ФАПЧ було реалізовано на основі структурної схеми, яку зображено на рис. 1 [4].

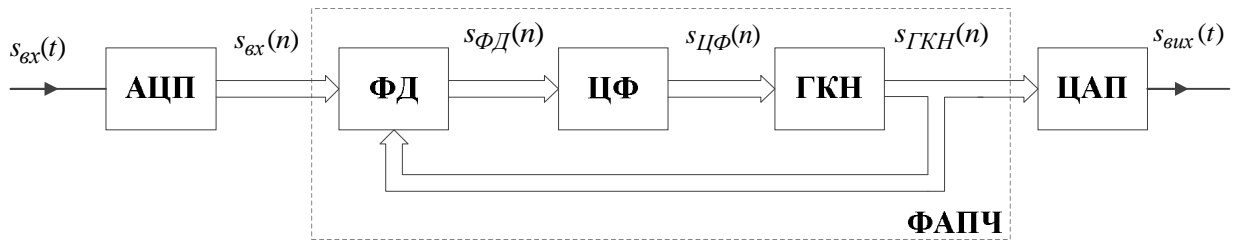


Рис. 1. Структурна схема пристрою ФАПЧ, [4]

ФАПЧ складається з 3-х основних компонентів: фазового детектора (ФД), цифрового фільтра (ЦФ) та генератора, керованого напругою (ГКН). В експериментальному пристрої ці блоки реалізовані програмно і вони оперують цифровими сигналами. Тому для того, щоб спостерігати за цими сигналами на осцилографі, в схемі присутні аналогово-цифровий (АЦП) та цифро-аналоговий перетворювачі (ЦАП).

Передавальну функцію замкнутого контура ФАПЧ описано виразом [1]:

$$H(s) = \frac{K_{\Phi Д} K_0 \cdot H_{\text{ЦФ}}(s)}{s + K_{\Phi Д} K_0 \cdot H_{\text{ЦФ}}(s)}, \quad (1)$$

де  $K_{\Phi Д}$ ,  $K_0$  – коефіцієнти передавання ФД та ГКН відповідно;  $s$  – комплексна змінна;  $H_{\text{ЦФ}}(s)$  – передавальна функція ЦФ.

Цифровий фільтр у цьому пристрої ФАПЧ є прототипом аналогової пропорційно-інерційної ланки з коефіцієнтом передавання

$$H_A(s) = \frac{1 + msT}{1 + sT}, \quad (2)$$

де  $m$  – коефіцієнт пропорційності;  $T = \frac{1}{2pf_c}$  – стала часу;  $f_c$  – частота зрізу ланки. Такий ланці відповідає рекурсивний ЦФ 1-го порядку з передавальною функцією:

$$H_{\text{ЦФ}}(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1}}{1 - a_1 z^{-1}}, \quad (3)$$

в якій його коефіцієнти  $b_0, b_1, a_1$  визначаються через параметри ланки  $f_c$ ,  $T$  та інтервал дискретизації  $\Delta T$ :

$$b_0 = \frac{pf_c \Delta T + m}{pf_c \Delta T + 1}, \quad b_1 = \frac{pf_c \Delta T - m}{pf_c \Delta T + 1}, \quad a_1 = -\frac{pf_c \Delta T - 1}{pf_c \Delta T + 1}. \quad (4)$$

Подамо передавальну функцію пристрою у нормалізованому вигляді [1]:

$$H(s) = \frac{s w_p \left( 2z - \frac{w_p}{K_0 K_{\Phi D}} \right) + w_p^2}{s^2 + 2z w_p s + w_p^2}, \quad (5)$$

де  $w_p$  – резонансна частота контура ФАПЧ;  $\zeta$  – коефіцієнт вгамівності;  $s$  – комплексна змінна. Детально зміст параметрів  $\zeta$  та  $w_p$  пояснено в [1].

Вираз для визначення  $|H(j\omega)|$  для загального випадку доволі громіздкий. Однак для часткового випадку, коли виконується умова  $2z \gg \frac{w_p}{K_0 K_{\Phi D}}$ , можна легко знайти значення модуля передавальної функції в ключових її точках (рис.2) [5]:

$$H(0) = 1; H(jw_p) = \frac{\sqrt{1 + 4z^2}}{2z}; H(j \cdot \sqrt{2}w_p) = 1. \quad (6)$$

Отже, за параметрами  $\zeta$  та  $w_p$  можна достатньо точно оцінити частотний діапазон роботи ФАПЧ, а також характер перехідних процесів у разі зміни частоти сигналу на вході (коливальний чи аперіодичний).

