

Как видно из приведенного примера, поинтервальное решение задачи при одинаковом количестве членов ряда приводит к более точному результату.

Статья поступила 11 апреля 1980 г.

УДК 522.92:528

П. Г. ЧЕРНЯГА

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ СПУТНИКОВОЙ РЕФРАКЦИИ

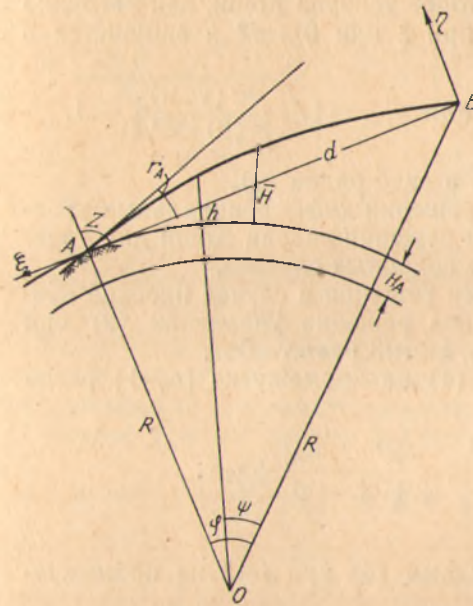
При обработке результатов наблюдений ИСЗ и других объектов, находящихся в земной атмосфере, необходимо учитывать спутниковую рефракцию. Однако существующие таблицы [1, 4] и методы [2, 3, 8] не всегда позволяют с необходимой точностью учитывать рефракцию, так как, во-первых, применяемые модели атмосферы не соответствуют реальному ее строению и, во-вторых, формулы поправок за рефракцию не обеспечивают требуемой точности для траекторий световых лучей, близких к горизонтальным. Вследствие этого возникает необходимость в дальнейшем совершенствовании методов определения поправок за рефракцию, которые по возможности учитывали бы действительное состояние атмосферы, а формулы поправок были бы освобождены от указанных выше недостатков.

Ход светового луча в земной атмосфере. В настоящей статье предлагается формула для вычисления спутниковой рефракции при наблюдении объектов в земной атмосфере на любых зенитных расстояниях с использованием информации о состоянии атмосферы на определенных высотах над поверхностью Земли.

Пусть атмосфера до некоторой высоты \bar{H} (рисунок) состоит из сферических слоев, плотность в которых находится в следующей экспоненциальной зависимости от высоты:

$$\rho = \exp(a_{0i} + a_{1i}h), \quad h_{i-1} \leq h \leq h_i, \quad (1)$$

где $i = 1, 2, 3 \dots m$; a_{0i}, a_{1i} — параметры i -го слоя.



Предположим далее, что на высотах, больших \bar{H} , плотность внутри j -го слоя (общее число таких слоев равно k) меняется линейно:

$$\rho = b_{0j} + b_{1j}h, \quad h_{j-1} \leq h \leq h_j, \quad (2)$$

где $j = 1, 2, 3, \dots, k$; b_{0j}, b_{1j} — параметры соответствующих слоев.

На рисунке обозначены: точка A — место наблюдения на поверхности Земли, принимаемой за шар радиуса $(R + H_A)$; объект наблюдения B находится на высоте H над поверхностью Земли; z — теоретическое зенитное расстояние; φ — геоцентрический угол между радиусами, проведенными через точку наблюдения и точку нахождения объекта; r_A — угол вертикальной спутниковой рефракции в точке A ; h — высота текущей точки траектории светового луча; ψ — геоцентрический угол между радиусами, проведенными через текущую точку траектории и точку нахождения объекта.

Для определения r_A в системе координат $\eta B \xi$, расположенной в вертикальной плоскости, содержащей радиус-вектор точки наблюдения и наблюдаемый объект, воспользуемся формулой [7]

$$r_A = \frac{1}{d} \int_0^d \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial \eta} \xi d\xi, \quad (3)$$

где n — показатель преломления; d — длина линии по хорде.