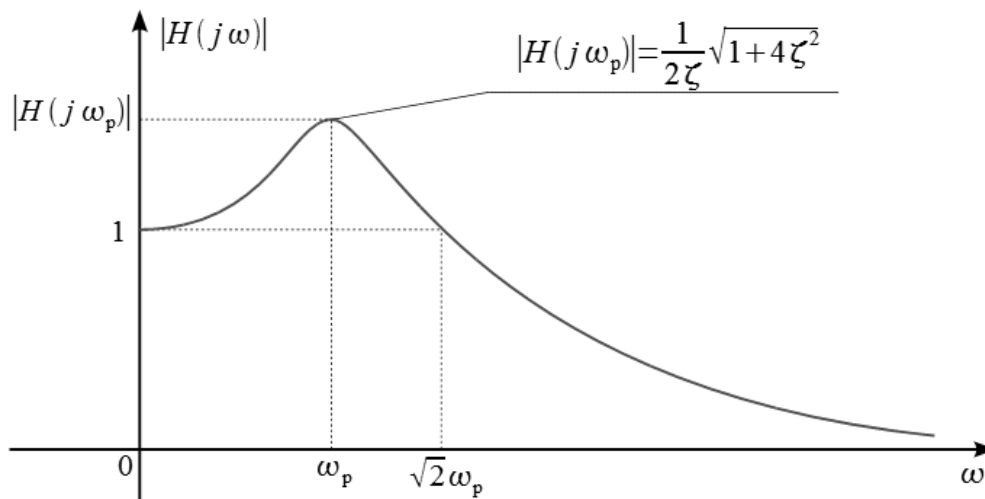


Рис.2. ЧХ лінійного контуру ФАПЧ та її ключові точки [5]

Зв'язок між параметрами  $\{\zeta, w_p\}$  ФАПЧ та параметрами  $\{f_c, T\}$  ЦФ такий:

$$w_p = \sqrt{2pf_c K_0 K_{\Phi D}}, \quad z = \frac{2pf_c + mK_0 K_{\Phi D}}{2 \cdot \sqrt{2pf_c K_0 K_{\Phi D}}}. \quad (7)$$

Отже, підставивши вирази (7) до (5), отримаємо

$$H(s) = \frac{s \cdot mK_0 K_{\Phi D} + 2pf_c K_0 K_{\Phi D}}{s^2 + s \cdot (2pf_c + mK_0 K_{\Phi D}) + 2pf_c K_0 K_{\Phi D}}. \quad (8)$$

### Метод вимірювання ЧХ контуру ФАПЧ

У цій роботі було використано вимірювання ЧХ, який наведений у [1], а саме – поданням на вхід пристрою ФАПЧ частотно-модульованого (ЧМ) сигналу з носійною частотою, що дорівнює опорній частоті ГКН, тобто частота вхідного сигналу дорівнює  $w(n) = w_0 + \Delta w \cos(\Omega \cdot n\Delta T)$ , де  $w_0$  –

опорна частота ГКН,  $\Delta\omega$  – девіація частоти,  $\Omega$  – частота модуляції. Крім того, девіацію частоти  $\Delta\omega$  вибирають так, щоб індекс модуляції  $m = \frac{\Delta\omega}{\Omega} < \frac{p}{4}$  (щоби ФД працював у лінійній області своєї характеристики).

Модуль передавальної функції пристрою ФАПЧ можна отримати за такою формулою, вимірявши перед тим амплітуду сигналу на виході ЦФ  $U_{ЦФ}$  для різних значень частоти модуляції  $\Omega$ :

$$|H(j\Omega)| = \frac{U_{ЦФ}(j\Omega) \cdot K_0}{\Delta\omega} \quad (9)$$

Досліджуваний пристрій ФАПЧ є цифровим, а отже, він оперує змінними, що зберігають значення відліків відповідних їм цифрових сигналів. Амплітуди вхідного та вихідного сигналів в цьому пристрої приведені до одиниці, тому для вимірювання амплітуди сигналу  $U_{ЦФ}$  його слід промасштабувати, щоб вивести його через АЦП на осцилограф у зручному для вимірювання вигляді, а потім виконати зворотне перетворення.