Перейдем от прямоугольной системы $\eta B \xi$ к полярной с полюсом в точке O . Тогда координаты текущей точки световой кривой будут $(R + H_A + h)$ и ψ . Координаты $(R + H_A + h)$ и ψ выражаются через η и ξ следующим образом:

$$(R + H_A + h) = \sqrt{(R + H_A + H)^2 + 2(R + H_A + H) \times [\eta \sin(z - \varphi) - \xi \cos(z - \varphi) + \eta^2 + \xi^2]},$$

$$\Psi = \text{arccctg} \left\{ \frac{(R + H_A + H) \cos(z - \varphi) + \xi}{(R + H_A + H) \sin(z - \varphi) + \eta} \right\} - z + \varphi. \quad (4)$$

Так как в формулу (3) входит значение показателя преломления, то выразим его известной формулой

$$n = 1 + c_\lambda \rho, \quad (5)$$

где ρ — плотность атмосферы; c_λ — дисперсионный коэффициент для данной длины электромагнитного излучения, зависящий от физико-химических свойств среды.

Учитывая (1) и (2), формулу (5) для слоев, находящихся ниже некоторой высоты \bar{H} , можно записать в виде

$$n' = 1 + c_\lambda \exp \{ a_{0i} + a_{1i} [\sqrt{(R + H_A + H)^2 + 2(R + H_A + H) \times [\eta \sin(z - \varphi) - \xi \cos(z - \varphi)] + \eta^2 + \xi^2} - (R + H_A)] \},$$

$$n'_{i-1} \leq n' \leq n'_i, \quad (6)$$

где n'_i — показатель преломления в i -м слое.

Для слоев, находящихся выше некоторой высоты H , показатель преломления j -го слоя можно записать следующим образом:

$$n'' = 1 + c_\lambda \{b_{0j} + b_{1j} [V(R+H_A+H)^2 + 2(R+H_A+H) \times \times \{\eta \sin(z-\varphi) - \varepsilon \cos(z-\varphi) [+ \eta^2 + \xi^2 - (R+H_A)] \}]\},$$

$$n''_{i-1} \leq n'' \leq n''_i, \quad (7)$$

общий угол рефракции r_A будет равен сумме

$$r_A = r'_A + r''_A, \quad (8)$$

где r'_A — значение вертикальной рефракции в атмосфере до высоты H с экспоненциальным изменением плотности по слоям; r''_A — значение вертикальной рефракции для слоев с линейным изменением плотности атмосферы.

Для вывода общей формулы вертикальной спутниковой рефракции подставим значения показателей преломления, вычисленных по формулам (6) и (7), в выражение (3). Выполнив некоторые преобразования и учитывая слоистое строение атмосферы, получим

$$r_A = \frac{1}{d} \left(\sum_{i=1}^m \int_{d_i}^{d_{i+1}} \frac{1}{n'} \frac{\partial n'}{\partial \eta} \xi d\xi + \sum_{j=1}^k \frac{1}{n''} \frac{\partial n''}{\partial \eta} \xi n \xi \right), \quad (9)$$

где d_i и d_{i+1} — расстояния по хорде от объекта наблюдения до нижней и верхней границ i -го слоя; d_j и d_{j+1} — расстояния по хорде от объекта наблюдения до нижней и верхней границ j -го слоя.

Выполнив преобразования в формуле (9) с учетом (6) и (7), а также приняв во внимание, что световая кривая мало отклоняется от хорды АВ (положим в подынтегральном выражении $\eta=0$), получим общую формулу для вычисления вертикальной спутниковой рефракции

$$r_A = \frac{\rho'' c_\lambda (R+H_A) \sin z}{d} \times$$

$$\times \left\{ \left\| \sum_{i=1}^m \int_{d_i}^{d_{i+1}} \frac{a_{1i} \exp \{a_{0i} + a_{1i} \times \right. \right.$$

$$\times \left. \left. \frac{[V(R+H_A+H)^2 - 2(R+H_A+H) \xi \cos(z-\varphi) + \xi^2 - (R+H_A)] \}}{[V(R+H_A+H)^2 - 2(R+H_A+H) \xi \cos(z-\varphi) + \xi^2 - (R+H_A)]} \right\} \right\} \times$$

$$\times \frac{\xi d \xi}{V(R+H_A+H)^2 - 2(R+H_A+H) \xi \cos(z-\varphi) + \xi^2} +$$

$$+ \sum_{j=1}^k \int_{d_j}^{d_{j+1}} \frac{b_{1j}}{\{1 + c_\lambda \{b_{0j} + b_{1j} [V(R+H_A+H)^2 - 2(R+H_A+H) \times \times \{\xi \cos(z-\varphi) + \xi^2 - (R+H_A) \}]\} \}} \times$$

$$\times \frac{\xi d \xi}{V(R+H_A+H)^2 - 2(R+H_A+H) \xi \cos(z-\varphi) + \xi^2} \Bigg\}, \quad (10)$$

где ρ'' — число секунд в радиане.