### Апаратна та програмна частини пристрою ФАПЧ

Пристрій ФАПЧ реалізовано на демонстраційній платі STM32F4 Discovery, що містить 32-розрядний мікроконтролер STM32F407VGT6 архітектури ARM Cortex-M4F, вбудовані 12-розрядні АЦП та ЦАП, до 14 таймерів різного призначення і підтримує декілька протоколів обміну даними (UART, SPI, I<sup>2</sup>C, USB). Детальнішу інформацію з приводу параметрів плати можна знайти в [3].

Структурну схему експерименту зображено на рис.3. ЧМ-сигнал з генератора надходить на вхід АЦП мікроконтролера, який формує цифрові вибірки цього сигналу. Мікроконтролер обробляє ці відліки, в результаті чого він формує цифровий вихідний сигнал з ЦФ. З виходу ЦАП мікроконтролера цей сигнал вже в аналоговій формі надходить на осцилограф. Крім того, варто наголосити, що вихідний сигнал є попередньо промасштабований для зручності вимірювання його амплітуди на осцилографі.

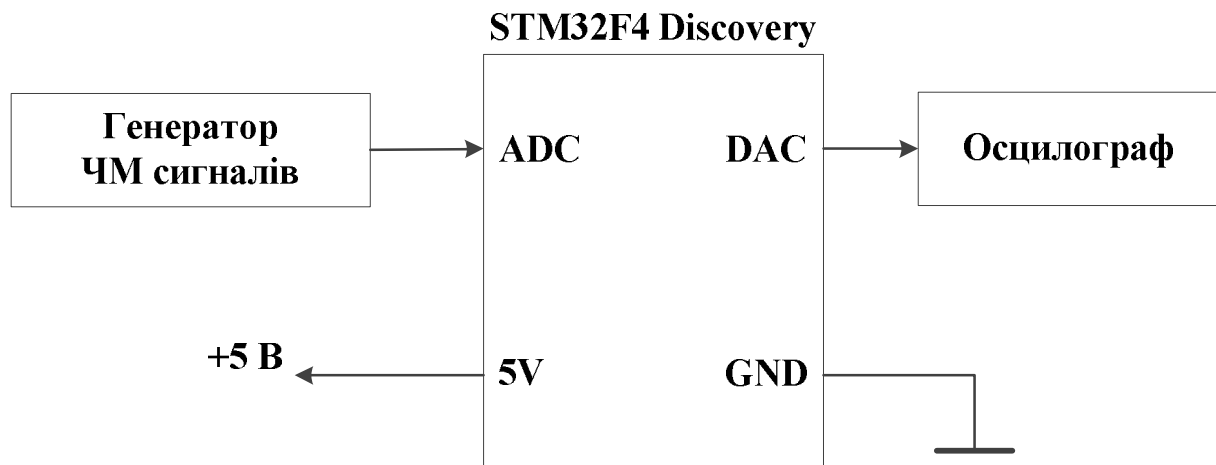


Рис. 3. Структурна схема експерименту

Програмне забезпечення розроблено в середовищі Keil  $\mu$ Vision 5.15 з використанням бібліотеки SPL (Standard Peripheral Library). Алгоритм роботи ПЗ, який зображено на рис. 4, практично ідентичний алгоритму роботи ФАПЧ з роботи [4] за винятком того, що в цьому експерименті на ЦАП надходить сигнал з виходу ЦФ, а не ГКН.