Формула (10) позволяет вычислять спутниковую рефракцию при наблюдении объектов в земной атмосфере на любых зенитных расстояниях с подробной информацией о состоянии атмосферы на всех высотах.

Таблица 1
Значения коэффициентов a_0, a_1, b_0, b_1 для условий стандартной атмосферы ГОСТ 4401-64

	Слой						
	0-1	1-2	2-4	4-8	8-16	16-24	24-300
a_0	0	+0,0023	+0,0094	-0,0412	0	0	0
a_1	-0,0970	-0,0993	-0,1029	-0,1108	0	0	0
b_0	0	0	0	0	+0,7228	+0,3298	+0,0352
b_1	0	0	0	0	-0,0367	-0,0121	-0,0002

Для проверки правильности формулы (10) вычислены значения r_A для условий стандартной атмосферы ГОСТ 4401-64 и выполнено сравнение этих значений с аналогичными вычислениями r_A , приведенными в работе [1]. При вычислении r_A коэффициенты a_0, a_1, b_0, b_1 определяли по той же относительной плотности, которая принята в работе [1]. Величину c_λ считали равной 0,00027824. Для атмосферы на высоте $H=300$ км плотность принимали равной нулю. Было также принято, что до 8 км плотность атмосферы изменяется по экспоненциальному закону, а выше 8 км — по линейному [5, 6].

Значения коэффициентов a_0, a_1, b_0, b_1 приведены в табл. 1.

Величины r_A , вычисленные нами для зенитных расстояний 1, 5, 10, 30, 45, 60, 75, 80, 85, 88° и высот объекта — 5, 10, 20, 40, 100, 300 км, приведены в табл. 2. Там же даны и соответствующие значения r_A , выбранные из таблиц, помещенных в работе [1].

В табл. 1 зенитное расстояние является измеренным. Для сравнения мы вычисляли теоретические зенитные расстояния, которые равны измеренным плюс поправка за рефракцию, и далее по теоретическим зенитным расстояниям вычисляли спутниковую рефракцию по формуле (10). Нетрудно заметить, что результаты, полученные И. Г. Колчинским [1] и вычисленные по формуле (10), хорошо согласуются. Наибольшее отклонение на высоте объекта 300 км и зенитном расстоянии, равно 88°,

составляет 15,3. Значения угла рефракции для условий стандартной атмосферы ГОСТ 4401-64 в работе [1] получены по строгим формулам методом численного интегрирования на ЭВМ с шагом $h=0,5$ км. Различия, полученные в табл. 2, объясняются тем, что при вычислениях нами были использованы функциональные зависимости (1) и (2) распределения плотности атмосферы, отличающиеся от принятой функциональной зависимости для стандартной атмосферы.

Таблица 2
Значения γ_A , вычисленные для условий стандартной атмосферы ГОСТ 4401-64

Z		H км					
		5	10	20	40	100	300
1°	Колчинский И. Г.	0,2	0,4	0,6	0,8	—	—
	по формуле (10)	0,2	0,4	0,6	0,8	0,9	1,0
	разность	0,0	0,0	0,0	0,0	—	—
5°	Колчинский И. Г.	1,1	1,9	3,0	4,0	—	—
	по формуле (10)	1,1	1,9	3,0	3,9	4,5	4,8
	разность	0,0	0,0	0,0	+0,1	—	—
10°	Колчинский И. Г.	2,2	3,8	6,1	8,0	9,4	9,8
	по формуле (10)	2,2	3,8	6,0	7,8	9,0	9,7
	разность	0,0	0,0	+0,1	+0,2	+0,4	+0,1
30°	Колчинский И. Г.	7,1	12,5	19,1	26,1	30,6	32,2
	по формуле (10)	7,1	12,4	18,6	25,6	29,5	31,8
	разность	0,0	0,1	+0,5	+0,5	+1,1	+0,4
45°	Колчинский И. Г.	12,2	21,6	34,4	45,2	—	—
	по формуле (10)	12,2	21,5	33,9	44,3	51,0	55,0
	разность	0,0	10,1	+0,5	+0,9	—	—
60°	Колчинский И. Г.	21,1	37,5	59,4	78,0	90,6	95,9
	по формуле (10)	21,1	37,2	58,6	76,6	88,2	94,8
	разность	0,0	+0,1	+0,8	+1,4	+1,4	+1,1
75°	Колчинский И. Г.	45,2	79,8	126,6	165,6	191,5	202,9
	по формуле (10)	45,4	79,7	124,9	162,7	187,0	200,6
	разность	-0,2	+0,1	+1,7	+1,9	+4,5	+2,3
80°	Колчинский И. Г.	68,4	120,2	189,2	245,9	283,5	300,8
	по формуле (10)	68,6	119,8	186,6	242,0	277,6	297,4
	разность	-0,2	+0,4	+2,6	+3,9	+5,9	+3,4
85°	Колчинский И. Г.	133,8	230,4	351,9	448,5	514,6	548,8
	по формуле (10)	134,4	230,0	348,2	443,9	508,3	545,4
	разность	-0,6	+0,4	+3,7	+4,6	+6,3	+3,4
88°	Колчинский И. Г.	288,1	458,6	651,2	801,2	916,1	986,8
	по формуле (10)	289,7	460,5	651,1	805,0	923,7	1002,1
	разность	-1,6	-1,9	+0,1	-3,8	-7,6	-15,3