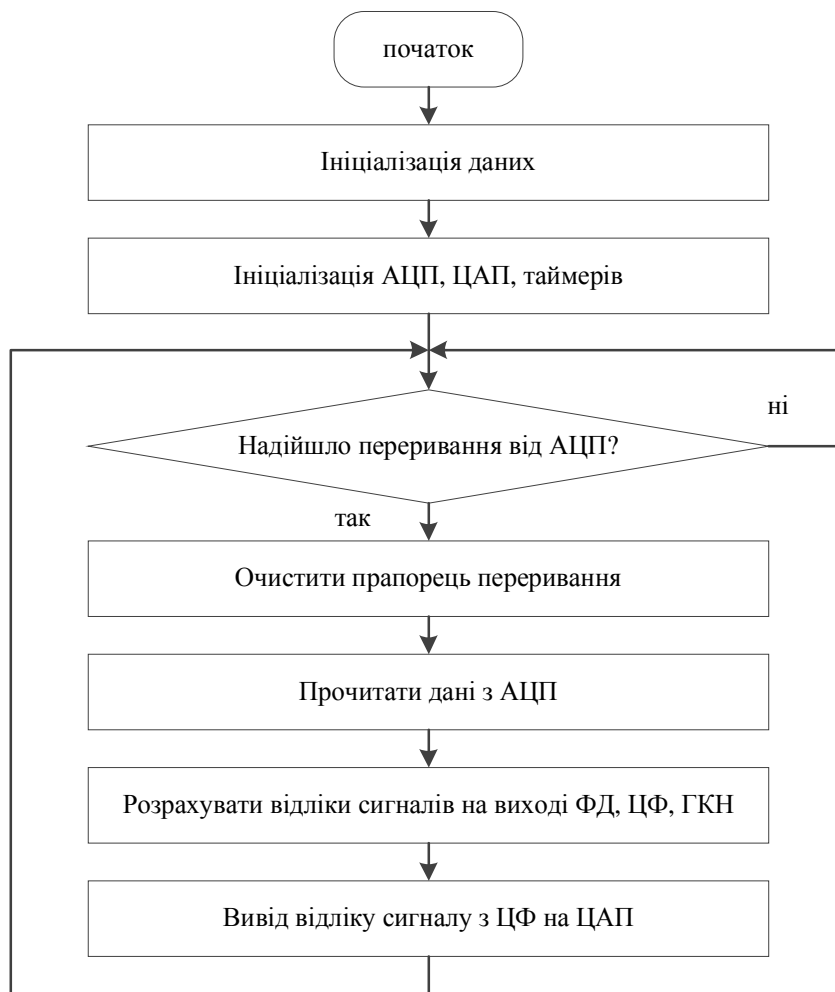


Рис. 4. Блок-схема алгоритму роботи ПЗ, [4]

### Результати дослідження

Для вимірювання ЧХ досліджуваного пристрою ФАПЧ було задано такі набори його параметрів ( $F_s$  – частота дискретизації):

- а)  $F_s = 100$  кГц;  $K_0 = 2000$ ;  $K_{\phi D} = 0,5$ ;  $f_c = 5$  Гц;  $m = 0,05$ ;
- б)  $F_s = 100$  кГц;  $K_0 = 5000$ ;  $K_{\phi D} = 0,5$ ;  $f_c = 5$  Гц;  $m = 0,05$ ;
- в)  $F_s = 100$  кГц;  $K_0 = 2000$ ;  $K_{\phi D} = 0,5$ ;  $f_c = 5$  Гц;  $m = 0,1$ ;
- г)  $F_s = 100$  кГц;  $K_0 = 2000$ ;  $K_{\phi D} = 0,5$ ;  $f_c = 25$  Гц;  $m = 0,05$ .

Такий вибір параметрів зумовлений необхідністю показати, як зміна одного параметра певного вузла схеми впливає на ЧХ всього пристрою.

На вхід пристрою подавали ЧМ-сигнал з носійною частотою  $f_0 = 5$  кГц, частотою модуляції в діапазоні від 2 до 500 Гц, індексом модуляції  $m < p / 4$ .

Результати вимірювань зображено на рис. 5 суцільною лінією. На цих самих графіках побудовано розрахункові криві ЧХ, отримані за формулою (8). Так можна оцінити, наскільки експериментальні результати відповідають теоретичним.

У випадку (а) (рис. 5, а) експериментальні дані доволі точно відповідають розрахованим, різниця між ними у середньому не перевищує 5 % (за винятком значень на вищих частотах). Пікове значення характеристики припадає на 26 Гц, що доволі близько до резонансної частоти пристрою  $\omega_p / 2p = 28,2$  Гц (розрахована за формулою (7)).

За другого набору параметрів (б) (рис. 6, б) точність отриманих результатів дещо гірша, проте цілком задовільна – похибка є не більшою за 10 %. Пік експериментальної кривої припадає

на частоту 41 Гц, що знаходиться поблизу резонансної частоти  $\omega_p / 2p = 44,6$  Гц (розрахованої за формулою (7)).

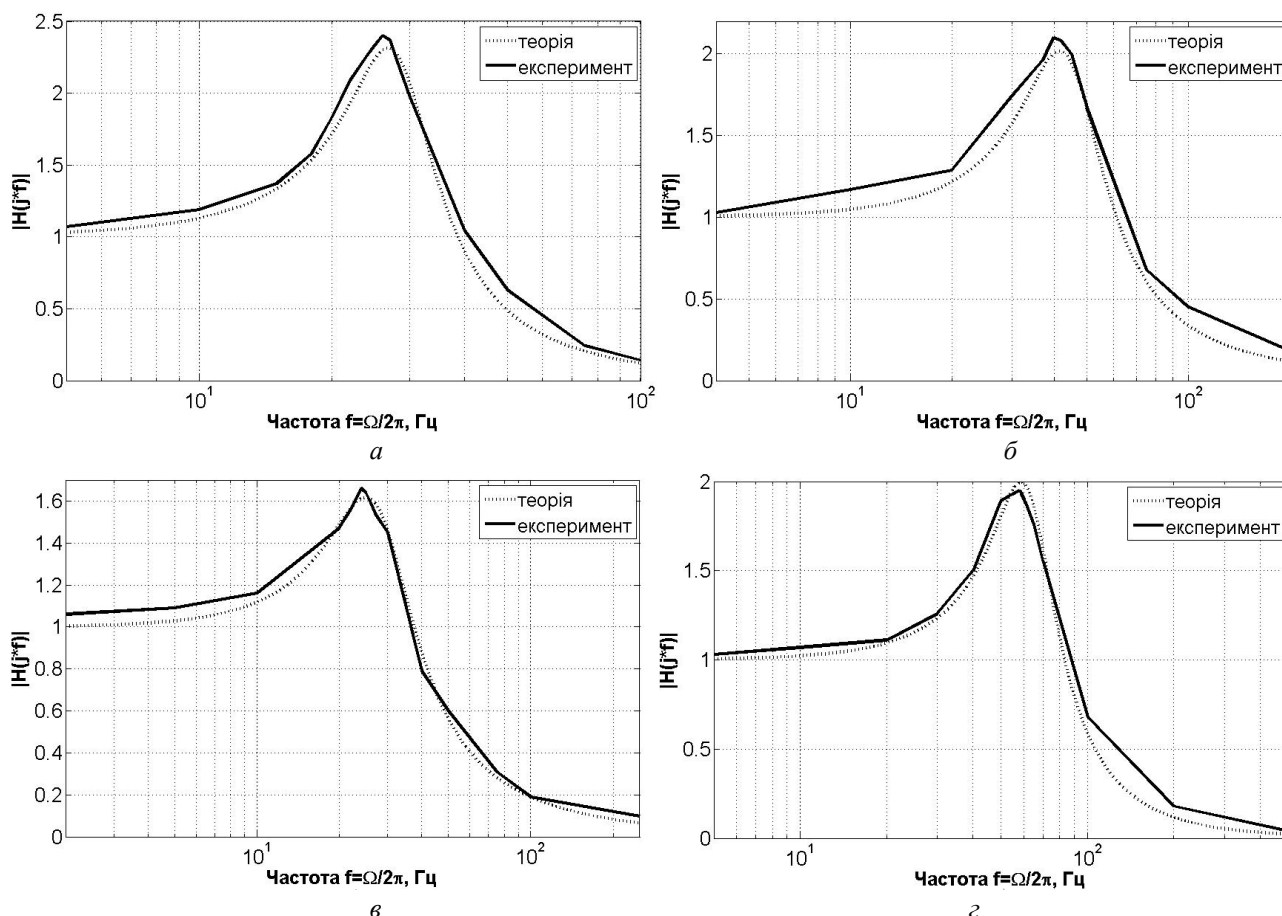


Рис. 5. ЧХ передавальної функції за різних параметрів пристрою ФАПЧ:  
 а –  $K_0 = 2000$ ;  $K_{ФД} = 0,5$ ;  $f_c = 5$  Гц;  $m = 0,05$ ; б –  $K_0 = 5000$ ;  $K_{ФД} = 0,5$ ;  $f_c = 5$  Гц;  $m = 0,05$ ;  
 в –  $K_0 = 2000$ ;  $K_{ФД} = 0,5$ ;  $f_c = 25$  Гц;  $m = 0,05$ ; г –  $K_0 = 2000$ ;  $K_{ФД} = 0,5$ ;  $f_c = 25$  Гц;  $m = 0,05$

Аналогічні висновки можна зробити і для наборів параметрів (в) та (г) (рис. 5, в та 5, г): різниця між теоретичними та експериментальними даними у середньому не перевищує 5%, а піки обох кривих практично збігаються.