Так как в работе [1] сравнение формул И. Г. Колчинского для вычисления спутниковой рефракции с формулами других авторов выполнено, то поэтому на сравнении наших формул с исследованиями этих авторов мы останавливаться не будем.

В заключение необходимо отметить, что формула (10) дает возможность вычислять спутниковую вертикальную рефракцию при наблюдении ИСЗ на любых зенитных расстояниях. Параметры атмосферы, изменяющиеся от слоя к слою, в формуле (10)

могут быть получены на основании метеорологического материала, имеющегося в соответствующих ведомствах. Для определения параметров атмосферы в приземном слое (они являются наиболее изменчивыми) необходимо производить измерения метеорологических элементов в момент наблюдения ИСЗ или других объектов.

Список литературы: 1. Колчинский И. Г., Курьянова А. Н., Шмелькина Е. Б. Таблицы поправок за рефракцию при наблюдении объектов в земной атмосфере. — Астрометрия и астрофизика, 1969, № 5. 2. Куштин И. Ф. Рефракция световых лучей в атмосфере с произвольными параметрами. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1972, вып. 16. 3. Маслич Д. И. Определение рефракции при наблюдении высоких объектов в атмосфере. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1971, вып. 13, 1971. 4. Нумерова Н. В. Влияние рефракции на явления, происходящие в земной атмосфере. — Бюлл. Астр. ин-та, 1934, № 35. 5. Хижак Л. С., Черняга П. Г. Исследование закономерностей измерения плотности атмосферы. — РЖ ИКП, 1975, т. 8. (деп. ВИНТИ 26.XII.74 г.). 6. Черняга П. Г. Исследование закономерностей изменения плотности атмосферы. — Современные методы учета и исключения влияния рефракции световых волн при геодезических и астрономических измерениях. — В сб.: Тез. докл. всесоюзного совещания. Львов, 1974. 7. Morits H. Geometrie der Refraction. — Osterr. Z. Vermessungswesen, 1962. 1. 8. 8. Veis G. Geodetic uses of artificial satellites. Smithsonian Contrib to astrophysics, 1960, 3. 9.

Статья поступила 5 мая 1980 г.

УДК 528.235

Г. А. ШЕХОВЦОВ

ГРАФИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ЗАСЕЧЕК С УЧЕТОМ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

В работе [1] дано общее решение вопроса о влиянии погрешностей исходных данных на положение определяемой точки. Однако для практического использования приведены формулы по определению лишь «круговой стандартной ошибки» при условии равенства стандартов по осям координат. Аналогичные формулы без учета корреляции получены в работе [2]. Причем здесь представлены также упрощенные формулы для определения круговой погрешности с учетом корреляции и формулы для вычисления влияния погрешностей исходных данных по двум направлениям: перпендикулярному и параллельному исходной стороне. Все перечисленные формулы [1, 2] справедливы лишь только для некоторых простых (однократных) засечек, при этом они, и, особенно последние, сложны. Формулы для многократных засечек будут иметь гораздо более сложный вид при явном несоответствии затрат на их использование с объемом получаемой по ним информации (см., например, формулы из работы [7] для прямой многократной засечки).