Також слід зазначити, що для окремих значень частот модуляції (особливо на вищих частотах) розраховані та експериментальні дані можуть відрізнитись суттєвіше – в деяких випадках різниця між ними становить близько 20 %. Це пов'язано з тим, що хоч складова сигналу з ФД з подвійною частотою добре фільтрується цифровим фільтром, повністю її придушити він не в змозі, і тому певний рівень цих паразитних спотворень у інформаційному сигналі все ж присутній. Водночас на високих частотах модуляції амплітуда детектованого інформаційного сигналу вкрай мала і може бути співвимірною з величиною паразитних гармонік. Тому з подальшим збільшенням частоти модуляції точність вимірювань знижуватиметься.

### Висновки

Результати проведених експериментів свідчать про те, що незалежно від параметрів програмно реалізованого пристрою ЧХ його передавальної функції з високою точністю збігається з розрахованими значеннями – різниця між ними становить у середньому 5–10 %. Це означає, що методика вимірювань, запропонована в [1], незважаючи на свою простоту, дає можливість якісно оцінити частотні властивості пристрою ФАПЧ. Враховуючи те, що досліджуваний пристрій

реалізований програмно, його параметри можна швидко підлаштувати так, щоб досягти бажаної форми ЧХ для розв'язання різних задач у галузі радіотехніки. Важливо, щоб індекс модуляції був достатньо малим, щоб ФАПЧ працював у лінійному режимі, а також якомога більшим було співвідношення між частотою модуляції та носійною частотою для зменшення впливу паразитних гармонік.

1. Best R. E., *Phase-locked loops: design, simulation, and applications (professional engineering)* / Ronald E. Best. – New York: McGraw-Hill Companies Inc., 2003 – 436 с. 2. Purkayastha B.B. *A Digital Phase Locked Loop based Signal and Symbol Recovery System for Wireless Channel*/ B.B. Purkayastha, K. K. Sarma. – New Delhi: Springer, 2015 – 254 с. 3. STMicroelectronics “Reference manual STM32F405xx/07xx, STM32F415xx/17xx, STM32F42xxx and STM32F43xxx advanced ARM-based 32-bit MCUs” [Електронний ресурс] / Режим доступу: [http://www.st.com/content/ccc/resource/technical/document/reference\\_manual/3d/6d/5a/66/b4/99/40/d4/DM00031020.pdf/files/DM00031020.pdf/jcr:content/translations/en.DM00031020.pdf](http://www.st.com/content/ccc/resource/technical/document/reference_manual/3d/6d/5a/66/b4/99/40/d4/DM00031020.pdf/files/DM00031020.pdf/jcr:content/translations/en.DM00031020.pdf)– Rev 10, 2015. – 1744 с. 4. Бондарев А.П. Програмно-апаратна реалізація цифрового пристрою фазового автоматичного підстроювання частоти / А. П. Бондарев, С. І. Алтунін // Вісник Нац. ун-ту “Львівська політехніка”, серія Радіоелектроніка та телекомунікації. – 2016. – № 849. – С. 83–90. 5. Контур фазовой автоподстройки частоты и его основные свойства [Електронний ресурс] / – Режим доступу: <http://www.dsplib.ru/content/pll/pll.html>

#### References

1. Best, R. E., 2003, *Phase-locked loops: design, simulation, and applications (professional engineering)*, 5th ed., McGraw-Hill Companies Inc., New York. 2. Purkayastha, B. B. & Sarma, K. K., 2015, *A Digital Phase Locked Loop based Signal and Symbol Recovery System for Wireless Channel*, Springer, New Delhi. 3. STMicroelectronics, 2015, “Reference manual STM32F405xx/07xx, STM32F415xx/17xx, STM32F42xxx and STM32F43xxx advanced ARM-based 32-bit MCUs”, viewed 27 February 2017, from [http://www.st.com/content/ccc/resource/technical/document/reference\\_manual/3d/6d/5a/66/b4/99/40/d4/DM00031020.pdf/files/DM00031020.pdf/jcr:content/translations/en.DM00031020.pdf](http://www.st.com/content/ccc/resource/technical/document/reference_manual/3d/6d/5a/66/b4/99/40/d4/DM00031020.pdf/files/DM00031020.pdf/jcr:content/translations/en.DM00031020.pdf). 4. Bondariev, A. P. & Altunin, S. I., 2016, “Firmware implementation of digital phase-locked loop”, *Journal of Lviv Polytechnic National University, Series of Radio Electronics and Telecommunication* 849, 83–90. 5. Теория и практика цифровой обработки сигналов, “Контур фазовой автоподстройки частоты и его основные свойства”, viewed 27 February 2017, from <http://www.dsplib.ru/content/pll/pll.html>.